



Regina Richter

# Numerisches Verfahren für die aktive Thermografie zur Untersuchung von Rückwandgeometrien

Dissertation  
Braunschweig 2013



**Numerisches Verfahren für die  
aktive Thermografie zur Untersuchung  
von Rückwandgeometrien**

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades einer Doktorin

der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation

von Regina Richter

aus Berlin

eingereicht am: 16.09.2013

mündliche Prüfung am: 12.12.2013

1. Referent: Prof. Dr. rer. nat. Meinhard Schilling
2. Referent: Dir. u. Prof. Dr. rer. nat. habil. Marc Kreutzbruck
3. Referent: Prof. Dr. rer. nat. Peter Lemmens

Druckjahr: 2014





*Für Philipp, Svenja, Magdalena, Caroline Ann und Kurt.*



# Zusammenfassung

Die einseitige Bestimmung von Wanddicken ist in vielen Bereichen der Industrie wichtig für die Sicherheit und Qualitätssicherung von Anlagen. Ziel ist es, die Dichtheit der Komponente zu garantieren, um einerseits den Austritt gefährlicher Stoffe zu vermeiden und andererseits den Verlust wertvoller Flüssigkeiten oder Gase zu verhindern. Bei Rohren, Druckbehältern und chemischen Anlagen hat man für eine Prüfung der Wanddicke in der Regel nur Zugang von der Außenwand – abgesehen von Rohrprüfungen z. B. mittels Ultraschallsonden (sogenannte Molche), welche in den Produktstrom durch die Rohre geleitet werden. Um die Wanddicke zu bestimmen, gibt es verschiedene Verfahren der zerstörungsfreien Prüfung (z. B. Ultraschall-, Röntgen- und Wirbelstromprüfung, Thermografie). Einer der Vorteile der Thermografie ist, dass sie berührungslos funktioniert. Bei der aktiven Thermografie wird der Probekörper kurzzeitig erwärmt oder abgekühlt, und die thermische Antwort wird mit einer Infrarot-Kamera gemessen und evaluiert. Die Infrarot-Kamera misst für diskrete Zeitpunkte elektromagnetische Strahlung innerhalb eines Spektralbereichs, welche bei bekannten Oberflächenparametern einen Rückschluss auf die Temperatur des Messobjektes erlaubt. Aus den aufgenommenen Wärmebildern wird die Rückwandgeometrie, d. h. die Wanddicke für ein Profil oder flächendeckend (2D/3D), bis in den sub-mm-Bereich ermittelt, wobei es sich mathematisch um ein inverses Problem handelt. Ein inverses Problem bezeichnet die Umkehrung eines direkten, eindeutig und verhältnismäßig einfach lösbaren Problems. Eines der klassischen Verfahren für inverse Probleme, die Levenberg-Marquardt-Methode, wird in dieser Arbeit erstmalig an experimentell gewonnenen thermografischen Daten der zerstörungsfreien Prüfung erfolgreich angewendet. Die untersuchten Probekörper repräsentieren unterschiedliche Materialien (PVC, Stahl) und besaßen neben künstlichen Defekten (Nuten verschiedener Form, Flachbodenbohrungen) auch Defekte, welche auf natürlichem Wege entstanden waren (Korrosionslöcher in Rohren). Die Levenberg-Marquardt-Methode hat den Vorteil, dass sie im Gegensatz zu den gängigen direkten Verfahren auf der mehrdimensionalen Betrachtung der Wärmeleitungsgleichung basiert und außerdem theoretisch auf komplexere Defektformen, z. B. unterhöhle oder innere Defekte, erweiterbar ist. Mit der Levenberg-Marquardt-Methode wird die Genauigkeit der Rekonstruktion gegenüber den gängigen direkten Verfahren um bis zu 77% verbessert. Durch die Optimierung der Levenberg-Marquardt-Methode konnte ein Rekonstruktionsfehler der Wanddicke (gemeint ist die durchschnittliche Abweichung der Rekonstruktion zur realen Rückwandgeometrie) unter 0.5 mm erzielt werden (bei maximal 20 mm Wanddicke). Der punktweise Rekonstruktionsfehler war tiefenabhängig und erreichte im Schnitt aller Nutprobekörper maximal 2 bzw. 6 mm für Tiefenlagen unter bzw. über 10 mm. Dies gilt für 2D-Rekonstruktionen, d. h. der Bestimmung der Wanddicke entlang von Profilen. Bei flächendeckender Rekonstruktion (3D) wurde auf Grund von Zeiteffizienz eine approximative Variante in Verbindung mit der numerischen Broyden-Methode angewendet, sodass der durchschnittliche Rekonstruktionsfehler unter 1.2 mm lag (bei maximal 20 mm Wanddicke). Damit könnte die Levenberg-Marquardt-Methode als „Goldstandard“ eingesetzt werden, welches ein möglichst zuverlässiges und universell erweiterbares Verfahren für die Thermografie zur Charakterisierung von Materialien ist und welches als Referenzverfahren für zeiteffiziente, spezielle Rekonstruktionsmethoden angewendet werden kann.



# Abstract

The one-sided identification of wall thicknesses is important for safety and quality control of constructions in several industrial sectors. The aim is to guarantee the impermeability of a component, on the one hand to avoid the leakage of dangerous substances and on the other hand to prevent the loss of valuable fluids or gases. For testing purposes, pipes, pressure tanks, and chemical plants are generally only accessible from the outer wall – apart from pipe testings with e.g., an ultrasonic sensor (so-called go-devil), which is sent into the product stream longitudinally through the pipe. To detect the wall thickness, there exist several non-destructive testing methods (e.g., ultrasonic testing, x-ray methods, eddy current testing, thermography). One of the advantages of thermography is, that it runs contact-free. With active thermography, the test specimen is shortly heated or cooled and the thermal answer, measured by an infrared camera, is evaluated. The infrared camera measures electromagnetic radiation within its specific spectral range at discrete points in time. This leads to temperature information of the test specimen knowing certain surface parameters. Evaluating the spatial thermal distribution, the back wall geometry, i.e., the wall thickness for a profile or area-wide (2D/3D), can be determined to the sub-mm-scope. Mathematically, this is an inverse problem, which is defined as the reversion of a direct, uniquely and comparable easily solvable problem. In this thesis and for the first time, one of the classical methods for inverse problems, the Levenberg-Marquardt method, is successfully applied to experimentally obtained thermographic data of non-destructive testing. The back wall geometry is reconstructed as a profile and area-wide. The analysed test specimens were from different materials (PVC, steel) and had not only artificial defects (differently shaped notches, flat bottom holes), but also defects which evolved naturally (corrosion defects in pipes). The Levenberg-Marquardt method has the advantage that it is based on a multidimensional consideration of the heat equation in comparison to the current direct methods; furthermore, the Levenberg-Marquardt method is extendable to more complex defect shapes, like undercuttings or inner defects. By the application of the Levenberg-Marquardt method, the precision of the reconstruction is improved by up to 77% compared to the current direct methods. By the optimisation of the Levenberg-Marquardt method, the reconstruction error of the wall thickness (i.e., the mean difference of the reconstruction to the real back wall geometry) was below 0.5 mm (with 20 mm maximal thickness). The pointwise reconstruction error was dependant from thickness and was 2 mm at most (average value for the notch test specimens) for thicknesses below 10 mm, while it was 6 mm at most for thicknesses above 10 mm. This is true for the 2D reconstructions, i.e., for the determination of the wall thickness along profiles. For area-wide reconstructions (3D), an approximative variation of the Levenberg-Marquardt method was applied to limit the calculation period, using the numerical Broyden's method. In this case, the mean reconstruction error was below 1.2 mm (with 20 mm maximal thickness). Thereby, the Levenberg-Marquardt method might be used as a “gold standard”, which is a reliable-as-possible and all-purpose method for thermography to characterise materials and which is utilised as a reference method for time efficient and specialised reconstruction methods.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Stand der Technik: zerstörungsfreie Prüfung von Waddicken . . . . .	1
1.2 Stand der Technik: Inverse Probleme . . . . .	3
1.2.1 Inverse Wärmeleitungsprobleme . . . . .	5
1.2.2 Eindeutigkeit des inversen Problems . . . . .	6
1.2.3 Iteratives Inversionsverfahren . . . . .	6
<b>2 Theorie zur Rückwandrekonstruktion</b>	<b>9</b>
2.1 Grundlagen des Wärmetransportes . . . . .	9
2.1.1 Definition der Materialparameter . . . . .	10
2.1.2 Wärmeleitungsgleichung . . . . .	15
2.1.3 Analytische Lösungen (1D) . . . . .	16
2.2 Direkte Rekonstruktion mit Echo-defect-shape-Methode . . . . .	21
2.2.1 Alternative direkte Rekonstruktionsmethoden . . . . .	26
2.3 Indirekte Rekonstruktion mit der Levenberg-Marquardt-Methode . . . . .	29
2.3.1 Newton-Verfahren als Motivation (1D) . . . . .	29
2.3.2 Diskretisierung der Rückwandgeometrie und des Temperaturfeldes . . . . .	30
2.3.3 Herleitung des Gauss-Newton-Verfahrens (2D und 3D) . . . . .	33
2.3.4 Sensitivität: Bestimmung mit der Differenzenmethode . . . . .	35
2.3.5 Sensitivität: approximative Bestimmung mit der Broyden-Methode . . . . .	38
2.3.6 Regularisierung der Ableitungsmatrix . . . . .	40
2.3.7 Zusammenfassung der Levenberg-Marquardt-Methode . . . . .	43
2.3.8 Alternative indirekte Rekonstruktionsmethode . . . . .	44
<b>3 Experimentelles</b>	<b>47</b>
3.1 Messaufbau . . . . .	48
3.1.1 Messaufbau mit zwei Blitzlampen . . . . .	48
3.1.2 Messaufbau mit vier Blitzlampen . . . . .	50
3.2 Versuchseinrichtung . . . . .	50
3.2.1 Strahlungsdetektor . . . . .	51
3.2.2 Wärmequelle . . . . .	53
3.3 Probekörper: Bestimmung der Materialparameter . . . . .	61
3.3.1 Emissionsgrad (PVC) . . . . .	61
3.3.2 Wärmeübergangskoeffizient (PVC, Plakafarbe) . . . . .	63
3.3.3 Thermische Materialparameter des Volumens (PVC, Stahl) . . . . .	63

3.4	Probekörper: Beschreibung der Geometrie . . . . .	66
3.4.1	Defekte als Nutfräsung im PVC . . . . .	67
3.4.2	Defekte als Flachbodenbohrungen im PVC . . . . .	69
3.4.3	Künstlicher Defekt im Stahl . . . . .	69
3.4.4	Natürliche Defekte im Stahl . . . . .	70
3.5	Messfilme und Thermogramme . . . . .	73
3.5.1	Übersicht der Kamereinstellungen, Mittelungen und Glättungen . . . . .	73
3.5.2	Nutprobekörper . . . . .	76
3.5.3	Flachbodenbohrungen . . . . .	79
3.5.4	Stahl-Probekörper . . . . .	82
3.6	Messgenauigkeit . . . . .	84
3.6.1	Signal-Rausch-Verhältnis . . . . .	87
3.6.2	Rausch-Standardabweichung eines ungemittelten Datensatzes . . . . .	88
3.6.3	Rausch-Standardabweichung eines gemittelten Datensatzes . . . . .	90
3.6.4	Rausch-Standardabweichung für Messkonfigurationen . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Simulation mittels der Finite-Elemente-Methode</b>	<b>93</b>
4.1	Simulationsmodell eines PVC-Nutprobekörpers (2D) . . . . .	93
4.1.1	Anpassung der experimentell ermittelten Parameter . . . . .	99
4.1.2	Rechtfertigung für Definition der Sensitivität für die Inversion . . . . .	104
4.2	Simulationsmodell bei Flachbodenbohrungen (3D) . . . . .	105
4.3	Simulationsmodell bei Stahl-Probekörpern (2D) . . . . .	107
4.4	Simulationsgenauigkeit . . . . .	108
<b>5</b>	<b>Rekonstruktion in 2D (PVC)</b>	<b>111</b>
5.1	Optimaler Startwert . . . . .	112
5.2	Rekonstruktionsergebnisse . . . . .	117
5.3	Diskussion . . . . .	122
5.3.1	Reproduzierbarkeit der Inversion . . . . .	122
5.3.2	Konvergenzverhalten . . . . .	123
5.3.3	Glättung der Rückwandgeometrie innerhalb der Iteration . . . . .	134
5.3.4	Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“ . . . . .	136
5.3.5	Auswertung von synthetischen Daten . . . . .	140
5.3.6	Sensitivitätsanalyse Teil 1: Ableitungsmatrix . . . . .	145
5.3.7	Sensitivitätsanalyse Teil 2: Tikhonov-Regularisierung . . . . .	149
5.3.8	Mittelung der Messdaten . . . . .	152
5.3.9	Glättung des Startwertes . . . . .	155
5.3.10	Ideale Startwerte . . . . .	157
5.3.11	Startwerte für die Aspekte „Defektkante“ und „Defekttiefe“ . . . . .	159
5.3.12	Schlechte Startwerte . . . . .	161
5.3.13	Alternative indirekte Rekonstruktionsmethode . . . . .	164
5.3.14	Zusammenfassung der Diskussion . . . . .	165
<b>6</b>	<b>Rekonstruktion in 3D (PVC)</b>	<b>167</b>
6.1	Optimaler Startwert . . . . .	167
6.2	Rekonstruktionsergebnisse . . . . .	171
6.3	Diskussion . . . . .	173
6.3.1	Viertes <i>a priori</i> Wissen . . . . .	173
6.3.2	Iterative Echo-defect-shape-Methode . . . . .	174
6.3.3	Rotierte 2D-Rekonstruktionsergebnisse . . . . .	175
6.4	Zusammenfassung der Diskussion . . . . .	179



<b>7</b>	<b>Rekonstruktion bei Stahl</b>	<b>181</b>
7.1	Optimaler Startwert (3D und 2D) . . . . .	181
7.2	Rekonstruktionsergebnisse (2D) . . . . .	186
	<b>Zusammenfassung der Rekonstruktionsergebnisse</b>	<b>191</b>
<b>8</b>	<b>Ausblick</b>	<b>193</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>203</b>
<b>A</b>	<b>Weitere Verzeichnisse</b>	<b>205</b>
	Abkürzungsverzeichnis . . . . .	205
	Symbolverzeichnis . . . . .	207
	Tabellenverzeichnis . . . . .	209
	Abbildungsverzeichnis . . . . .	211
<b>B</b>	<b>Anhang zum technischen Inhalt</b>	<b>219</b>
B.1	Herleitung der Wärmeleitungsgleichung . . . . .	219
B.2	Greensche Funktionen . . . . .	220
B.3	Thermische Welle und Interferenz . . . . .	221
B.4	Standardabweichung . . . . .	221
B.5	Singulärwertzerlegung . . . . .	221
B.6	Messdaten der Flachbodenbohrungen . . . . .	222
<b>C</b>	<b>Anhang zur Autorin</b>	<b>225</b>
C.1	Eigene Veröffentlichungen und Publikationen . . . . .	225
C.2	Danksagung . . . . .	226
C.3	Lebenslauf . . . . .	228



# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Stand der Technik: zerstörungsfreie Prüfung von Wanddicken

Die einseitige Bestimmung von Wanddicken ist in vielen Bereichen der Industrie wichtig für die Sicherheit und Qualitätssicherung von Anlagen. Ziel ist es, die Dichtheit der Komponente zu garantieren, um einerseits den Austritt gefährlicher Stoffe zu vermeiden und andererseits den Verlust wertvoller Flüssigkeiten oder Gase zu verhindern. Bei Rohren, Druckbehältern und chemischen Anlagen hat man für eine Prüfung der Wanddicke in der Regel nur Zugang von der Außenwand – abgesehen von Rohrprüfungen z. B. mittels Ultraschallsonden (sogenannte Molche), welche in den Produktstrom durch die Rohre geleitet werden. Um die Wanddicke für ein Profil oder flächendeckend, d. h. die Rückwandgeometrie, zu bestimmen, gibt es verschiedene Verfahren der zerstörungsfreien Prüfung (ZfP). Einige Verfahren der ZfP beruhen auf akustischen Wechselwirkungen, z. B. die Ultraschallprüfung und die Schallemissions-Prüfung, oder auf magnetischen und elektrischen Wechselwirkungen, z. B. die Fehlerprüfung mit Wirbelstrom. Ferner gibt es die Durchstrahlungsprüfungen, z. B. mit Röntgen- oder Mikrowellenstrahlung (nicht für Metalle), und visuelle Auswertungen, z. B. die Riss- und Porenprüfung nach dem Eindringverfahren [DPSD06].

Zur Wanddickenbestimmung wird zur Zeit hauptsächlich die Ultraschallprüfung eingesetzt [DINd], da sie für die üblichen Wanddicken (1.2-250 mm) eine gleichmäßige Messgenauigkeit innerhalb der gesamten Wanddicke erlaubt. Unter geeigneten Bedingungen liegt die Fehlertoleranz der Wanddickenmessgeräte mit Ultraschall unter  $\pm 0.01$  mm. Teilweise werden Rohrwände auch mit der Röntgenprüfung untersucht, wobei dieses Verfahren bevorzugt für das Entdecken von inneren voluminösen Fehlstellen [DINf] angewendet wird. Bei kleinen Rohrdurchmessern werden Rohrwände mitunter auch mit der Röntgen- bzw. mit der Wirbelstromprüfung untersucht [DINe].

Seit wenigen Jahren gehört die Thermografie zu den etablierten Verfahren der ZfP, um Bauteile und Werkstücke zu charakterisieren. Bei der Thermografie wird der Probekörper erwärmt oder abgekühlt, und die thermische Antwort wird mit einer Infrarot-Kamera zeit- und ortsauflösend gemessen und evaluiert. Die Infrarot-Kamera misst für diskrete Zeitpunkte elektromagnetische Strahlung innerhalb eines Spektralbereichs, welche bei bekannten Oberflächenparametern einen Rückschluss auf die Temperatur des Messobjektes erlaubt. Der Vorteil der Thermografie gegenüber der Ultraschallprüfung ist, dass sie berührungslos funktioniert, sodass sie auch bei kontaktempfindlichen oder nicht direkt zugänglichen Oberflächen Anwendung findet. Damit sind Heißprüfungen mit Thermografie weniger aufwändig durchführbar als mit der Ultraschallprüfung, bei welcher das Koppelmittel zwischen Prüfkopf und heißem Material (z. B. Zinkkessel mit Temperaturen  $>300^{\circ}\text{C}$ ) aufwendig gekühlt werden muss und der Verschleiß des Prüfkopfs besonders hoch ist. Außerdem sind Schichtsysteme unterschiedlicher Materialien vergleichsweise

schwierig mit Ultraschall zu prüfen, da die Schallwelle an jeder Grenzschicht reflektiert wird und damit das Störsignal eines Defektes überlagert werden kann (z. B. bei den Wänden eines Reaktordruckbehälter im Nuklearkraftwerk, bei Kesseln wegen der chemischen Schutzschicht), wobei jedoch Materialwechsel auch die Prüfung mit Thermografie zu einem gewissen Maße beeinträchtigen. Ein weiterer Vorteil ist, dass die Thermografie direkt bildgebend abläuft, sodass sie höhere Messgeschwindigkeiten ermöglicht, im Gegensatz zur Ultraschall- und zur Wirbelstromprüfung. Der Vorteil der Thermografie gegenüber der Durchstrahlungsprüfung mit Röntgenstrahlung ist, dass sie auch auf ein Prüfteil angewendet werden kann, welches nicht von allen Seiten zugänglich ist, z. B. eine Flugzeugverkleidung. Außerdem erfordert die aktive Thermografie einen weniger komplexen Aufbau und keinen besonderen Strahlenschutz (bis auf Laser-Thermografie).

Es gibt verschiedene thermische Verfahren, um quantitative Parameter wie die Geometrie eines Prüfteil oder seine thermischen Materialparameter zu detektieren. Die passive Thermografie nutzt vorhandene thermische Energien, z. B. die Sonne, welche Gebäudefassaden oder Windkraftanlagen erwärmt und es werden nahezu stationäre (d. h. zeitunabhängige) Temperaturverteilungen gemessen. Für die aktive Thermografie wird das Prüfteil auf geeignete Weise erwärmt oder abgekühlt, um eine bewusste Störung des thermischen Gleichgewichts zu erzeugen (instationäre Temperaturverteilungen). Die aktive Thermografie, wie z. B. die Impuls-Thermografie, wird breitgefächert angewendet, da sie eine sehr schnelle Prüfung ermöglicht. Die Dauer eines kurzen thermischen Impulses reicht von wenigen Millisekunden für oberflächennahe Untersuchungen (oft bei thermisch stark leitfähigen Materialien so wie Metall [SK02]) bis zu einigen Minuten für Untersuchungen von tieferen Schichten (oft für schwach leitfähige Materialien so wie Beton [MAR07]). Um ein Prüfteil thermisch anzuregen, kann man sichtbare oder infrarote Strahlung verwenden (Blitzlampen, Halogenlampen, Infrarotstrahler, Laser). Eine Norm für die Blitzthermografie ist in Arbeit. Ferner, abhängig vom Material, sind auch andere Verfahren wie elektromagnetische Induktion oder Ultraschall zur Anregung geeignet [HBM<sup>+</sup>10][RWB98]. Häufig werden Blitzlampen verwendet: Ein kurzer Lichtimpuls, welcher von der Blitzlampe ausgeht, erwärmt das Prüfteil. Mit dieser Art von Erwärmung existiert für die Prüfung von Bauteilen aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (CFK) ein ASTM-Standard [Pat07]. Die Analyse der Oberflächentemperatur nach der Erwärmung ermöglicht es, Inhomogenitäten zu detektieren: Die Oberflächentemperatur fällt, solange wie die Wärmeenergie ins Innere eines Prüfteils abfließen kann. Aus der messbaren Oberflächentemperatur einen quantitativen Rückschluss über die Rückwandgeometrie ziehen zu können, wird in dieser Arbeit als Rekonstruktion bezeichnet. Auch Materialeigenschaften wie die Temperaturleitfähigkeit oder Informationen über die Größe und Tiefe von inneren Hohlstellen können unbekannte Parameter darstellen, welche aus thermografischen Daten rekonstruiert werden sollen.

Eine Übersicht der Methoden zur quantitativen Datenanalyse der Impuls-Thermografie bieten Maldague [Mal01], Sun [Sun06], Omar [OZ08] und Zeng [ZZT<sup>+</sup>12]. Zum Beispiel wird der Kontrast (als absolute Temperaturdifferenz) zwischen einem rückseitig defektfreien und einem rückseitig defekten Gebiet ausgewertet und der Zeitpunkt des Maximums des Kontrastes bzw. der ersten Ableitung des Kontrastes analysiert [RJV98][RMH98]. Eine weitere Methode, welche aus der eindimensionalen Wärmeleitungsgleichung hergeleitet wird, ist die Analyse des relativen Kontrastes. Vavilov [VGB<sup>+</sup>96], Grinzato [GVBM07], Lugin [LN07], Marinetti [MV10] und Götschel [GWM<sup>+</sup>13] rekonstruierten die Wanddicke eines Prüfkörpers und konnten somit Defekte an der Rückwand detektieren. Alle diese Methoden sind direkt (d. h. ohne zusätzliche Berechnung von Temperaturdaten) und schnell, da sie auf der Theorie einer eindimensionalen Wärmeleitung basieren (bis auf die Erweiterung durch [GWM<sup>+</sup>13]). Damit ist die Genauigkeit der Rekonstruktion von der Defektgröße und -form abhängig. Außerdem beruhen diese Methoden auf der Kenntnis eines defektfreien Gebietes. Wenn keine Kontraste ausgewertet werden können, da ein defektfreies Gebiet fehlt oder unbekannt ist, dann führt das Maximum der zweiten Ableitung der Temperatur zu einer alternativen Auswertung [Sun06][OZ08]. Die

jüngst veröffentlichte Methode von Zeng [ZZT<sup>+</sup>12] wertet die erste Ableitung der skalierten Temperatur aus; ebenso ohne Kenntnis eines defektfreien Gebietes. Einen weiteren empirischen Ansatz bietet die Analyse des zeitlichen Temperaturverlaufes im Frequenzbereich. Mit der Puls-Phasen-Thermografie wird die Defekttiefe aus dem Verschwinden des Kontrastes im Frequenzbereich rekonstruiert [MAR<sup>+</sup>06]. Um die Auflösung für eine bestimmte Tiefe zu verbessern, kann auch die LockIn-Thermografie angewendet werden: Die Phasenverschiebung zwischen der harmonischen Anregung und der daraus resultierenden Temperaturmodulation reagiert empfindlich auf Defekte unter der Oberfläche [WB98]. Die Puls-Phasen- und die LockIn-Thermografie ermöglichen Prüfungen von Wanddicken mit ähnlicher Genauigkeit wie die Impuls-Thermografie [PA08]. Die zwei- bzw. dreidimensionale Ausbreitung der Wärmediffusion wird in diesen Methoden nicht berücksichtigt; bzw. auf vereinfachte Weise berücksichtigt [GWM<sup>+</sup>13].

Um die Genauigkeit der Rekonstruktion bezüglich lateraler Wärmediffusion zu erhöhen, müssen komplexere physikalische Gesetze, wie die zwei- bzw. dreidimensionale Wärmeleitungsgleichung, betrachtet werden. Lugin rekonstruiert Rückwandgeometrien, d. h. die Wanddicke über die gesamte Breite eines Prüfteils, wobei sich die Wanddicken für unterschiedliche Oberflächenpunkte gegenseitig beeinflussen [LN07]. In einer iterativen Methode werden berechnete Temperaturdaten auf einem schlaun Umweg an die Messdaten angepasst. Gesetze über das Konvergenzverhalten dieser Iteration existieren jedoch nicht. Im Gegensatz dazu bietet die Theorie der Optimierung, z. B. die Methode der kleinsten Quadrate, eine fundierte Theorie über das Konvergenzverhalten. Diese iterativen Methoden vergleichen berechnete Daten mit experimentellen Daten auf direkte Weise. Dabei wird die 2D/3D-Wärmeleitungsgleichung als nicht-lineares, schlecht-gestelltes Problem betrachtet [EHN00]. Iterative Rückwandrekonstruktionen mittels Optimierungsmethoden findet man von Banks [BKW90] und Bison [BCG10]. Zusätzlich zu den Optimierungsmethoden bieten Inversionsmethoden einen alternativen Ansatz, um nicht-lineare Probleme zu lösen. Dazu wird die Fragestellung, wie aus Messdaten der Impuls-Thermografie die Rückwandgeometrie rekonstruierbar ist, als inverses Problem betrachtet; mehr dazu im folgenden Kapitel.

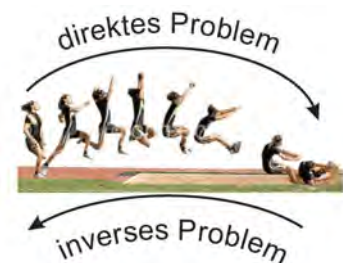
## 1.2 Stand der Technik: Inverse Probleme

Ein inverses Problem oder eine Inversion bezeichnet das

Schließen auf eine Ursache, deren Wirkung beobachtet wurde [Rie03].

Das inverse Problem stellt also eine Umkehrung eines direkten Problems dar, welches durch eine relativ einfache Lösbarkeit mittels bekannter Gesetzmäßigkeiten und durch eine eindeutige Lösung charakterisiert wird. In Abbildung 1.1 ist der Weitsprung als skizzenartiges Beispiel aus dem Alltag für ein direktes Problem gezeigt. Aus der Absprungposition, der Geschwindigkeit und dem Absprungwinkel lässt sich die Weite bestimmen. Umgekehrt jedoch lässt sich aus der Weite nicht eindeutig die Absprungposition, die Geschwindigkeit und der Absprungwinkel bestimmen. Denn es gibt unterschiedliche Kombinationen dieser Parameter, welche zur gleichen Weite führen. Das Rückwärts-springen eines Weitsprungs stellt also ein weitaus schwierigeres Problem dar als die normale Vorwärtsrichtung.

Ein typisches Charakteristikum eines inversen Problems ist seine Schlecht-Gestelltheit [EHN00]. Schlecht-Gestelltheit bedeutet Folgendes:

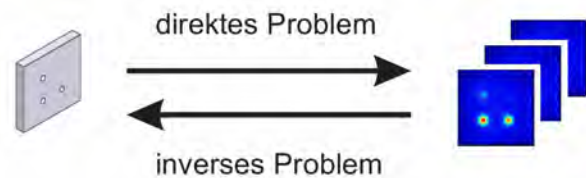


**Abbildung 1.1:** Weitsprung als inverses Problem

- das inverse Problem hat entweder keine Lösung im strengen Sinne,
- die Lösung des inversen Problems könnte nicht eindeutig sein,
- und/oder die Lösung hängt nicht stetig von den gegebenen Daten der beobachtbaren Wirkung ab, d. h. eine kleine Änderung in den Daten (z. B. durch Rauschen) hat eine große Änderung in der Lösung zur Folge.

Die Unstetigkeit führt zu einem ernsthaften numerischen Problem, für welches eine Behebung in allgemeiner Form existiert: Die Regularisierung des Problems. Einführende Literatur in Regularisierungsmethoden bieten z. B. Rieder [Rie03] und Engl [EHN00]. Um die deterministischen Ansätze durch probabilistische Methoden zu ergänzen, bietet Kaipio [KS04] die einführende Literatur. Typische Anwendungsfelder von Inversionsmethoden finden sich z. B. in der Geophysik [Blo09][Par94], in der medizinischen Bildgebung [Nat01] und in den Ingenieurwissenschaften [Jou].

Abbildung 1.2 symbolisiert das direkte Problem dieser Arbeit: für eine bekannte Geometrie eines Probekörpers ist mittels der Wärmeleitungsgleichung das Temperaturfeld unter bestimmten experimentellen Bedingungen eindeutig bekannt und lösbar. Die Umkehrung lautet, aus experimentell gewonnenen thermografischen Messdaten der zerstörungsfreien Prüfung die Rückwandgeometrie rekonstruieren zu können. Für dieses inverse Problem wird im Rahmen



**Abbildung 1.2:** Inverses Problem: Rekonstruktion einer Rückwandgeometrie (links) aus thermografischen Daten (rechts)

dieser Arbeit erstmalig eines der klassischen Verfahren der inversen Probleme, die Levenberg-Marquardt-Methode, erfolgreich angewendet. Die Levenberg-Marquardt-Methode beruht auf einer Minimierung des linearisierten direkten Problems innerhalb einer bevorzugten Umgebung (Trust-Region). Die Levenberg-Marquardt-Methode wird zu den deterministischen Verfahren gezählt, ergibt sich jedoch genauso auch als Spezialform eines stochastischen Ansatzes [KS04, S. 79].

Die Levenberg-Marquardt-Methode hat den Vorteil, dass sie im Gegensatz zu den gängigen direkten Verfahren auf der mehrdimensionalen Betrachtung der Wärmeleitungsleitung basiert. Außerdem ist die Levenberg-Marquardt-Methode theoretisch erweiterbar und kann dann für eine breitere Klasse von Defekten angewendet werden, z. B. für rückseitige Defekte mit Unterhöhlung der Rückwand und für innere voluminöse Defekte (z. B. Einschlüsse). Ferner gilt diese Methode als zuverlässig, da sie zu den klassischen inversen Methoden für nicht-lineare, schlecht-gestellte Probleme zählt. Für diese Methode existieren bewiesene Aussagen über die Konvergenz [KNS08].

Damit leistet die Levenberg-Marquardt-Methode dieser Arbeit einen Beitrag zur Suche eines „Goldstandards“ für alle Defektformen und -positionen. Der „Goldstandard“ soll ein erweiterbarer Algorithmus sein, dessen Rekonstruktionen zuverlässig mit der Wirklichkeit übereinstimmen, wobei das Kriterium der Zeiteffizienz vernachlässigbar ist. An diesem „Goldstandard“ lassen sich dann schnelle Rekonstruktionsmethoden vergleichen, welche meist auf die Detektion von bestimmten Defektformen und -positionen spezialisiert sind. Die Idee eines gesplitteten Regularisierungsparameters ist neu, optimierte die Levenberg-Marquardt-Methode und war entscheidend für die zufriedenstellenden Rekonstruktionsergebnisse, welche in dieser Arbeit gezeigt werden.

Welche Verfahren kommen noch als „Goldstandard“ der Thermografie in Frage? Weitere Verfahren, welche auf einer mehrdimensionalen Betrachtung der Wärmeleitungsgleichung

basieren und anhand experimenteller Daten untersucht worden sind, sind eine sogenannte Fixpunktgleichung in [LN07], eine Optimierungsmethode in [BKW90] und eine Helmholtzgleichungen in [BCG10]. Die eindeutig erfolgreichen Rückwandrekonstruktionen sind eher in [LN07] und [BKW90] zu finden; der Algorithmus in [LN07] ist aber nicht erweiterbar auf allgemeinere Defektformen. Quantitative Aussagen über die rekonstruierte Rückwand existieren außerdem nur in [BKW90] und sind leider spärlich (und zwar für eine einzige Rückwandrekonstruktion, welche durch fünf diskrete Werte gegeben ist). Die Umsetzung der Optimierungsmethode vernachlässigt bei der Simulation der Temperatur eine Verfeinerung der Gitterauflösung an der Randschicht und die Wärmeverluste durch Konvektion und Strahlung.

**Numerische Experimente:** Marcuzzi [MM08] führte numerische Experimente durch und rekonstruierte anhand der simulierten Temperaturdaten die Rückwandgeometrien mittels der Levenberg-Marquardt-Methode. Es wurden jedoch keine Ergebnisse mit experimentell gewonnenen Daten gezeigt, welche im Gegensatz zu simulierten Temperaturdaten einen nicht vernachlässigbaren Messfehler besitzen. Marcuzzi benutzt ein adaptives Gitter, welches innerhalb eines Predictor-Corrector-Verfahrens implementiert wurde. Weitere numerische Experimente findet man in [BC05]; ferner wird die Eindeutigkeit der Lösung des inversen Problems gezeigt; Details dazu folgen.

Die Levenberg-Marquardt-Methode wird in verschiedensten Feldern erfolgreich angewendet (z. B. in den Geowissenschaften [Han97] und in der Chemie [BLSF96]). Bevor wir zu den Details dieser Anwendung kommen, werden im folgenden Unterkapitel weitere inverse Probleme im Zusammenhang mit der Wärmeleitung genannt.

### 1.2.1 Inverse Wärmeleitungsprobleme

Zur Einführung in inverse Probleme im Zusammenhang mit der Wärmeleitungsgleichung eignen sich folgende Referenzen [BBJ85][KN95][Ozi00][Ali11][Gry11]. Bei der Inversion von Wärmeleitungsproblemen muss berücksichtigt werden, dass sich kleine sowie örtlich eng abgegrenzte Veränderungen in der Temperaturverteilung mit der Zeit ausgleichen und einen deutlich geringeren Einfluss auf die spätere Temperaturverteilung haben als globale Temperaturgradienten, d. h. örtliche und zeitliche Informationen bleiben bei dem Diffusionsprozess nicht vollständig erhalten. Die Lösung des inversen Problems hängt also stark auch von kleinen Änderungen der Messdaten ab. Generell gilt, dass inverse Probleme der Wärmeleitung schlecht-gestellt [Ozi00] sind.

Viele Beispiele der inversen Wärmeleitungsprobleme kommen aus der Luft- und Raumfahrtindustrie, wo inverse Wärmeleitungsprobleme häufig in folgender Form auftreten: es soll der zeitliche Verlauf des Wärmestromes an der Oberfläche eines wärmeleitenden Materials bestimmt werden. Für die Berechnungen werden dazu die Temperaturmessungen im Innern des Materials ausgenutzt [BBJ85][Ozi00]. Diese Fragestellungen zu den Randwerten treten zum Beispiel bei der Untersuchung des Neueintritts einer Wärmeabschirmung in die Erdatmosphäre auf.

Die Inversion zur Rückwandrekonstruktion wurde nur für den stationären Fall betrachtet [KN95][Rie03] im Vergleich zu der Problemstellung in dieser Arbeit (instationärer Fall, d. h. Zeitabhängigkeit). Denn die Rekonstruktion der Geometrie gehört im Vergleich mit den Rekonstruktionen von Wärmequellen, von Materialparametern, von Anfangswerten und Randwerten zu den am schwersten löslichen inversen Problemen [Gry11]. Zum Beispiel soll die Wanddicke eines Hochofens aus Temperaturmessungen im Innern des Wandmaterials bestimmt werden. Da die Temperaturverteilung der Wand als zeitunabhängig angesehen werden kann, ist die Frage-

stellung vereinfacht und mit der stationären Wärmeleitungsgleichung beschreibbar. Die Methode zur Lösung kann nicht auf die instationäre Wärmeleitungsgleichung übertragen werden, welche in dieser Arbeit das inverse Problem definiert, da die Gleichungen sich fundamental in ihrer Struktur unterscheiden.

### 1.2.2 Eindeutigkeit des inversen Problems

Inverse Probleme sind oft nicht eindeutig lösbar. Zum Beispiel ist in der zerstörungsfreien Prüfung die 3D-Rekonstruktion von Stromdichten anhand von Magnetfeldmessungen nicht eindeutig lösbar [Wik96]: Mehrere Stromdichteverteilungen führen auf die gleiche Magnetfeldverteilung. Um dieses inverse Problem zu lösen, bietet sich daher der probabilistische Ansatz besonders an. Jedoch ist in dieser Arbeit das inverse Problem eindeutig lösbar (2D und 3D) [BC05]. Denn eine einzige defekte Rückwandgeometrie – ohne Unterhöhungen der Rückwand durch den Defekt – führt zu einer bestimmten Temperaturfeldverteilung. Daher wird in dieser Arbeit der deterministische Ansatz gewählt. Das inverse Problem in dieser Arbeit ist also aufgrund seiner Instabilität bezüglich geringer Änderungen an den auszuwertenden Daten schlecht-gestellt, und nicht aufgrund seinem Mangel an Eindeutigkeit.

Es muss erwähnt werden, dass die Eindeutigkeitsaussage nur für rauschfreie Daten gilt. Denn das Messrauschen hebt die Eindeutigkeitsaussage eines jeden inversen Problems auf [Wik96]. Damit sind die erfolgreichen Rekonstruktionsergebnisse dieser Arbeit umso mehr von Bedeutung.

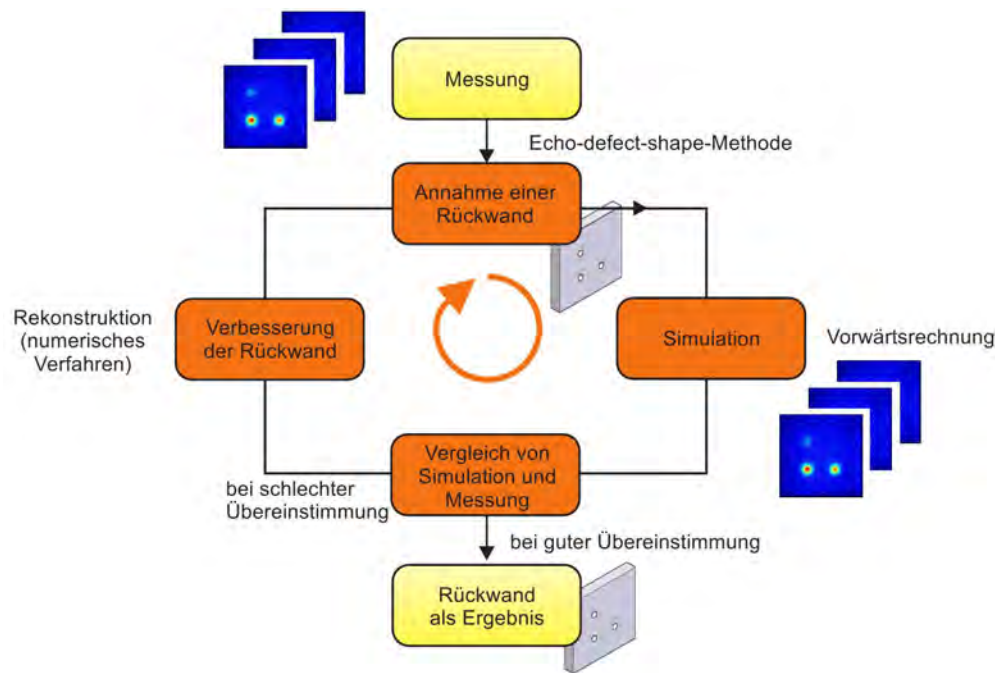
### 1.2.3 Iteratives Inversionsverfahren

Die Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode zur Rückwandrekonstruktion beinhaltet Folgendes:

- Die Messung liefert den zeitlichen Verlauf der Temperatur auf der zugänglichen, vorderseitigen Oberfläche des Materials nach einer impulsartigen Erwärmung.
- Die Levenberg-Marquardt-Methode nutzt diese Messdaten aus, um die Geometrie des gesamten Materials zu berechnen. Das heißt, die Geometrie des unzugänglichen Teils der Oberfläche (die Rückseite) des Materials wird rekonstruiert: die Rückwandgeometrie.

Die Levenberg-Marquardt-Methode ist ein iteratives Inversionsverfahren. Abbildung 1.3 zeigt den vollständigen Ablauf der Inversion, welcher mit der Messung zur Gewinnung der experimentellen Daten (blaue Symbole) beginnt, Kapitel 3.





**Abbildung 1.3:** Vollständiger Ablauf der Inversion

Aus den Messdaten wird eine grobe Approximation der Rückwandgeometrie (graues Symbol) mittels eines direkten Rekonstruktionsverfahrens gewonnen, Kapitel 2.2. Als nächstes wird eine Simulation des Experimentes für die angenommene Geometrie durchgeführt, d. h. das direkte Problem wird für die aktuell angenommene Geometrie gelöst (Vorwärtsrechnung), Kapitel 4.1. Durch einen Vergleich vom simulierten und experimentellen Temperaturfeld in Ort und Zeit wird die Rückwandgeometrie mit Hilfe der Levenberg-Marquardt-Methode verbessert, Kapitel 2.3. Die Vorwärtsrechnung und die Rekonstruktion werden iterativ durchgeführt. Die Iteration wird beendet, sobald das simulierte und das experimentelle Temperaturfeld miteinander übereinstimmt. Dieses Abbruchkriterium ist als Diskrepanzprinzip bekannt, Kapitel 2.3.7 – weitere Abbruchkriterien werden diskutiert. Damit ist die Rückwand erfolgreich aus thermografischen Daten rekonstruiert. Typisch für inverse Probleme ist die Anwendung von *a priori* Wissens über die zu rekonstruierende Rückwandgeometrie, welches schon vor Beginn des Inversionsverfahrens als bekannt gilt. Dies erleichtert im Allgemeinen eine erfolgreiche Rekonstruktion. Teile dieses *a priori* Wissen folgen aus der Untersuchung im Kapitel 2.

Das folgende Kapitel 2 über die Theorie der Rückwandrekonstruktion umschließt direkte Rekonstruktionsmethoden, welche allein auf Messdaten angewendet werden, und indirekte Rekonstruktionsmethoden, welche zusätzlich den Vergleich mit den simulierten Daten benötigen. Diese Methoden gehören eigentlich auch zum Stand der Technik, wurden aber in der Arbeit tiefer untersucht und optimiert.



**Abbildung 1.4:** Zwei Schnecken. Eine der beiden prüft die Wanddicke des Schneckengehäuses, welches für sie glücklicherweise nicht nur von außen sondern auch von innen auf sensorische Weise zugänglich ist. Mit freundlicher Genehmigung [Pet95]

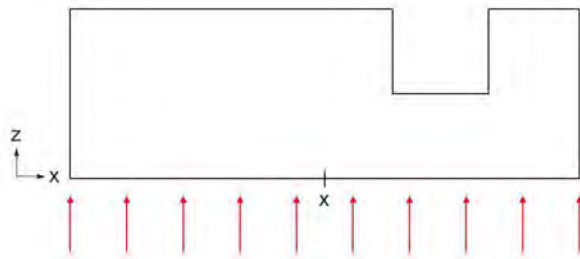


# Kapitel 2

## Theorie zur Rückwandrekonstruktion

In diesem Kapitel 2 werden Methoden zur Rekonstruktion einer Rückwand aus thermografischen Daten der Impuls-Thermografie beschrieben. Die Methoden gehören eigentlich auch zum Stand der Technik, wurden aber von mir tiefer untersucht und optimiert.

Die Problemstellung wird anhand eines Profils eines zu untersuchenden Festkörpers beschrieben. Abbildung 2.1 zeigt das Profil eines Wandausschnittes, welches an der Vorderseite bei  $z = 0$  mm impulsartig erwärmt wird (rote Pfeile). Vor der Erwärmung stimmt die Temperatur des Festkörpers mit der Raumtemperatur überein. Die Erwärmung der Vorderseite verursacht durch Wärmeleitung eine Erwärmung des Materials auch im Inneren. Dabei beeinflusst die Geometrie des Festkörpers die Verteilung der Wärme im Inneren, d. h. die Diffusion. In der Abbildung ist zu sehen, dass die Wand eine unterschiedliche Dicke  $z$  besitzt, da sie einen rückseitigen Defekt besitzt. Dieser Defekt verursacht – bei genügend starker Erwärmung – eine messbare inhomogene örtliche Temperaturverteilung an der Vorderseite. Durch Auswertung des gemessenen zeitlichen Temperaturverlaufes an der Vorderseite soll der rückseitige Defekt detektiert und die genaue Rückwandgeometrie rekonstruiert werden.



**Abbildung 2.1:** Wand mit rückseitigem Defekt und einer thermischen Anregung an der Vorderseite  $z = 0$  mm

Im ersten Kapitel 2.1 wird dazu in die Grundlagen des Wärmetransportes im Inneren und an der Oberfläche eines Festkörpers eingeführt. Im zweiten Kapitel 2.2 werden direkte Rekonstruktionsverfahren genannt, welche aus zeitlichen Temperaturdaten nach einer impulsartigen Erwärmung die Wanddicke eines Probekörpers berechnen. Um eine genauere Berechnung der Wanddicke – speziell einer örtlich variierenden Wanddicke (Rückwandgeometrie) – erreichen zu können, wird im dritten Kapitel 2.3 ausführlich das klassische, aber optimierte Inversionsverfahren, die Levenberg-Marquardt-Methode, beschrieben.

### 2.1 Grundlagen des Wärmetransportes

Im ersten Unterkapitel 2.1.1 werden die Materialparameter des Wärmetransportes und die zur Erklärung notwendigen Begriffe definiert. Dabei wird u. a. das Plancksche Strahlungsgesetz

erläutert, welches die radiometrische Ermittlung der Temperatur ermöglicht. Im zweiten Unterkapitel 2.1.2 wird die dreidimensionale Wärmeleitungsgleichung aufgestellt. Im dritten Unterkapitel 2.1.3 wird die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung für interessante Spezialfälle gelöst.

### 2.1.1 Definition der Materialparameter

Unter Wärmetransport (oder Wärmeübertragung) versteht man den Energietransport, welcher zwischen Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen unterschiedlicher Temperatur von der hohen zur niedrigen Temperatur erfolgt. Dies sind die möglichen Transportarten von Wärme:

- Wärmeleitung: Molekularer, von Stoffteilchen zu Stoffteilchen (z. B. mittels Gitterschwingungen) erfolgender Transport von Wärme unter der Wirkung eines Temperaturgefälles.
- Konvektion: Durch makroskopische Strömungsvorgänge erfolgender Transport von Wärme in Flüssigkeiten und Gasen.
- Wärmestrahlung: Durch Emission und Absorption elektromagnetischer Strahlung erfolgender Transport von Wärme (zwischen Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen möglich) [Wag11].

**Im Innern:** Zunächst werden die Materialparameter und Begriffe eingeführt, welche hauptsächlich den Wärmetransport im Inneren eines Festkörpers beschreiben. Der Wärmetransport im Inneren eines Festkörpers beruht allein auf der Wärmeleitung.

- Die Wärmeenergie  $Q$  [J] ist die kinetische Energie der ungeordneten Atom- oder Molekülbewegung eines Stoffes.
- Die Wärmeenergiedichte  $e$  [J/m<sup>2</sup>] beschreibt die übertragene Wärmeenergie je Übertragungsfläche  $A_0$ .
- Die Wärmestromdichte  $q$  [W/m<sup>2</sup>] (oder Wärmefluss) beschreibt die übertragene Wärmeenergie  $Q$  je Übertragungsfläche  $A_0$  und Zeiteinheit  $\Delta t$ :

$$q = \frac{Q}{A_0 \cdot \Delta t} \quad (2.1)$$

Obwohl die Wärmestromdichte  $q$  eigentlich eine Leistungsdichte ist, wird sie in der Literatur üblicherweise mit  $q$  bezeichnet.

- Die Temperaturangabe  $T(x, y, z, t)$  [K] wird als Differenz zur Raumtemperatur ausgedrückt, wird oft für den Ort  $(x, y, z)$  [m<sup>3</sup>] und die Zeit  $t$  [s] angegeben und wird in diesem Fall als Temperaturfeld bezeichnet. Das Temperaturfeld für einen festen Ort bzw. für einen festen Zeitpunkt wird meist als Temperaturabfall  $T(t)$  bzw. als Temperaturverteilung  $T(x, y)$  oder -linie  $T(x)$  bezeichnet. Der Temperaturgradient wird mit

$$\nabla T(x, y, z, t) = \left( \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x}, \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y}, \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right) \quad (2.2)$$

beschrieben und ist ein Vektor mit drei Einträgen, der die erste Ableitung nach den Ortskoordinaten enthält. Der Laplace-Operator lautet

$$\Delta T(x, y, z, t) = \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2}. \quad (2.3)$$

Für eine reelle Funktion einer einzigen Variable (z. B.  $x$ ) entspricht der Laplace-Operator der zweiten Ableitung. Für eine reelle Funktion mehrerer Variablen (z. B.  $x, y$  und  $z$ ) liefert der Laplace-Operator für die zweite Ableitung (die sogenannte Hesse-Matrix) ein skalares Maß (nämlich die Spur der Hesse-Matrix).

- Die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  [W/(m K)] beschreibt das proportionale Verhältnis des Temperaturgradienten zur Wärmestromdichte und ist stark temperaturabhängig. Das Fouriersche Gesetz besagt:

$$-\lambda(T) \cdot \nabla T(x, y, z, t) = q(x, y, z, t). \quad (2.4)$$

Die Wärmeleitfähigkeit ist das Analogon des elektrischen Leitwerts des elektrischen Stromes für den Wärmestrom. Materialien mit einer niedrigen Wärmeleitfähigkeit eignen sich als Wärmedämmstoffe im Bauwesen, da sie für einen statischen Temperaturgradienten wenig Wärmeenergie von der warmen zur kalten Seite ableiten.

- Die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  [J/(kg K)] definiert die Energie  $\Delta Q$ , welche  $m = 1$  kg Masse zugeführt werden muss, um eine Temperaturerhöhung von 1 K zu erzielen:

$$c_p = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T} \quad (2.5)$$

Je größer die spezifische Wärmekapazität ist, desto mehr Energie ist für die Temperaturerhöhung notwendig. Außerdem ist die spezifische Wärmekapazität temperaturabhängig.

- Die Temperaturleitfähigkeit  $a$  [m<sup>2</sup>/s] beschreibt in der noch folgenden Wärmeleitungsgleichung die Diffusion im Inneren eines Materials, d. h. das Verhältnis der örtlichen Temperaturänderung (zweiten Grades) zur zeitlichen Temperaturänderung. Die Temperaturleitfähigkeit  $a$  ist definiert durch:

$$a(T) = \frac{\lambda(T)}{\rho(T) \cdot c_p(T)} \quad (2.6)$$

Da alle hier vorkommenden Materialparameter wie Dichte  $\rho$ , spezifische Wärmekapazität  $c_p$  und vor allem die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  temperaturabhängig sind, ist auch die Temperaturleitfähigkeit temperaturabhängig.

**An der Oberfläche:** Es folgen die möglichen Transportarten von Wärmeenergie an der Oberfläche eines Festkörpers.

- Wärmeleitung durch einen direkten Kontakt zu einem Festkörper, z. B. an der Auflagefläche eines Materials, welcher bei dem Messaufbau dieser Arbeit vernachlässigbar ist.
- Konvektion, d. h. durch Stofftransport im umgebenden Fluid; in dieser Arbeit an die umgebende Luft ohne äußere Einwirkung (freie Konvektion). An warmen Oberflächen entsteht eine Auftriebsströmung, da die erwärmten, wandnahen Fluidschichten leichter als die weiter entfernt liegenden Schichten sind [Wag11].
- Elektromagnetische Strahlung, welche an den Oberflächen emittiert und absorbiert wird. Die emittierten Wellenlängen sind abhängig von der Temperatur des Festkörpers, was im Folgenden durch das Plancksche Strahlungsgesetz gezeigt wird.

Nun folgen die Parameter und Begriffe, welche den Wärmetransport an der Oberfläche eines **schwarzen Körpers** beschreiben:

- Jedes Material mit endlicher Temperatur absorbiert und emittiert elektromagnetische Strahlung. Ein schwarzer Körper ist ein Objekt, welches vollständig und winkelnunabhängig die einfallende elektromagnetische Strahlung aller Wellenlängen absorbiert und genauso vollständig und winkelnunabhängig emittiert [HSM10].

- Den Zusammenhang zwischen der Temperatur eines schwarzen Körpers und dem Spektrum der von ihm emittierten elektromagnetischen Strahlung wird durch das Plancksche Strahlungsgesetz

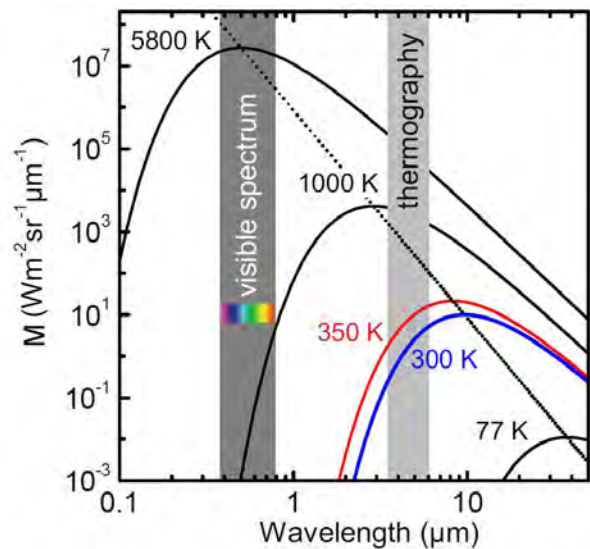
$$M(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left[ \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (2.7)$$

beschrieben; hier in der Frequenzdarstellung der spektralen spezifischen Strahlung  $M$  [W/(m<sup>3</sup> sr)] eines schwarzen Körpers der absoluten Temperatur  $T$  für die Frequenz  $\nu$ . Die Strahlung  $M$  bezeichnet die ausgestrahlte Leistungsdichte bezüglich des Raumwinkels  $d\Omega$  [sr], dem Frequenzintervall  $d\nu$  [1/m] und der Oberfläche  $dA_0$  [m<sup>2</sup>]. Als Naturkonstanten kommen dabei vor:

- das Plancksche Wirkungsquantum  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  J·s
- die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum  $c = 2.998 \cdot 10^8$  m/s
- die Boltzmannkonstante  $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23}$  J/K.

Die Herleitung dieser Formel, welche als Geburt der Quantentheorie angesehen wird, ist in [Zie09] zu erläutern.

In Abbildung 2.2 sieht man die spektrale spezifische Strahlung  $M$  für Temperaturen zwischen der von flüssigem Stickstoff (77 K) und der Sonnenoberfläche (5800 K), welche das sichtbare Spektrum definiert (dunkelgrauer Balken). In dieser Arbeit ist die Detektion von Temperaturen von ca. 300 bis 350 K interessant. Damit liegen die zu detektierenden Wellenlängen hauptsächlich im mittleren und langwelligen IR-Bereich, mit einem Spektralbereich 3–8  $\mu\text{m}$  bzw. 8–15  $\mu\text{m}$ . Das Plancksche Strahlungsgesetz ermöglicht die radiometrische Ermittlung der Temperatur eines Körpers, d. h. die Thermografie. In dieser Arbeit wird Strahlung mit Wellenlängen 3.7–5.3  $\mu\text{m}$  gemessen (ca. hellgrauer Balken in Abb. 2.2), da die dortige Flanke der spektralen Strahlungskurve und das entsprechende Detektormaterial für diesen IR-Bereich eine genaue Ermittlung ermöglichen.



**Abbildung 2.2:** Spektrale Strahlung eines schwarzen Körpers in Wellenlängendarstellung. Die gepunktete Linie ist die Ortlinie der Maxima. Quelle [Zie09]

- Durch Integration des Planckschen Strahlungsgesetzes über den Halbraum  $\Omega$ , über alle Frequenzen der elektromagnetischen Strahlung  $\nu$  und über die Oberfläche  $A_0$  erhält man das Stefan-Boltzmann-Gesetz, welches die gesamte Strahlungsleistung  $P_{\text{St}}$  [W] eines schwarzen Körpers der Temperatur  $T$  angibt:

$$P_{\text{St}}(T) = c_s A_0 T^4, \quad (2.8)$$

mit der Stefan-Boltzmann-Konstante  $c_s = 5.67 \cdot 10^{-8}$  W/(m<sup>2</sup> K<sup>4</sup>) [Stö00].

Nun folgen die Parameter und Begriffe, welche den Wärmetransport an der Oberfläche eines **realen Körpers** beschreiben:

- Der Proportionalitätsfaktor zwischen der spektralen Ausstrahlung eines schwarzen Körper und eines realen Körpers wird Emissionsgrad  $\epsilon$  genannt:

$$\epsilon = \frac{P_{\text{St}}(\text{realer Körper})}{P_{\text{St}}(\text{schwarzer Körper})} \quad (2.9)$$

Der dimensionslose Emissionsgrad  $\epsilon$  ist abhängig von dem Einfallswinkel und der Frequenz der Strahlung und von der Temperatur und der Oberflächenbeschaffenheit des Körpers [HSM10]. Damit lautet das Stefan-Boltzmann-Gesetz für einen realen Körper:

$$P_{\text{St}}(T) = \epsilon \cdot c_s A_0 T^4. \quad (2.10)$$

Ein hoher Emissionsgrad vereinfacht die radiometrische Ermittlung der Temperatur. Da der Emissionsgrad auch dem Absorptionsgrad entspricht (Kirchhoffsches Strahlungsgesetz), verursacht eine auf die Oberfläche gerichtete elektromagnetische Strahlung eine starke Erwärmung des Materials. Ideale Oberflächen für IR-Messungen haben also einen Emissionsgrad nahe 1, dem Emissionsgrad für schwarze Strahler. Die Genauigkeit des Emissionsgrades bestimmt die Genauigkeit der Umwandlung der Strahlungsintensitäten in Temperaturwerte und damit den Messfehler. Ferner wird der Emissionsgrad für das Modell der Simulation benötigt, um die Wärmeverluste durch Strahlung abzuschätzen.

- Die Strahlungsbilanz, welche aus dem Energieerhaltungssatz folgt, lautet

$$\epsilon + r + \tau = 1, \quad (2.11)$$

wobei  $r$  der Reflexionsgrad und  $\tau$  der Transmissionsgrad des Materials bezeichnet. Die auf einen Festkörper auftreffende Strahlung wird also absorbiert, reflektiert und transmittiert.

- Die Wärmestromdichte  $q_r$  [W/m<sup>2</sup>] ist der Wärmestrom an der Oberfläche eines Festkörpers, welcher allein durch den Strahlungsaustausch verursacht wird, und zwar mit den umgebenden Festkörpern der Temperatur  $T_{\text{RT}}$  (Zimmerwände und -decke). Der Einfluss der Temperatur der Luft auf die Wärmestrahlung zwischen Festkörpern ist vernachlässigbar, für Wärmestrahlung bestimmter Frequenzbereiche (abhängig vom Mischverhältnis der verschiedenen Gasanteile) sogar nicht existent.

$$q_r = \epsilon \cdot c_s (T_{\text{RT}}^4 - T^4) \quad (2.12)$$

Die Wärmestromdichte  $q_r$  folgt aus dem Stefan-Boltzmann-Gesetz und ist ein Polynom vierten Grades.

- Die Wärmestromdichte  $q_0$  [W/m<sup>2</sup>] bezeichnet in dieser Arbeit den Wärmestrom an der Oberfläche eines Festkörpers, welcher allein durch die Erwärmung durch Blitzlampen verursacht wird.
- Die Wärmestromdichte  $q_c$  [W/m<sup>2</sup>] ist der Wärmestrom an der Oberfläche eines Festkörpers, welcher allein durch Konvektion verursacht wird:

$$q_c = h_c \cdot (T_{\text{RT}} - T), \quad (2.13)$$

mit dem Wärmeübergangskoeffizienten  $h_c$  [W/(m<sup>2</sup> K)] [Wag11]. Die spezifische Kennzahl  $h_c$  ist der Proportionalitätsfaktor, welcher die Intensität des Wärmeübergangs an einer Grenzfläche einer Konfiguration von einem Material und einem umgebenden Fluid bezeichnet (bzw. einer Konfiguration von Materialien). Der Wärmeübergangskoeffizient  $h_c$  ist abhängig von

- der Oberflächenbeschaffenheit des Materials (starke Rauheit führt zu starkem Wärmeverlust),
- der Geometrie des Materials,
- der Strömungsgeschwindigkeit und die Art der Strömung des Fluids,
- der Dichte von Material und Fluid,
- der spezifischen Wärmekapazität von Material und Fluid,
- der Wärmeleitfähigkeit von Material und Fluid.

Die Luft strömt laminar in einer dünnen Grenzschicht an der Wandoberfläche; und die Konvektion bezeichnet in diesem Fall überwiegend die Wärmeleitung an das umgebende Fluid. Die europäische Norm [DIN07] (Berechnungsverfahren der Wärmedämmung bei Gebäuden) empfiehlt den Wert

$$h_c = 5.0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}; \quad (2.14)$$

und zwar für die Konfiguration von ebener Oberflächen (im Gebäudeinneren) und freier Konvektion (materialunabhängig). Zum Vergleich: Der Wärmeübergangskoeffizient  $h_c$  berechnet nach [Wag11, S. 110] liegt bei

$$h_c = 1.74 \cdot (T - T_{\text{RT}})^{\frac{1}{3}} \leq 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}, \quad (2.15)$$

wenn man eine Temperaturdifferenz von maximal 24 K annimmt (auch materialunabhängig).

- Die gesamte Wärmestromdichte  $q$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] an der Oberfläche des Festkörpers setzt sich additiv zusammen:

$$q = q_c + q_r + q_0 \quad (2.16)$$

und zwar aus der Wärmestromdichte aufgrund von Konvektion  $q_c$ , Strahlung  $q_r$  und definierter Anregung  $q_0$ .

### Vereinfachung der gesamten Wärmestromdichte durch Linearisierung:

- Der Wärmeübergangskoeffizient  $h_r$  [ $\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$ ] beschreibt den linearisierten Wärmeverlust durch Strahlung und ist definiert durch

$$h_r = 4\epsilon c_s T_{\text{RT}}^3. \quad (2.17)$$

Unter der Verwendung des Satzes von Taylor kann die Wärmestromdichte  $q_r$  linearisiert werden und ist dann ein Polynom ersten Grades bzgl. der Temperatur  $T$ :

$$q_r = \epsilon c_s (T_{\text{RT}}^4 - T^4) \approx 4\epsilon c_s T_{\text{RT}}^3 \cdot (T_{\text{RT}} - T) = h_r \cdot (T_{\text{RT}} - T). \quad (2.18)$$

Diese Approximation ist vor allem für Temperaturen nahe der Raumtemperatur  $T_{\text{RT}}$  anwendbar, da der Entwicklungspunkt der Taylorreihe  $T = T_{\text{RT}}$  war.

- Der gemeinsame Wärmeübergangskoeffizient  $h$  [ $\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$ ] für Konvektion und Strahlung lautet nach der europäischen Norm [DIN07]

$$h = h_c + h_r. \quad (2.19)$$



- Die vereinfachte gesamte Wärmestromdichte  $q$  [W/m<sup>2</sup>] an der Oberfläche des Festkörpers setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$q = h \cdot (T_{\text{RT}} - T) + q_0, \quad (2.20)$$

Die definierte Anregung wird durch  $q_0$  beschrieben; und die Wärmeverluste – durch Konvektion und linearisierte Strahlungsverluste – durch den gemeinsamen Wärmeübergangskoeffizienten  $h$ . Dafür wird vorausgesetzt, dass die umgebenden Festkörper, z. B. Zimmerdecken und die umgebende Luft, Raumtemperatur  $T_{\text{RT}}$  besitzen.

### 2.1.2 Wärmeleitungsgleichung

**Wärmeleitungsgleichung:** Der Wärmetransport im Inneren eines Festkörpers beruht allein auf der Wärmeleitung und wird durch eine parabolische partielle Differentialgleichung beschrieben. Diese Gleichung wurde von J. Fourier um 1800 mittels des Fourierschen Gesetzes, Gl. (2.4), hergeleitet, siehe Anhang B.1). Für temperaturabhängige Materialparameter lautet die Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\langle \nabla \lambda(x, y, z, T), \nabla T(x, y, z, t) \rangle}{c_p(x, y, z, T) \cdot \rho(x, y, z, T)} + a(x, y, z, T) \cdot \Delta T(x, y, z, t). \quad (2.21)$$

Wenn die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  als orts- und temperaturunabhängig angenommen wird, dann lautet die Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = a(x, y, z, T) \cdot \Delta T(x, y, z, t). \quad (2.22)$$

Wenn die Temperaturleitfähigkeit  $a$  zusätzlich als ortsunabhängig angenommen wird (für einen homogenen, isotropen Festkörper), dann kann die Wärmeleitungsgleichung auch mit

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = a(T) \cdot \Delta T. \quad (2.23)$$

bezeichnet werden.

Angenommen, man betrachte ein Material mit einer bestimmten örtlichen Temperaturverteilung. Wo innerhalb des Materials findet die größte zeitliche Änderung der Temperatur statt? Die Antwort ist: In den Gebieten mit der größten zweiten Ableitung, d. h. der stärksten Abweichung von einer linearen Temperaturverteilung, entsteht die stärkste zeitliche Temperaturänderung.

Für den idealen Fall, dass ein Gebäude auf eine konstante Temperatur beheizt wird und die Umgebungsbedingungen konstant sind (Außentemperatur, Windstille, etc.), besitzt die Außenwand des Gebäudes an der inneren Wandoberfläche eine wärmere Temperatur als an der äußeren Wandoberfläche. Wie aber sieht der Temperaturverlauf innerhalb der Außenwand aus? Der eindimensionale Temperaturverlauf von innen nach außen ist zeitlich konstant, d. h.  $\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = 0$  (stationärer Fall). Nach der Wärmeleitungsgleichung folgt, dass die zweite örtliche Ableitung Null ist ( $\Delta T(x, t) = 0$ ). Also fällt die Temperatur von Innen nach Außen linear ab.

Im instationären Fall gilt: In Materialien mit hoher Temperaturleitfähigkeit diffundiert die Wärmeenergie schneller als in Materialien mit geringer Temperaturleitfähigkeit.

**Anfangsbedingung:** Die Temperatur des Festkörpers ist in dieser Arbeit zum Beginn  $t = 0$  s identisch mit der Raumtemperatur.

**Randbedingung:** Die Oberfläche des Festkörpers wird einerseits erwärmt und andererseits verliert der Festkörper an seiner Oberfläche Wärme an die Umgebung. Dies ist die Randbedingung der Wärmeleitungsgleichung und wird durch den Temperaturgradienten in Richtung der äußeren Normalen  $\vec{n}$  beschrieben:

$$\lambda(T) \cdot \langle \nabla T(x, y, z, t), \vec{n} \rangle = q(x, y, z, t). \quad (2.24)$$

Die gesamte Wärmestromdichte  $q$  setzt sich additiv aus der Wärmestromdichte aufgrund von Konvektion  $q_c$ , Strahlung  $q_r$  und definierter Anregung  $q_0$  zusammen, Gl. (2.16). Die (unvereinfachte) gesamte Wärmestromdichte  $q$  lautet daher mit Gleichung (2.12) und (2.13)

$$q(x, y, z, t) = h_c(T_{\text{RT}} - T(x, y, z, t)) + \epsilon c_s [T_{\text{RT}}^4 - (T(x, y, z, t))^4] + q_0(x, y, z, t), \quad (2.25)$$

Die vereinfachte gesamte Wärmestromdichte  $q$  lautet mit Gleichung (2.17) und (2.19)

$$q(x, y, z, t) = h \cdot (T_{\text{RT}} - T(x, y, z, t)) + q_0(x, y, z, t). \quad (2.26)$$

Damit kann der gesamte Wärmeverlust (durch Konvektion und Strahlung) linear beschrieben werden, vor allem für Oberflächentemperaturen nahe Raumtemperatur ist das vertretbar. Die vereinfachte Randbedingung ist eine sogenannte Robin-Randbedingung, d. h. eine lineare Kombination der Funktionswerte und der Ableitungswerte auf dem Rand des Gebietes. Diese Randbedingung erlaubt analytische Lösungen der Wärmeleitungsgleichung für Spezialfälle und wurde auch für die Simulation angewendet, siehe Kapitel 4.1.

**Zusammenfassung:** Damit wären die grundlegenden Wärmetransporte im Innern und an der Oberfläche eines Festkörpers beschrieben. Die analytische 1D-Lösung folgt im anschließenden Unterkapitel. Die 2D/3D-Lösung für komplexe Geometrien wurde mit der Finite-Elemente-Methode berechnet, d. h. simuliert, Kapitel 4.1. Die Bestimmung bzw. Anpassung der Materialparameter werden in Kapitel 3.3 bzw. 4.1.1 beschrieben.

### 2.1.3 Analytische Lösungen (1D)

In diesem Unterkapitel werden drei Spezialfälle der eindimensionalen Wärmeleitungsgleichung analytisch gelöst. Die analytischen Lösungen werden später (1) zur Herleitung der direkten Rekonstruktionsmethode verwendet, welche in dieser Arbeit am wichtigsten ist, (2) zur realitätsnahen Verbildlichung aller direkten Rekonstruktionsmethoden und (3) zur groben Verbildlichung der indirekten Rekonstruktionsmethode.

**Die Wärmeleitungsgleichung** lautet im Eindimensionalen (1D)

$$\frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} \quad (2.27)$$

und ist im Gegensatz zur zwei- oder dreidimensionalen Version analytisch lösbar für viele Spezialfälle. Zwei anschauliche Beispiele, welche gut durch eine 1D-Formulierung approximiert werden können:

- Ein dünner Stab der Länge  $L$ , dessen Oberfläche am Außenmantel dermaßen isoliert ist, so dass kein Wärmetransport an die Umgebung auftreten kann. Am Beginn und am Ende des Stabes kann auf der Schnittfläche ein Wärmetransport stattfinden, sei es durch Erwärmung durch eine äußere Wärmequelle oder durch Abkühlung durch Konvektion und Strahlung (in linearisierter Form).
- Alternatives Beispiel: Unendlich große, gleichmäßig dicke Platte der Dicke  $L$ , wobei beide Seiten – Vorder- und Rückseite – jeweils homogen der Umgebung ausgesetzt sind (z. B. erfolgt eine Erwärmung homogen für die gesamte Vorderseite). Dabei entstehen im Inneren der Platte nur senkrecht zur Vorderseite gerichtete Wärmefflüsse. In anderen Worten, (a) der Temperaturgradient ist in der gesamten Platte senkrecht zur Oberfläche oder (b) es entstehen keine lateralen Wärmefflüsse.

**Parameter:** Für die drei folgenden 1D-Spezialfälle erfolgt die Erwärmung durch eine einmalige Impulserwärmung an dem Beginn des Stabes, welche eine Wärmeenergiedichte von  $e = 0.47 \text{ J/cm}^2$  in unendlich kurzer Zeit einbringt (Dirac-Impuls). Der Probekörper besitzt vor der Erwärmung Raumtemperatur. Die Temperaturangabe  $T$  bezeichnet genau genommen die Temperaturdifferenz zur Raumtemperatur. Das Medium ist schwarzer Hart-PVC. Die in diesem Unterkapitel verwendeten temperaturunabhängigen (Material-)Parameter sind folgende (vgl. Kapitel 3.3):

Parameter	Wert
Absorbierte Wärmeenergiedichte $e$	$0.47 \text{ J/cm}^2$
Wärmeübergangskoeffizient $h$	$6 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$
spezifische Wärmekapazität $c_p$	$1015 \text{ J/(kg K)}$
Temperaturleitfähigkeit $a$	$1.45 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$
Dichte $\rho$	$1413.4 \text{ kg/m}^3$
Wärmeleitfähigkeit $\lambda$	$0.208 \text{ W/(m K)}$

**Tabelle 2.1:** Temperaturunabhängige (Material-)Parameter für alle Abbildungen dieses Unterkapitels

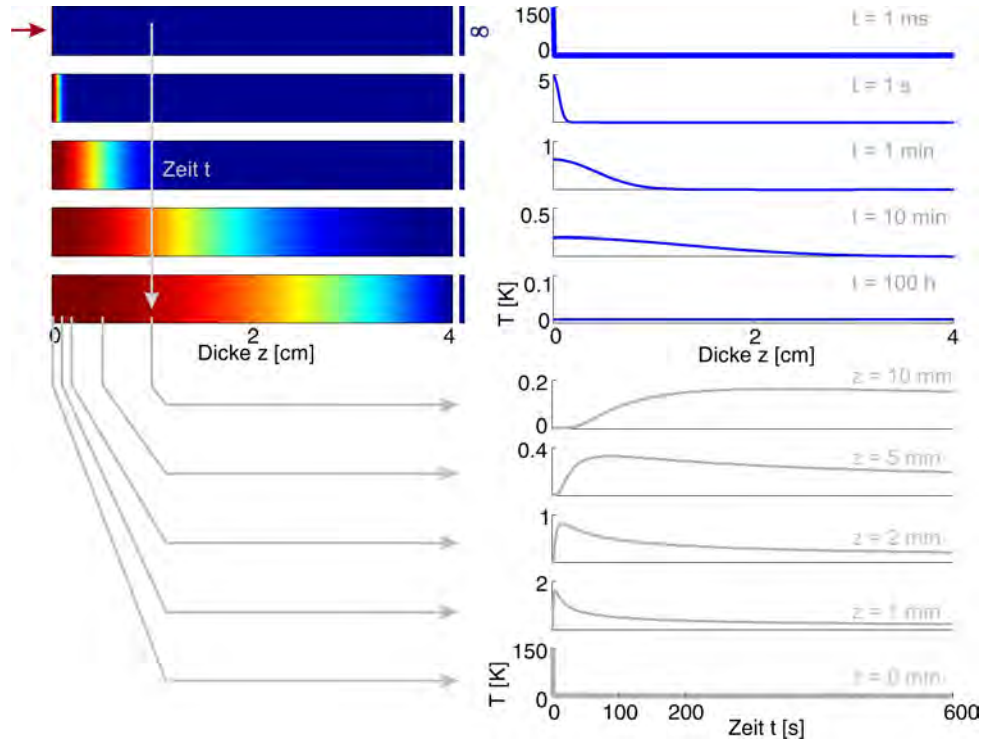
**Erster 1D-Spezialfall:** Die einfachste Lösung ergibt sich für einen unendlich langen Stab, d. h.  $z = [0, \infty]$ , indem die dreidimensionale Fundamentallösung für einen Festkörper mit unendlicher Ausdehnung betrachtet wird. Dieser Festkörper wird in unendlich kurzer Zeit mit einer inneren Wärmequelle, welche die Form einer Ebene besitzt, angeregt. Die zugehörige Lösung kann in zwei Ortsdimensionen integriert werden, sodass man die 1D-Lösung erhält – Herleitung [JC59, S. 259], Anwendung [MM01, S. 59]. Das Temperaturfeld  $T$  in Ort  $z$  und Zeit  $t$  ist damit für einen unendlich langen Stab, welcher mit der absorbierten Wärmeenergiedichte  $e$  genau zum Zeitpunkt  $t = 0$  erwärmt wird und keine Wärmeverluste erleidet, bekannt. Die Lösung für einen isolierten Stab der Länge  $L = \infty$  lautet

$$T_\infty(z, t) = \frac{e}{\sqrt{\lambda c_p \rho \pi t}} \exp\left(-\frac{z^2}{4at}\right). \quad (2.28)$$

Die Temperatur  $T_\infty$  bezeichnet die Abweichung zur Anfangstemperatur. Da der Stab isoliert ist, ist die Durchschnittstemperatur konstant (d. h. zeitunabhängig) [Rot60]:

$$\int_{z=0}^{\infty} T_\infty(z, t) dz = \frac{e}{c\rho}. \quad (2.29)$$

Abbildung 2.3 zeigt die innere Temperaturverteilung für verschiedene Zeitpunkte (oberer Teil) und den zeitlichen Temperaturverlauf des Stabes in einer bestimmten Tiefe (unterer Teil).



**Abbildung 2.3:** Temperaturschichten in einem unendlich langen Stab: oberer Teil für verschiedene Zeitpunkte  $t$ , unterer Teil für verschiedene Tiefen  $z$

Die Temperatur fällt monoton und exponentiell in die Tiefe ab, und zwar für beliebigen Zeitpunkt, oberer Teil in Abb. 2.3. Im Gegensatz dazu: Die Temperatur verhält sich nicht monoton in der Zeit, jedenfalls für Punkte im Inneren, unterer Teil in Abb. 2.3. Zuerst steigt die Temperatur in der Zeit an, erreicht ein Maximum und fällt wieder auf die Anfangstemperatur ab. Das Maximum wird zum Zeitpunkt  $t_{\max}$  erreicht:

$$t_{\max} = \frac{z^2}{2a} \quad (2.30)$$

Für den Beginn bei  $z = 0$  cm lautet die Lösung des isolierten Stab der Länge  $L = \infty$ :

$$T_{\infty}(0, t) = \frac{e}{\sqrt{\lambda c_p \rho \pi t}}. \quad (2.31)$$

Die Temperatur an der Oberfläche fällt mit  $1/\sqrt{t}$  ab, unterster Graph in Abb. 2.3. Später sieht man, dass diese Temperaturkurve für doppeltlogarithmische Skalen einer Geraden mit Steigung  $-1/2$  entspricht. Aus der Gleichung (2.31) für  $T_{\infty}(0, t)$  wird später die direkte Rekonstruktionsmethode Echo-defect-shape-Methode hergeleitet.

**Zweiter 1D-Spezialfall:** Für einen endlich langen Stab gibt es eine allgemeine Lösung als Integration über Greensche Funktionen [CBHSL10, S. 182], siehe auch Gl. (B.9) im Anhang. Greensche Funktionen liefern Fundamentallösungen für Differentialgleichungen, welche im Falle der Wärmeleitungsgleichung mittels einer Laplace-Transformation hergeleitet werden. Die allgemeine Darstellung der Lösung in [CBHSL10] bedeutet, dass die Randbedingung und die Anfangsbedingung der Wärmeleitungsgleichung wählbar und kombinierbar sind. Wärmeverluste durch Strahlung sind aber nicht möglich wegen ihrer Komplexität (Nichtlinearität). Dieser

zweite 1D-Spezialfall betrachtet einen vollständig isolierten Stab [JC59, S. 101]. Die impulsartige Erwärmung wird vollständig als Anfangsverteilung der Temperatur modelliert und nicht als Wärmestromdichte an der Oberfläche, d. h. die gesamte Wärmestromdichte ist an beiden Enden des Stabes Null. Bei einem für Wärmestrahlung opaken Material geht man davon aus, dass sich die Energie, beschrieben durch die Wärmeenergiedichte  $e$ , kurz nach dem Impuls gleichmäßig in einer sehr dünnen Schicht verteilt hat. Das ergibt die Lösung für einen isolierten Stab der Länge  $L$

$$T(z, t) = \frac{e}{c_p \rho L} \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( \frac{-n^2 \pi^2 a t}{L^2} \right) \cos \frac{n \pi z}{L} \right), \quad (2.32)$$

und wurde an experimentellen Daten getestet [PJBA61], [Sun06]. Für den Beginn bei  $z = 0$  cm eines isolierten Stabes der Länge  $L$  lautet die Lösung

$$T(0, t) = \frac{e}{c_p \rho L} \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( \frac{-n^2 \pi^2 a t}{L^2} \right) \right). \quad (2.33)$$

Abbildung 2.4 zeigt Beispiele dieser Formel für verschieden lange Stäbe und den Temperaturabfall für einen unendlich langen Stab nach Gleichung (2.31). Die Oberflächentemperatur eines endlich langen Stabes fällt zuerst wie bei einem unendlich langen Stab ab, erreicht dann aber ein Sättigungsniveau, Abb. 2.4(b). Bei einer doppeltlogarithmischen Skalierung fällt auf, dass der Temperaturabfall des unendlich langen Stabes eine Gerade mit Steigung  $-1/2$  besitzt und dass die Stäbe endlicher Länge von dieser Geraden abknicken, Abb. 2.4(b).

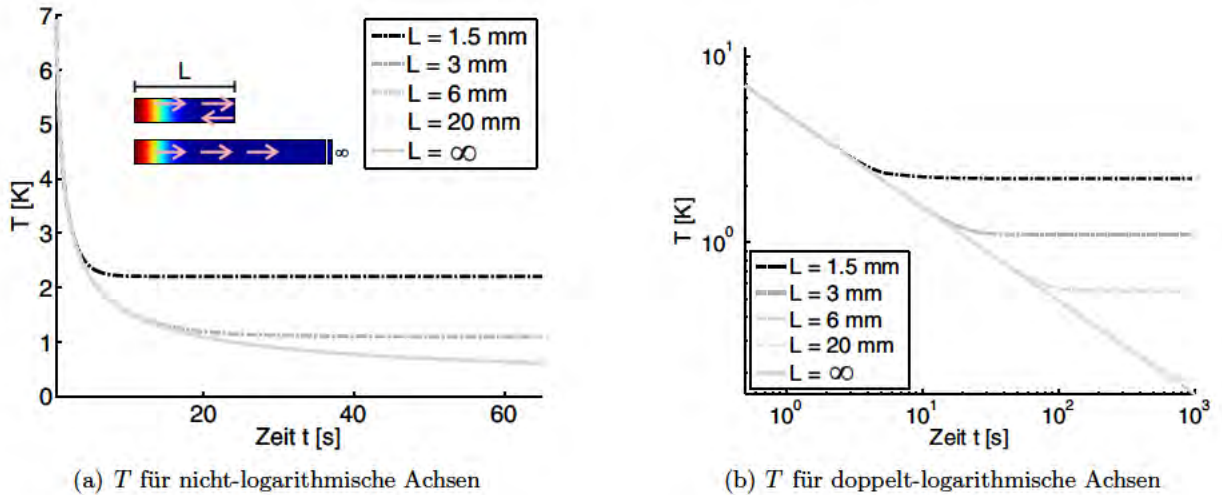


Abbildung 2.4: Temperaturabfall  $T$  am Beginn  $z = 0$  cm der isolierten Stäbe der Länge  $L$  nach einer impulsartigen Erwärmung. Die Kurve  $L = 20$  mm (und  $L = 6$  mm) liegt etwa auf der Kurve  $L = \infty$ .

Gleichung (2.33), d. h. der Temperaturabfall an der Oberfläche eines isolierten, endlich langen Stabes, wird bei der Verbildlichung der indirekten Rekonstruktionsmethode verwendet. Die komplex strukturierte Ableitung der indirekten Rekonstruktionsmethode soll mit einem analytischen und vor allem einfachen Temperaturabfall für endlich dicke Probekörper plastisch dargestellt werden. Die Lösungen für Stäbe mit Wärmeverlust sind dafür weniger geeignet.

**Dritter 1D-Spezialfall:** Für einen endlich langen Stab, welcher Wärmeverluste durch Konvektion und linearisierter Strahlung erleidet, gibt es eine Lösung mittels Greenscher Funktionen [CBHSL10], Implementierungshilfe findet sich in [Col04]. Die impulsartige Erwärmung wird als



Wärmestromdichte an der Oberfläche modelliert; die Anfangsverteilung der Temperatur im Stab ist identisch mit der Raumtemperatur. Die Wärmestromdichte wird durch eine gleichmäßig eingebrachte Wärmeenergiedichte  $e$  definiert, welche genau  $t_e = 2$  ms lang auf den Beginn des Stabes einwirkt. Für diesen Spezialfall der Greenschen Funktionen (Gl. (B.10) im Anhang) werden die Konstanten  $\beta_n > 0$  für die Gleichung

$$\tan \beta_n = \frac{\beta_n \frac{2hL}{\lambda}}{\beta_n^2 - \frac{h^2 L^2}{\lambda^2}} \quad (2.34)$$

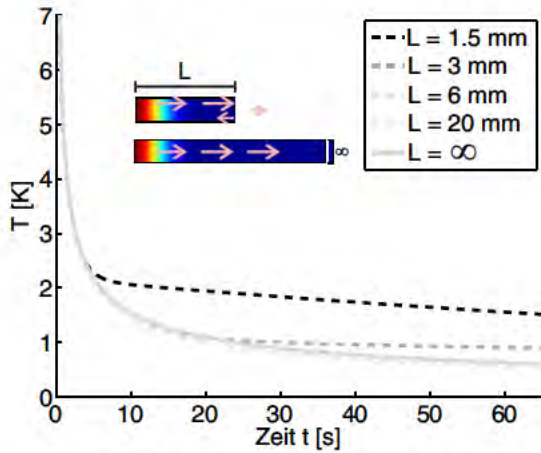
in aufsteigender Reihenfolge benötigt, Beispiele nach Gl. (B.11) im Anhang. Die Lösung für einen der Konvektion ausgesetzten Stab der Länge  $L$  wird aus Gl. (B.9) und (B.10) des Anhanges zusammen gesetzt und lautet [CBHSL10, S. 123-124, S. 606, X33]

$$T(z, t) = \frac{e}{c_p \rho L} \frac{2}{t_e} \int_{\tau=0}^{t_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n (\beta_n \cos \frac{\beta_n z}{L} + \frac{hL}{\lambda} \sin \frac{\beta_n z}{L})}{(\beta_n^2 + \frac{h^2 L^2}{\lambda^2}) + \frac{2hL}{\lambda}} \exp \frac{-\beta_n^2 a(t - \tau)}{L^2} d\tau \quad (2.35)$$

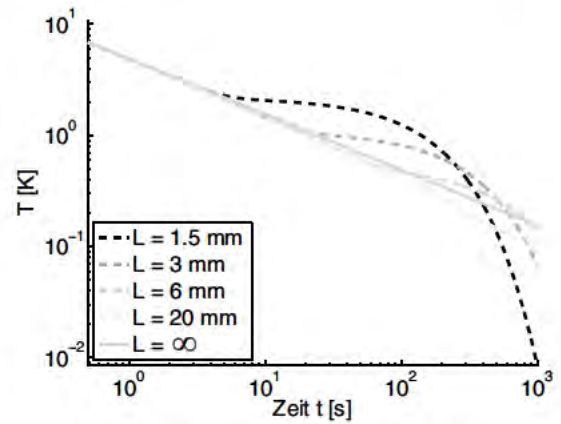
Für den Beginn bei  $z = 0$  cm eines der Konvektion ausgesetzten Stabes der Länge  $L$  lautet die Lösung

$$T(0, t) = \frac{e}{c_p \rho L} \frac{2}{t_e} \int_{\tau=0}^{t_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n^2}{(\beta_n^2 + \frac{h^2 L^2}{\lambda^2}) + \frac{2hL}{\lambda}} \exp \frac{-\beta_n^2 a(t - \tau)}{L^2} d\tau. \quad (2.36)$$

In Abbildung 2.5 sieht man den Temperaturabfall am Beginn des Stabes  $z = 0$  cm. Das Abkühlen eines kurzen Stabes stagniert kurz im Vergleich mit einem längeren Stab, um dann kurz darauf doch auf seine Anfangstemperatur abzusinken. Vor allem bei doppelt-logarithmischen Achsen sieht man an dem starken Abfall der Kurve für die Stablänge  $L = 1.5$  mm, dass diese Lösung komplexer ist als die Lösung des Stabes ohne Wärmeverluste, vgl. Abb. 2.5(b) und 2.4(b).



(a)  $T$  für nicht-logarithmische Achsen (Die Kurven für die Stablänge  $L = 6$  und  $20$  mm liegen übereinander.)



(b)  $T$  für doppelt-logarithmische Achsen

**Abbildung 2.5:** Temperaturabfall  $T$  am Beginn  $z = 0$  cm der Stäbe der Länge  $L$ , welche am Beginn und am Ende des Stabes  $z = L$  der Konvektion ausgesetzt sind, nach einer impulsartigen Erwärmung.

Der analytische Temperaturabfall an der Oberfläche eines der Konvektion ausgesetzten Stabes mit endlicher Länge mit Gl. (2.36), kann im Anhang mit experimentellen Daten an Flachbodenbohrungen verglichen werden, Abb. B.1-B.2. Außerdem wird dieser Temperaturabfall bei der realitätsnahen Verbildlichung aller direkten Rekonstruktionsmethoden verwendet. Diese Methoden zur Wanddickenbestimmung basieren (meist) auf 1D-Überlegungen und lassen sich daher

exemplarisch auf den analytischen Temperaturabfall bei endlich dicken Stäben anwenden. Erst durch Verwendung dieser Lösung, welche komplex durch den Wärmeverlust ist, können manche dieser Rekonstruktionsmethoden erst erklärt werden. Nota bene, die Stablänge entspricht der Wanddicke; und der Beginn des Stabes entspricht der Vorderseite einer Wand, an der die impulsartige Erwärmung vorgenommen wird.

## 2.2 Direkte Rekonstruktion mit Echo-defect-shape-Methode

Die direkte Rekonstruktion der Wanddicke wird in dieser Arbeit durch Anwendung der Echo-defect-shape-Methode erreicht [LN07]. Die Bezeichnung „direkt“ bedeutet, dass eine rechen- und zeitintensive Iteration mit simulierten Temperaturverläufen überflüssig ist. Die Echo-defect-shape-Methode liefert nur eine grobe Abschätzung der Wanddicke, da sie wie die meisten direkten Methoden auf eindimensionalen Überlegungen beruht. Speziell bei komplexen Rückwandgeometrien zeigen die direkten Methoden ihre Schwächen, wie zu sehen sein wird. Daher wird in dieser Arbeit das Rekonstruktionsergebnis der Echo-defect-shape-Methode durch eine indirekte Rekonstruktion verbessert. Denn das Ziel ist, die gesamte, komplexe Rückwandgeometrie und nicht die Wanddicke an einem isolierten Punkt zu rekonstruieren. Der gesamte Prozess der Inversion beinhaltet also die Anwendung der Echo-defect-shape-Methode und der Levenberg-Marquardt-Methode. Einzelne Aspekte des *a priori* (von vornherein) Wissens für die Inversion werden hier eingeführt.

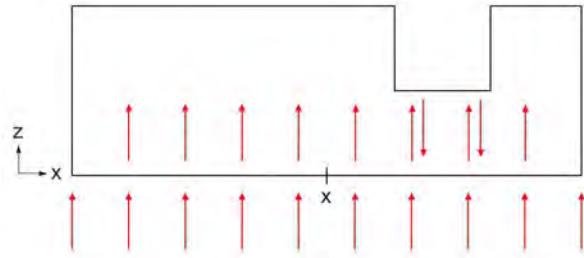
**Modell der thermischen Welle (Idee):** Die Problemstellung wurde schon in Abbildung 2.1 beschrieben und wird nun aus Sicht des Modells der thermischen Welle wiederholt.

Abbildung 2.6 zeigt wieder einen Wandausschnitt mit rückseitigem Defekt; die impulsartige Erwärmung findet an der Vorderseite bei  $z = 0$  mm statt. Die dadurch verursachte Erwärmung im Inneren kann mit dem Modell der thermischen Welle (approximativ) beschrieben werden [LN07]. Nach diesem Modell wird im Inneren eine thermische Welle ausgelöst, welche von der Vorderseite senkrecht ins Innere der Wand dringt (Details zum Begriff Welle sind im Anhang B.3 dargestellt). Die thermische Welle wird nach diesem Modell an der Rückwand reflektiert, siehe Abb. 2.6. Alternative Formulierungen sind:

- Das Abfließen der senkrecht gerichteten Wärmestromdichte wird durch geringe Wanddicken behindert.
- Die Wärmeenergie staut sich über geringen Wanddicken.

Im örtlichen Vergleich bildet sich dadurch an der Vorderseite über dem Defekt also eine warme Stelle aus, zumindest innerhalb eines geeigneten Zeitintervalls. Für den zeitlichen Temperaturverlauf (Temperaturabfall) gilt: Bei geringen Wanddicken fällt die Temperatur langsamer als bei größeren Wanddicken. Auf dem Modell der thermischen Welle basiert die Echo-defect-shape-Methode. Das Modell der thermischen Welle wird im Folgenden mit Hilfe des ersten 1D-Spezialfalls Gl. (2.28)

$$T_{\infty}(z, t) = \frac{e}{\sqrt{\lambda c_p \rho \pi t}} \exp\left(-\frac{z^2}{4at}\right) \quad (2.37)$$



**Abbildung 2.6:** Reflexion der thermischen Welle (Modell) bei Wand mit rückseitigem Defekt und vorderseitiger Erwärmung ( $z = 0$  mm)

hergeleitet. Nota bene, die Wanddicke entspricht der Stablänge  $L$  der 1D-Betrachtung; und die Vorderseite bei  $z = 0$  mm einer Wand, an der die impulsartige Erwärmung vorgenommen wird, entspricht dem Beginn des Stabes bei  $z = 0$  mm.

Die neu vorkommenden Symbole dieses Kapitels werden zur Übersicht vor der eigentlichen Herleitung gelistet:

- Das absolute Echo  $\tilde{K}_a$  bezeichnet – für das Modell der thermischen Welle –

$$\tilde{K}_a(t) = T_\infty(2L, t). \quad (2.38)$$

Das heißt, das absolute Echo entspricht dem zeitlichen Temperaturverhalten  $T_\infty$  des unendlich langen Stabes in Tiefe  $z = 2L$  aus Gl. (2.28), wobei man davon ausgeht, dass die Welle in der Tiefe  $z = L$  reflektiert wird. Der Index  $a$  kürzt „absolut“ ab (im Gegensatz zum Parameter  $a$  für die Temperaturleitfähigkeit).

- Das relative Echo  $\tilde{K}_r$  bezeichnet das absolute Echo relativ zur Vorderseitentemperatur  $T_\infty(0, t)$ . Für das Modell der thermischen Welle lautet das relative Echo:

$$\tilde{K}_r(t) = \frac{\tilde{K}_a(t)}{T_\infty(0, t)} = \frac{T_\infty(2L, t)}{T_\infty(0, t)} = \exp\left(\frac{-(2L)^2}{4at}\right) = \exp\left(\frac{-L^2}{at}\right). \quad (2.39)$$

- Der zeitliche Temperaturverlauf an einem beliebigen Punkt  $x$  auf der Vorderseite der Wand wird mit  $T_x(t)$  beschrieben. Die Temperatur bezeichnet genau genommen die Temperaturdifferenz zur Raumtemperatur, d. h. zur Anfangstemperatur.
- Der Temperaturverlauf  $T_R(t)$  bezeichnet den zeitlichen Temperaturverlauf an der Vorderseite einer defektfreien Wandstelle, d. h. den zeitlichen Temperaturverlauf für einen Referenzpunkt  $R$  an der Vorderseite der Wand, hinter dem man keinen Defekt erwartet.
- Der absolute Kontrast  $K_a$  am Punkt  $x$  beschreibt die Differenz der Temperaturverläufe  $T_x$  und  $T_R$ :

$$K_r(t) = K_{a,x}(t) = T_x(t) - T_R(t). \quad (2.40)$$

Zur Abkürzung entfällt die Kennzeichnung für  $x$ .

- Der relative Kontrast  $K_r$  bezeichnet den absoluten Kontrast relativ zur Referenztemperatur  $T_R$  und lautet:

$$K_a(t) = \frac{K_a(t)}{T_R(t)} = \frac{T_x(t) - T_R(t)}{T_R(t)}. \quad (2.41)$$

- Der Schwellwert  $C_0$  wird zur Auswertung des relativen Kontrastes benutzt. Es wird gezeigt, dass der relative Kontrast eines Defektes ansteigt und den Schwellwert überschreitet.
- Der Zeitpunkt  $t_0$  beschreibt den Zeitpunkt, für welchen der relative Kontrast den Schwellwert erreicht. Der relative Kontrast eines oberflächennahen Defektes erreicht den Schwellwert früher als der Kontrast eines tief liegenden Defektes.



**Definition des Echos:** Um die Echo-defect-shape-Methode herzuleiten, wird in Abbildung 2.7 der analytische Temperaturverlauf  $T_\infty$  im Inneren eines unendlich langen Stabes gezeigt. Bei Dicke  $z = 1.5$  mm wird der Temperaturverlauf gespiegelt und als gestrichelte, blaue Kurve gezeigt. Bei einem Stab der Länge  $L = 1.5$  mm entspricht die Temperatur approximativ der Summe der durchgezogenen und der gestrichelten Kurve [LN07]. Das absolute Echo für  $L = 1.5$  mm bezeichnet die Temperatur bei  $z = 0$  mm der gestrichelten, blauen Kurve und entspricht dem Wert  $T_\infty$  für  $z = 3$  mm. Also gilt für das absolute Echo:

$$\tilde{K}_a(t) = T_\infty(2L, t). \quad (2.42)$$

Das relative Echo  $\tilde{K}_r$  hat eine einfache Struktur:

$$\tilde{K}_r(t) = \frac{T_\infty(2L, t)}{T_\infty(0, t)} = \exp\left(\frac{-(2L)^2}{4at}\right). \quad (2.43)$$

Damit ist bei bekanntem relativen Echo die Tiefe  $z$  der Reflexionsebene, hier  $z = 1.5$  mm, bestimmbar; und zwar mittels

$$z = \sqrt{-at \ln \tilde{K}_r(t)}. \quad (2.44)$$

**Modell der thermischen Welle (Formel):** Wie lässt sich nun dieser theoretische Sachverhalt ausnutzen? In anderen Worten: Wie findet man einen Zusammenhang zwischen Echo und Kontrast? Nach dem Modell der thermischen Welle gilt:

- Der gemessene Temperaturverlauf  $T_x(t)$  an dem Punkt  $x$  bei einer Wanddicke  $L$  entspricht – nach dem Modell der thermischen Welle – der Summe des Temperaturverlaufes bei einem unendlich langen Stab an der Oberfläche und der Auswirkung der (einfachen) Reflexion an der Innenwand:

$$T_x(t) \approx T_\infty(0, t) + T_\infty(2L, t) = \frac{e}{\sqrt{\lambda c_p \rho \pi t}} \cdot \left[ 1 + \exp\left(-\frac{L^2}{at}\right) \right]. \quad (2.45)$$

- Der gemessene Temperaturverlauf  $T_R$  an der Referenzstelle entspricht circa dem analytischen Temperaturverlauf  $T_\infty(0, t)$  für den unendlich langen Stab (für kleine  $t$ ):

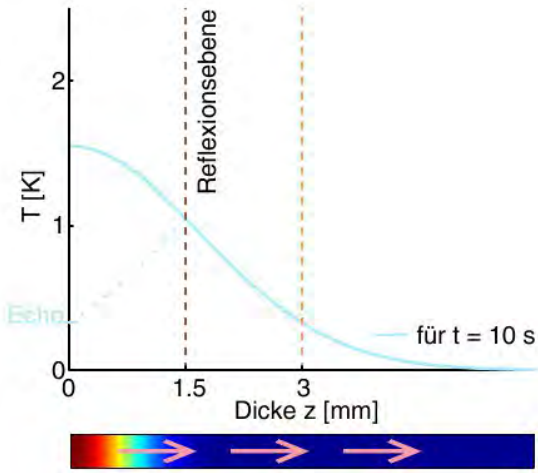
$$T_R(t) \approx T_\infty(0, t). \quad (2.46)$$

- Der absolute Kontrast der Messung  $K_a$  entspricht circa dem absoluten Echo  $\tilde{K}_a$  der analytischen Lösung:

$$\begin{aligned} K_a(t) &\approx T_x(t) - T_R(t) \approx T_\infty(0, t) + T_\infty(2L, t) - T_R(t) \\ &\approx T_\infty(0, t) + T_\infty(2L, t) - T_\infty(0, t) = T_\infty(2L, t) = \tilde{K}_a(t). \end{aligned} \quad (2.47)$$

- Damit entspricht der relative Kontrast  $K_r$  circa dem relativen Echo  $\tilde{K}_r$ :

$$K_r(t) = \frac{K_a(t)}{T_R(t)} \approx \frac{\tilde{K}_a(t)}{T_\infty(0, t)} = \tilde{K}_r(t). \quad (2.48)$$



**Abbildung 2.7:** Modell der reflektierten thermischen Welle

Wenn die letzte Approximation als Gleichung verstanden wird, ist die Wanddicke  $z$  bestimmbar mit:

$$z = \sqrt{-at \ln K_r(t)}. \quad (2.49)$$

Dass dafür ein geeigneter Zeitpunkt gewählt werden muss, wird im Folgenden gezeigt.

**Relativer Kontrast:** Wie verhalten sich relative Kontraste? In Abbildung 2.8(a) sind Beispiele für relative Kontraste für PVC gezeigt: und zwar für die Wanddicken 1.5, 3 und 6 mm relativ zu einer Wanddicke 20 mm.

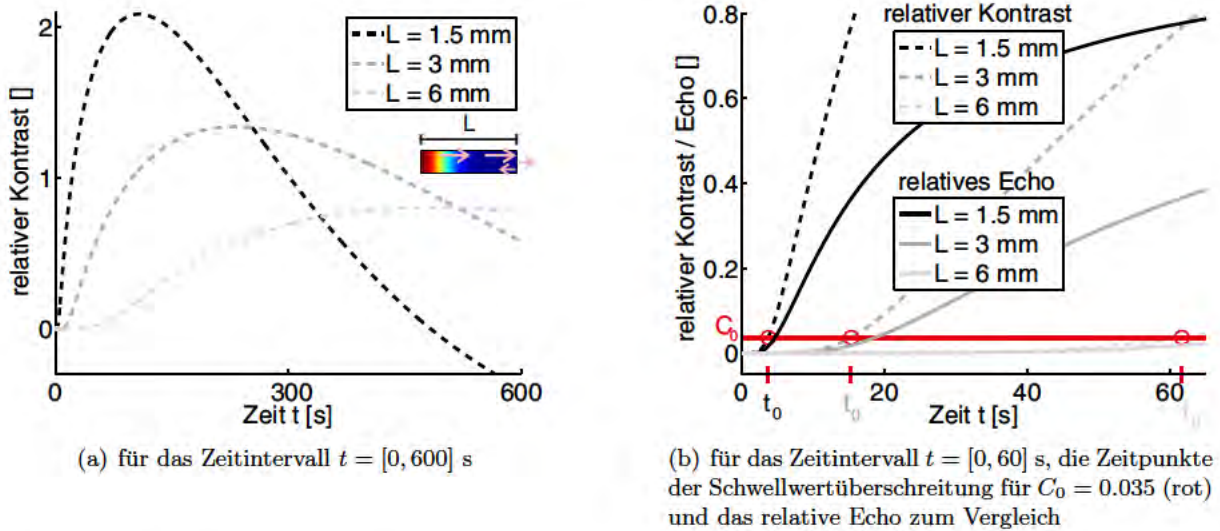


Abbildung 2.8: Relativer Kontrast für verschiedene Wanddicken  $L$  bzgl. einer Referenzstelle mit  $L = 20$  mm (analytische Lösungen)

Die Kurven in Abbildung 2.8(a) sind mit analytischen Lösungen mittels Gleichung (2.36) erstellt worden und deshalb frei von Rauschen. Der relative Kontrast besitzt nach der impulsartigen Erwärmung zuerst einen Anstieg, dann einen Abfall. Für geringe Wanddicken ist das Maximum größer und tritt früher auf. Die Auswertung für einen festen Zeitpunkt eignet sich nicht, da der ideale Zeitpunkt wanddickenabhängig ist. Deshalb eignet sich die Auswertung über einen Schwellwert  $C_0$ , welcher *a priori* gewählt wird. In Abbildung 2.8(b) werden die relativen Kontraste nur für den Beginn des Zeitintervalls und mit der Auswertung für einen typischen Schwellwert  $C_0 = 0.035$  gezeigt. Man sieht, dass der relative Kontrast und das relative Echo insbesondere für frühe Zeitpunkte übereinstimmen. Damit ist der Ansatz mit dem Echo – Gl. (2.48) – gerechtfertigt.

**Echo-defect-shape-Methode (Zusammenfassung):** Der relative Kontrast  $K_r$  wird für einen Schwellwert  $C_0$  ausgewertet:

- Finde kleinstes  $t_0$ , so dass  $K_r(t_0) = C_0$ .
- Die Wanddicke  $z$  lautet dann:

$$z = \sqrt{-at_0 \ln C_0}. \quad (2.50)$$

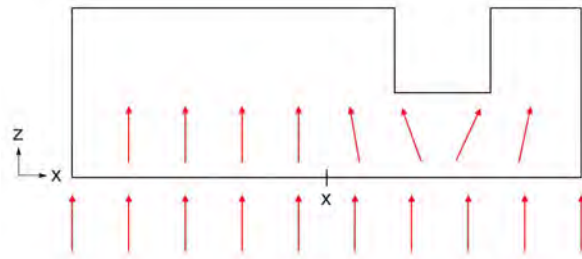
**Wahl des Schwellwertes:** Ideal ist ein kleiner Schwellwert, da auch ein geringer Kontrast einer großen Wanddicke einen kleinen Schwellwert überschreitet. Sonst ist ein tiefliegender Defekt nicht detektierbar. Außerdem gilt die Approximation in Gl. (2.48) am besten für frühe Zeitpunkte, welche mit kleinen Schwellwerten korrelieren. Wenn der Schwellwert jedoch zu klein

gewählt wird, wird das Rauschen als Schwellwertüberschreitung fehlinterpretiert. Außerdem ist die Diskriminierung von kleinen Waddicken schwieriger, siehe Abb. 2.8(a). Typische Schwellwerte bei PVC liegen zwischen  $C_0 = 0.035$  und  $C_0 = 0.150$ , wie später gezeigt wird, siehe auch [RMKS11].

**Vorteil der Methode:** Der Vorteil der Echo-defect-shape-Methode im Gegensatz zu anderen direkten Rekonstruktionsmethoden zur Waddickenbestimmung liegt darin, dass keine Ableitung berechnet werden muss, sodass eine Glättung in den meisten Fällen unnötig ist, mehr dazu in Unterkapitel 2.2.1. Außerdem wird eine Schwellwertüberschreitung, also die Flanke einer Kurve, ausgewertet anstatt der Zeitpunkt eines Kurvenmaximums, welcher meist zu einer ungenaueren Rekonstruktion der Waddicke führt.

**Nachteil der Methode:** Ein Nachteil der Echo-defect-shape-Methode liegt in der notwendigen Kenntnis des Ortes und der Waddicke einer Referenzstelle. Als möglicher Ersatz der Referenztemperatur kommt die Durchschnittstemperatur der Vorderseite oder die analytisch berechnete Temperatur bei bekanntem Wärmeeintrag in Frage [RJV98][PKMS02]. Die Kenntnis der maximalen Waddicke wird für die Inversion dieser Arbeit das erste *a priori* Wissen genannt. Außerdem ist ein geringer Unterschied zwischen der Waddicke der Referenzstelle und der Defektstelle nachteilig bei der Auswertung.

**Lateraler Wärmefluss:** Eine grundsätzliche Schwäche, welche die Echo-defect-shape-Methode mit den meisten anderen direkten Rekonstruktionsmethoden teilt, ist, dass die Methode auf der Lösung der eindimensionalen Wärmeleitungsgleichung beruht und damit laterale Wärmeflüsse vernachlässigt. Abbildung 2.9 zeigt eine an der Vorderseite erwärmte Wand mit rückseitigem Defekt, über welchem die gestaute Wärmeenergie lateral abfließt, d. h. auch in  $\pm x$ -Richtung. Die damit zusammenhängenden Beobachtungen sind folgende:



**Abbildung 2.9:** Wand mit rückseitigem Defekt und einer Anregung an der Vorderseite  $z = 0$  mm. Die am Defekt gestaute Wärmeenergie fließt lateral ab.

- Die Wärmeenergie, welche vom Defektzentrum zum angrenzenden Bereich fließt, sorgt in defektnahen Bereichen für eine Erhöhung des relativen Kontrastes. Der Schwellwert wird früher erreicht, und die reale Waddicke ist deutlich dicker als berechnet (für defektnahe Bereiche). Es entsteht sogar ein relativer Kontrast an defektfreien, defektnahen Stellen. Auch dort kann die Echo-defect-shape-Methode die Waddicke nicht zuverlässig ermitteln. Damit wird der Defekt in seiner Breite und zumeist in seiner Tiefe überbewertet. Die genaue Rückwandgeometrie soll mit der klassischen, indirekten Rekonstruktionsmethode, der Levenberg-Marquardt-Methode, ermittelt werden. Außerdem wird diese Erkenntnis bei der Optimierung der von Lugin [LN07] veröffentlichten iterativen Echo-defect-shape-Methode ausgenutzt, welche als alternative indirekte Rekonstruktionsmethode in dieser Arbeit angewendet wird.
- Die Materialdicke im Defektzentrum wird trotzdem zufriedenstellend berechnet. Der Grund dafür ist, dass der zugehörige relative Kontrast den Schwellwert sehr früh erreicht. Damit hat der laterale Wärmefluss, welcher seine Auswirkungen erst später zeigt, keinen negativen Einfluss auf die Auswertung. Für die Inversion folgt daraus, dass bei notwendigen Glättungen der Waddicke das Defektzentrum von der Glättung ausgeschlossen wird. Das verhindert einen Informationsverlust über die Waddicke. Diese Erkenntnis wird im zweiten *a priori* Wissen der Inversion ausgenutzt.

**Zur Übersicht:** Der gesamte Inversionsprozess besteht aus der Anwendung der Echo-defect-shape-Methode auf die Messdaten und der anschließenden Verbesserung der Rückwandgeometrie mittels der indirekten Rekonstruktionsmethode.

### 2.2.1 Alternative direkte Rekonstruktionsmethoden

Weitere direkte Methoden zur Wanddickenbestimmung werten nicht den relativen Kontrast, sondern den absoluten Kontrast aus, oder – um ganz auf die Kenntnis einer Referenztemperatur verzichten zu können – die skalierte Temperatur und die geeigneten Ableitungen in der Zeit. Die meisten direkten Methoden werten die zeitlichen Temperaturverläufe unabhängig von verschiedenen Vorderseitenpunkten aus, denn sie beruhen auf 1D-Überlegungen. Eine direkte Methode, welche die 1D-Überlegung auf 2D ausweitet, wird am Ende des Unterkapitels genannt. In der folgenden Tabelle 2.2 werden die Methoden, ohne 2D-Ausweitung, mit der jeweils ausgewerteten Größe und ihrer Auswertungsformel beschrieben.

Name der Methode	auszuwertende Größe	Auswertung	Bsp. 3 mm
<i>peak second derivative time</i> (PSDT) [SLR <sup>+</sup> 03][Sun06]	2. Ableitung von $T(t)$	$z = \sqrt{\pi a t_{\max}}$	$t_{\max} \approx 19$ s $z \approx 2.94$ mm
<i>absolute peak slope time</i> (APST) [ZZT <sup>+</sup> 12]	1. Ableitung von $(T(t)\sqrt{t})$	$z = \sqrt{2 a t_{\max}}$	$t_{\max} \approx 29$ s $z \approx 2.90$ mm
<i>peak contrast time</i> (PCT) [VAD <sup>+</sup> 90][RMH98]	absoluter Kontrast $K_a(t)$	$z = \sqrt{\frac{1}{3} a t_{\max}}$	$t_{\max} \approx 106$ s $z \approx 2.26$ mm
<i>peak slope time</i> (PST) [FHKT95][RJV98]	1. Ableitung von $K_a(t)$	$z = \sqrt{\frac{\pi^2}{3.64} a t_{\max}}$	$t_{\max} \approx 21$ s $z \approx 2.87$ mm
Echo-defect-shape-Methode (EDS) [LN07]	relativer Kontrast $K_r(t)$ mit Schwellwert $C_0$	$z = \sqrt{-a t_0 \ln C_0}$	$t_0 \approx 48$ s $z \approx 2.20$ mm
<i>pulse phase thermography</i> (PPT) [MM96][IC05]	Phase der Fourier-Transformation (bzgl. Referenzstelle)	$z = 1.73 \sqrt{\frac{a}{\pi f_b}}$	$f_b \approx 12$ mHz $z \approx 3.43$ mm

**Tabelle 2.2:** Direkte Rekonstruktionsmethoden, vollständig basierend auf 1D-Überlegungen. Der zeitliche Temperaturverlauf  $T$  wird zur Bestimmung der Wanddicke  $z$  ausgewertet; Definition für den Kontrast siehe Kapitel 2.2. Im Beispiel (Bsp.) wurden die Daten für  $L = 3$  mm ausgewertet (mit Temperaturleitfähigkeit  $a = 1.45 \cdot 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s und  $C_0 = 0.5$ , siehe Abb. 2.10-2.15).

Anmerkungen zur Tabelle:

- Die PSDT-, PCT- und die PST-Methode werden von dem Temperaturabfall des endlich langen Stabes nach einer impulsartigen Anregung ohne Wärmeverluste abgeleitet [Sun06], d. h. von Gl. 2.32.
- Die EDS- und die APST-Methode werden von dem Temperaturabfall des unendlich langen Stabes nach einer impulsartigen Anregung ohne Wärmeverluste abgeleitet (Modell thermische Welle: einfache bzw. mehrfache Reflexion der Welle an den Innenwänden), d. h. von Gl. 2.45.
- Bei der PSDT-Methode wird das Abknicken des logarithmisierten Temperaturabfalls ermittelt.



- Bei der PPT-Methode wird die Frequenz  $f_b$  (*blind frequency*) gesucht, für welche die untersuchte Größe wieder auf Null fällt; die PPT-Methode wird von der Fourier-Transformierten für periodische Anregung abgeleitet.
- Generell sind tiefliegende Defekte später detektierbar als oberflächennahe Defekte. Der zur Detektion geeignete Zeitpunkt ist proportional zur quadratischen Wanddicke [Mal93]

$$t_{\max} \propto \frac{z^2}{a}. \quad (2.51)$$

In Abbildung 2.10-2.15 werden die auszuwertenden Größen der Methoden aus Tabelle 2.2 gezeigt. In Abbildung 2.10 sieht man die 2. Ableitung der logarithmisch normalisierten Temperatur  $T(t)$  für die Wanddicken  $L = 1.5, 3$  und  $6$  mm. Für die Wanddicke  $L = 3$  mm erreicht die Kurve ihr Maximum zu ca. dem Zeitpunkt  $t_{\max} = 19$  s. Die Temperaturen sind analytisch mit Gleichung (2.36) berechnet worden. Da diese Gleichung Wärmeverluste durch Konvektion berücksichtigt, fallen die Kurven unter Null. Diese analytischen Kurven können später im Anhang B.6 mit Messdaten verglichen werden; die Skalierung der Achsen ist dafür angeglichen. Für die Abbildungen 2.11-2.15 gilt entsprechendes. Für die Abbildungen 2.12-2.15 wurde die Referenztemperatur einer 20 mm dicken Wand verwendet.

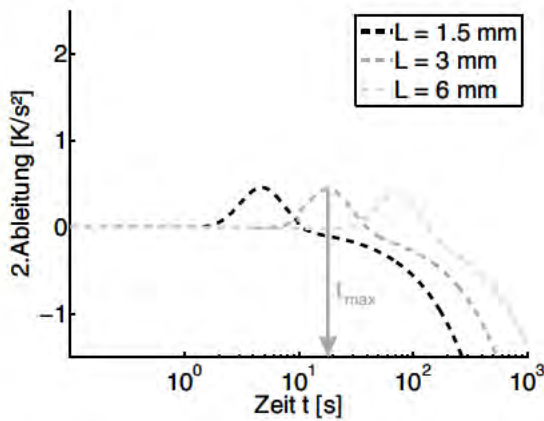


Abbildung 2.10: PSDT:  
2. Ableitung des log. norm.  
Temperaturabfalls  $T$

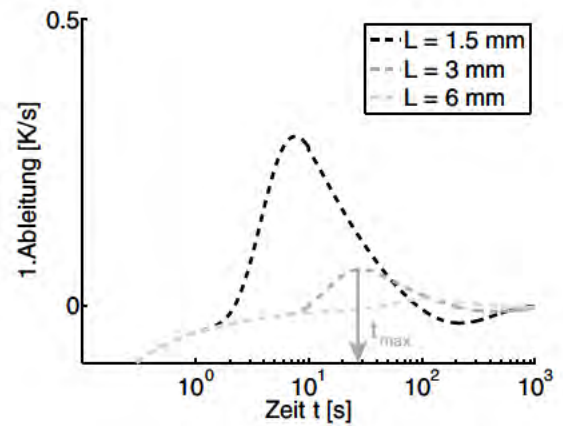


Abbildung 2.11: APST:  
1. Ableitung der Skalierung  
 $T\sqrt{t}$

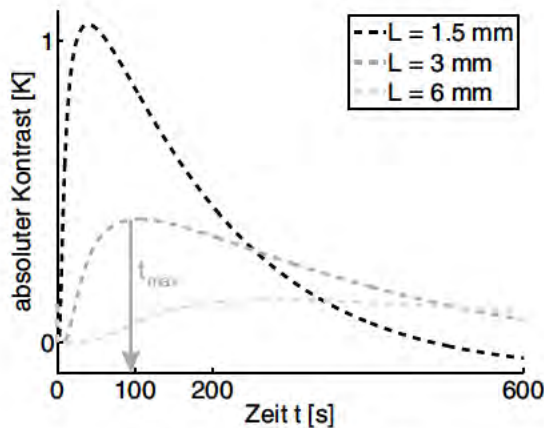


Abbildung 2.12: PCT:  
Absoluter Kontrast

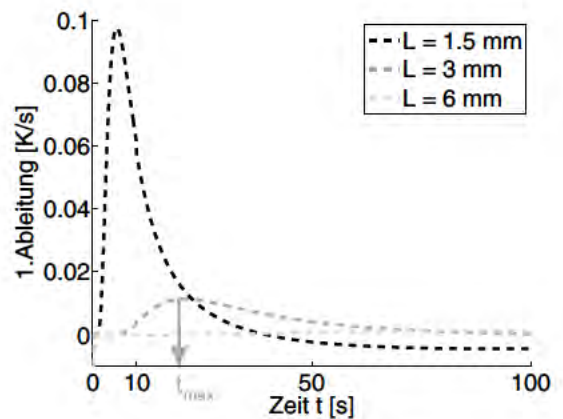


Abbildung 2.13: PST:  
1. Ableitung von  $K_a$

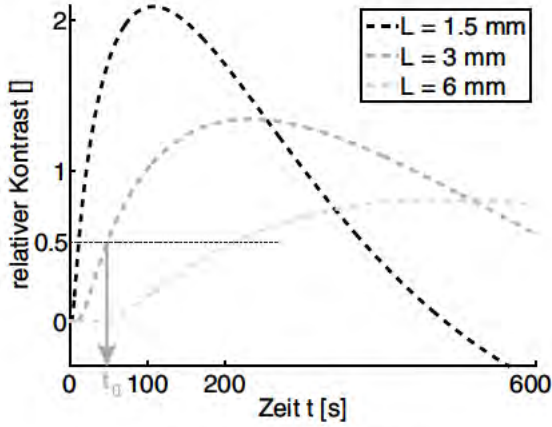


Abbildung 2.14: EDS:  
Relativer Kontrast

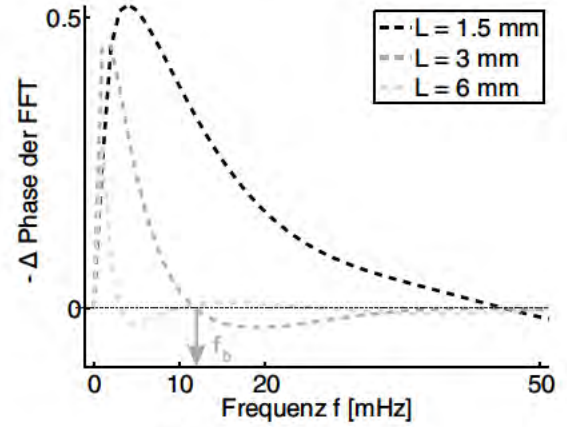


Abbildung 2.15: PPT:  
Phase der FFT

Nicht alle der hier gezeigten Kurven sind eindeutig auswertbar, z. B. die Kurven für  $L = 6$  mm in Abb. 2.11 und 2.13 zeigen ein schwer erkennbares Maximum. Bei zusätzlichem Rauschen ist diese Kurve noch schwerer auswertbar; besonders bei der Auswertung von Ableitungen. Eine vorhergehende Glättung der verrauschten Kurve ist meist sinnvoll, kann jedoch u. U. einen Informationsverlust bewirken [SLR<sup>+</sup>03][Sun06][GWRM12].

**2D-Erweiterung:** Die direkte Methode *envelope method* (EM) geht von einer diffusen Ausbreitung der reflektierten thermischen Welle aus [GWM<sup>+</sup>13]. Abbildung 2.16 zeigt eine Wand mit rückseitigem Defekt, an welchem die thermische Welle auch lateral reflektiert wird (blaue Pfeile). Der relative Kontrast, welcher am Punkt  $x$  zu sehen ist, muss nicht zwingend von der senkrecht eintreffenden thermischen Welle verursacht worden sein, sondern kann auch durch eine quer einfallende thermische Welle verursacht worden sein (blaue Pfeile). Die Echo-defect-shape-Methode liefert also eine Mindestwanddicke im Punkt  $x$  und zugleich im Punkt  $(x + \Delta x)$ ; d. h.  $z_x$  bzw.  $z_{x+\Delta x}$ . Die Mindestwanddicke  $z_{x+\Delta x}$ , welche mit dem Satz des Pythagoras hergeleitet wird, lautet:

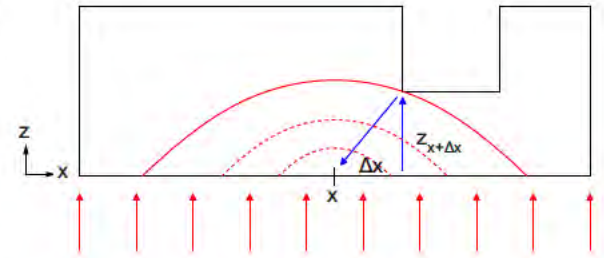


Abbildung 2.16: EM

Relativer Kontrast wird in einer 2D-Erweiterung ausgewertet.

$$\Delta x^2 + z_{x+\Delta x}^2 = (2z_x - z_{x+\Delta x})^2 \quad \Rightarrow \quad z_{x+\Delta x} = \frac{4z_x - \Delta x^2}{4z_x}. \quad (2.52)$$

Für alle  $\Delta x$  wird eine Parabel um den Punkt  $x$  definiert (rote Kurve). Die einhüllende Kurve der Parabeln aller Vorderseitenpunkt ist dann die rekonstruierte Rückwandgeometrie; daher auch der Name *envelope method*.

Weitere direkte Methoden zur Rückwandrekonstruktion sind z. B. leichte Variationen in der Auswertung der gezeigten Kurven [Mal01][BDB87][OZ08][Arn07] oder Auswertungen der rückseitigen Temperatur [PJBA61][VGB<sup>+</sup>96].

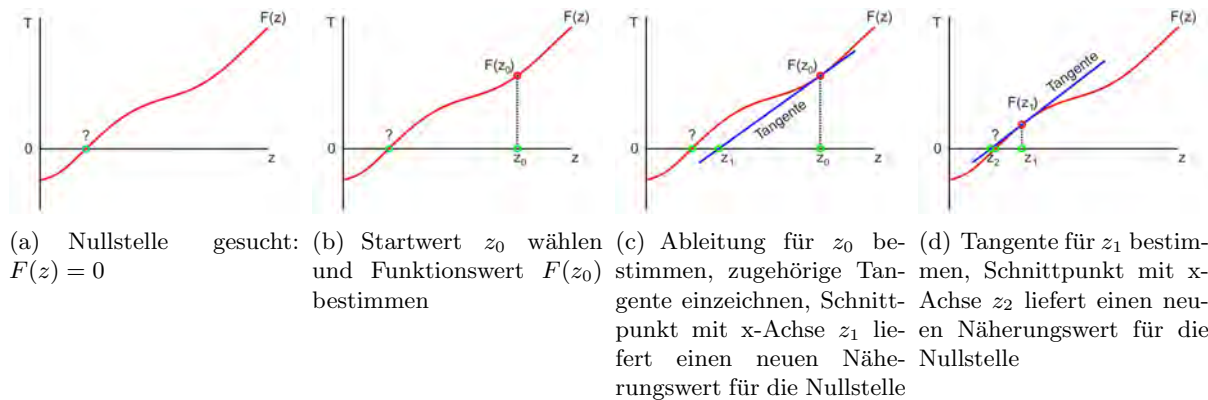


## 2.3 Indirekte Rekonstruktion mit der Levenberg-Marquardt-Methode

Die Levenberg-Marquardt-Methode [KNS08] gehört zu den klassischen Regularisierungsmethoden für nicht-lineare, schlecht-gestellte inverse Probleme und wurde für zahlreiche andere inverse Wärmeleitungsprobleme [Ozi00] angewendet. Außerdem wird diese Methode innerhalb anderer Felder angewendet, z. B. in den Geowissenschaften zur Filterungsproblemen von Grundwasser [Han97] und in der Chemie zur Analyse der Elektronenspinresonanz [BLSF96].

### 2.3.1 Newton-Verfahren als Motivation (1D)

Die Levenberg-Marquardt-Methode basiert auf dem Newton-Verfahren, welches zur Nullstellensuche für reelle, stetig differenzierbare Funktionen geeignet ist [Sto83]. Die Iteration kann den Startwert erfolgreich durch einen Wert ersetzen, welche der Nullstelle näher ist, wenn der Startwert selbst „ausreichend nah“ an der Nullstelle liegt. Die Konvergenz der Folge, welche durch die Iteration definiert wird, ist also nicht gewährleistet; im ungünstigen Fall tritt Divergenz, Oszillation oder Konvergenz gegen eine andere lokale Nullstelle auf. Graphisch kann das Newton-Verfahren durch die Tangentenbildung beschrieben werden. In Abbildung 2.17 sieht man die ersten zwei Iterationsschritte für eine Funktion  $F$ , welche den reellen Wert  $z$  auf den reellen Wert  $T$  abbildet.



**Abbildung 2.17:** Newton-Verfahren zur Nullstellensuche einer reellen, stetig differenzierbaren Funktion  $F(z) = T$ . Bestimmung der Tangente für die ersten zwei Iterationsschritte.

Die Iteration des Newton-Verfahrens für die reelle, skalarwertige Funktion  $F$  lautet

$$z_{k+1} = z_k - \frac{F(z_k)}{F'(z_k)}, \quad (2.53)$$

wobei  $F'$  die Ableitung der Funktion bezeichnet. Da die Funktion skalarwertig ist, kann  $z$  nur eine eindimensionale (1D) Wanddickeninformation beschreiben, z. B. die Wanddicke für einen einzigen Punkt an der Vorderseite der Wand. Um eine vollständige Rückwandgeometrie eines dreidimensionalen oder zweidimensionalen Probekörpers, d. h. des Profils, zu beschreiben, benötigen wir eine Verallgemeinerung des Newton-Verfahrens für vektorwertige Funktionen. Zuerst muss dazu im folgenden Unterkapitel der Zusammenhang zwischen der 2D/3D-Geometrie und einem Vektor definiert werden.

### 2.3.2 Diskretisierung der Rückwandgeometrie und des Temperaturfeldes

In diesem Unterkapitel wird die Diskretisierung der Rückwandgeometrie und des zeitlichen und örtlichen Temperaturfeldes beschrieben, zuerst für eine 2D-Darstellung, d. h. für ein Profil eines Probekörpers, und dann für eine 3D-Darstellung. In jedem Fall muss die Geometrie mit defekter Rückwand und das Temperaturfeld jeweils durch einen Vektor dargestellt werden, da die Verallgemeinerung des Newton-Verfahrens für vektorwertige Funktionen und nicht für matrixwertige Funktionen möglich ist. Die Diskretisierung wird in diesem Unterkapitel für ein grobes Raster durchgeführt, um eine Veranschaulichung zu vereinfachen. Für die Anwendung an den thermografischen Daten ist das Raster dann feiner gewählt worden, um eine bessere Auflösung der Rückwandgeometrie zu ermöglichen.

**2D-Rekonstruktion:** In Abbildung 2.18 sieht man das Profil eines Probekörpers. Der Querschnitt des Probekörpers wird in die  $x, z$ -Achse gesetzt. Die schwarze Linie mit Kästchen ist die plane Vorderseite und liegt auf der  $x$ -Achse. Die braune Linie ist die Rückwand; die grauen Linien die Seitenwände.

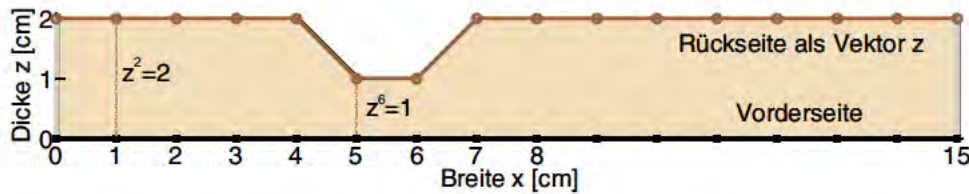


Abbildung 2.18: Diskretisierung der Rückwandgeometrie eines Probekörperprofils zur 2D-Rekonstruktion der Rückwandgeometrie

Zu jedem  $x$ -Wert entlang der Vorderseite gibt es einen  $z$ -Wert, welcher die Dicke des Probekörpers beschreibt. Die Rückwand wird in dieser Arbeit für endlich viele Punkte, die sogenannten Rückwandstützstellen, auf der Vorderseite beschrieben. Die Rückwandstützstellen sind durch 16 Punkte im 1 cm Abstand skizziert worden, welche durch schwarze Kästchen markiert wurden, Abb. 2.18 (Für die Anwendung wurde eine feinere Rasterung im Millimeter-Abstand gewählt). Durch eine Angabe eines Vektors  $z$  mit 16 Einträgen, z. B. mit

$$z = (z^1, z^2, z^3, \dots, z^{16}) = (2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 2, 2, \dots, 2) \quad (2.54)$$

wird die Wanddicke für diese Vorderseiten-Punkte definiert, welche in der Abb. 2.18 mit braunen Punkten markiert sind. Durch eine lineare Verbindung dieser Wanddickeninformation ergibt sich die vollständige Rückwandgeometrie, welche in der Abb. 2.18 durch die braune Linie markiert ist. Die Rückwand durch ein Polynom höheren Grades zu interpolieren, ist bei einer feinen 1 mm Rasterung nicht notwendig.

Das zeitliche und örtliche Temperaturfeld ist aufgrund der Aufnahme mit einer Infrarotkamera mit einem *focal plane array* im Ort und in der Zeit diskretisiert. Abbildung 2.19 zeigt die Sortierung des zeitlichen und örtlichen Temperaturfeldes, welcher auf der Vorderseite des Probekörperprofils aufgenommenen wurde. Mit Pixel werden in dieser Arbeit die Vorderseitenpunkte bezeichnet, an denen die Temperatur beobachtet wird. Zuerst ist der zeitliche Temperaturabfall im ersten Pixel zu sehen, dann der Temperaturabfall im zweiten Pixel, usw.



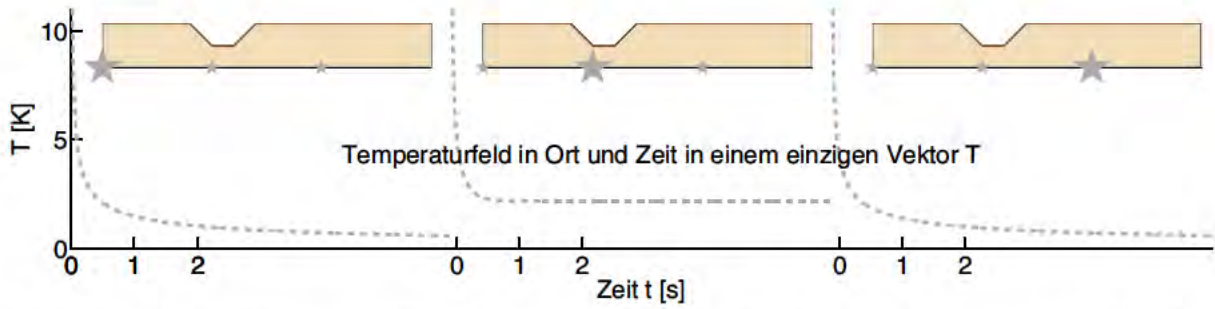


Abbildung 2.19: Diskretisierung der vorderseitigen, zeitlichen und örtlichen Temperaturverteilung zur 2D-Rekonstruktion der Rückwandgeometrie

Zur Skizzierung nehmen drei Pixel für je 100 Zeitpunkte die Temperatur auf der Vorderseite des Profils auf, markiert durch Sterne in Abb. 2.19 (In der Anwendung nehmen 475 Pixel die Temperatur des 15 cm breiten Profils auf – ca 300  $\mu\text{m}$  / Pixel; für 600 Zeitpunkte). Dieses Temperaturfeld wird im Vektor  $T$  mit  $3 \cdot 100 = 300$  Einträgen sortiert, z. B. kann der Vektor  $T$  folgende Einträge besitzen

$$T = (T^1, T^2, T^3, T^4, \dots, T^{300}) = (11, 10, 9, 8, \dots, 0.5, 11, 10, 9, 8, \dots, 2.5, 11, 10, \dots) \quad (2.55)$$

Diese Sortierung ist für das spätere Verständnis der Sensitivität der Vorwärtsrechnung auf Rückwandänderungen hilfreich.

**3D-Rekonstruktion:** Die Rückwandgeometrie des 3D-Probekörpers wird in Abbildung 2.20 für ein 1 cm Raster gezeigt. Die Diskretisierung des Profils wird auf die Länge in  $y$ -Richtung ausgeweitet. Damit hat die Vereinfachung eines 5 cm breiten und langen Probekörpers einen Geometrievektor mit  $6^2 = 36$  Einträgen. In der Anwendung wurde ein 2 mm Raster benutzt, d. h. ein größeres Raster als bei der 2D-Betrachtung; die Ursache liegt in der Simulationsdauer (Kapitel 4.4).

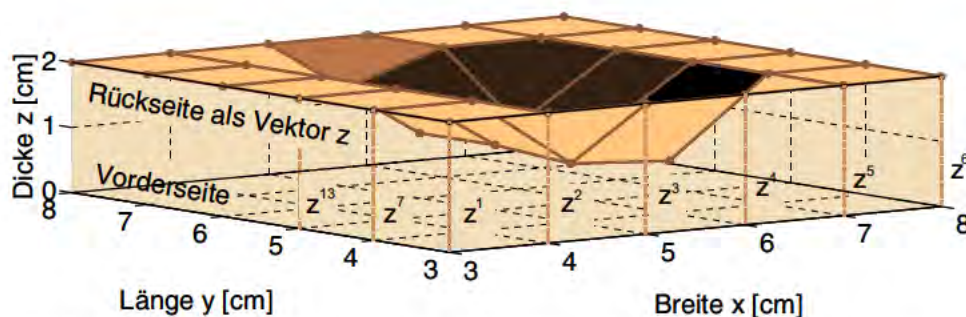


Abbildung 2.20: Diskretisierung der Rückwandgeometrie eines 3D-Probekörpers zur 3D-Rekonstruktion der Rückwandgeometrie

Für das zugehörige zeitliche und örtliche Temperaturfeld wurde die 2D-Überlegung entsprechend der Geometrie in die Länge in  $y$ -Richtung ausgeweitet, Abb. 2.21. Bei der Vereinfachung mit  $3 \times 3$  Pixeln und 100 Zeitpunkten besitzt der Zeitvektor schon  $3^2 \cdot 100 = 900$  Einträge.



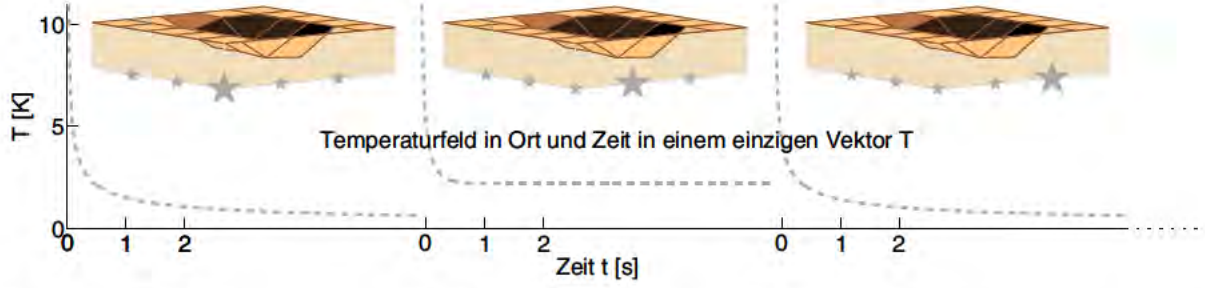


Abbildung 2.21: Diskretisierung der vorderseitigen, zeitlichen und örtlichen Temperaturverteilung zur 3D-Rekonstruktion der Rückwandgeometrie

**Fehlermaß „durchschnittlicher Fehler“:** Um eine rekonstruierte Rückwandgeometrie  $z$  mit der realen Rückwandgeometrie  $z_{\text{real}}$  vergleichen zu können, ist ein Fehlermaß notwendig. Der durchschnittliche Fehler einer Rückwandgeometrie  $z$  wird mit der 1-Norm gemessen und beträgt

$$f_z = \frac{1}{n_z} \sum_{i=1}^{n_z} |z_{\text{real}}^i - z^i| = \frac{1}{n_z} \cdot \|z_{\text{real}} - z^i\|_1, \quad (2.56)$$

wobei  $n_z$  die Anzahl der Einträge im zugehörigen Vektor  $z$  ist. Zwei Schwachstellen von  $f_z$  sollen hier nicht verschwiegen werden:

- Wenn man es als selbstverständlich empfindet, dass die defektfreien Bereiche der rekonstruierten Rückwandgeometrie mit der realen Rückwandgeometrie übereinstimmen, dann ist die obige Definition von  $f_z$  irreführend. Wenn nämlich ein kleinerer Ausschnitt um den Defektbereich untersucht werden würde, z. B. die Breite  $[3, 8]$  anstatt  $[0, 15]$  cm bei Abb. 2.18, dann wäre  $n_z$  kleiner und somit  $f_z$  größer bei identischer rekonstruierter Rückwandgeometrie. Gibt es einen Ausschnitt, welcher zu einem aussagekräftigeren Fehlermaß führen würde? Sich allein auf den defekten Bereich zu beschränken, ist nicht sinnvoll, da der angrenzende, defektfreie Bereich schwer zu rekonstruieren ist. Ein Ausschnitt, dessen Breite von der Defektbreite abhängt, wäre denkbar, aber für die Zwecke dieser Arbeit recht komplex. Deswegen wurde das Fehlermaß für die gesamte Breite evaluiert, wenn nicht anders angegeben (z. B. bei Stahl).
- Eine Abweichung einer rekonstruierten Rückwandgeometrie von einer realen Rückwandgeometrie in einem oberflächennahen Bereich, z. B. bei Breite  $x = 6$  cm bei Abb. 2.18, wird genauso stark gewichtet wie eine Abweichung in einem tief liegenden Bereich, z. B. bei Breite  $x = 8$  cm. Da die Thermografie oberflächennahe Defekte leichter detektieren kann als tief liegende Defekte, könnte man diese tief liegenden Abweichungen als gegeben hinnehmen und weniger gewichten als oberflächennahe Abweichungen. Diese komplexe Definition mit einer Gewichtung würde jedoch zu einer unklaren Angabe des Fehlermaßes bzgl. der physikalischen Einheit führen. Das oben angegebene Fehlermaß  $f_z$  ohne Gewichtung gibt einen durchschnittlichen Fehler bzgl. einer Einheit an und bietet damit ein offensichtliches Maß der Abweichung für beliebige Tiefen.

Genauso muss es möglich sein, ein Temperaturfeld  $T$  mit dem gemessenen Temperaturfeld  $T_{\text{exp}}$  vergleichen zu können. Der durchschnittliche Fehler eines Temperaturfeldes  $T$  wird mit der 2-Norm gemessen und beträgt

$$f_T = \sqrt{\frac{1}{n_T} \sum_{i=1}^{n_T} (T_{\text{exp}}^i - T^i)^2} = \frac{1}{\sqrt{n_T}} \cdot \|T_{\text{exp}} - F(z_k)\|_2, \quad (2.57)$$

wobei  $n_T$  die Anzahl der Einträge im zugehörigen Vektor  $T$  ist. Dieses Fehlermaß wird in der Literatur auch als mittlerer Fehler bezeichnet. Der Unterschied zwischen den beiden Fehlermaßen ist, dass das Fehlermaß  $f_z$  mit Beträgen kleine Abweichung in einzelnen Einträgen stärker gewichtet als das Fehlermaß  $f_T$  mit quadratischer Gewichtung. Da bei den Geometrien kleine Abweichung von großem Interesse sein können, speziell bei oberflächennahen Defekten, ist dort das Fehlermaß mit Beträgen gewählt worden. Bei den Temperaturen ist es sinnvoll kleinere Abweichungen weniger als größere Abweichungen zu gewichten, denn der Fehler soll nicht vorrangig durch das Rauschen der Messdaten, d. h. den zufälligen Messfehler, bestimmt werden; siehe Kapitel 3.6 für Details zum Messfehler.

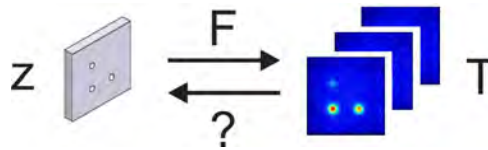
### 2.3.3 Herleitung des Gauss-Newton-Verfahrens (2D und 3D)

In diesem Unterkapitel wird das Vorwärtsproblem des inversen Problems formal definiert, um mathematische Sätze über vektorwertige Funktionen anwenden zu können. Das Vorwärtsproblem lautet in dieser Arbeit folgendermaßen:

Wenn die Rückwandgeometrie  $z_{\text{real}}$  eines Probekörpers bekannt ist, dann ist auch das Temperaturfeld  $T$  auf der Vorderseite des Probekörpers eindeutig bekannt [Eva10]; unter der Annahme, dass die folgenden Voraussetzungen gelten. Die Geometrie des Probekörpers ist bis auf die rückseitige Wand bekannt. Außerdem sind alle Materialparameter, welche für die Wärmeleitungsgleichung, Gl. 2.22, und die Randbedingung, Gl. 2.26, notwendig sind, bekannt. Ferner sind alle Wechselwirkungen des Probekörpers mit der Umgebung durch die Randbedingung, Gl. 2.26, vollständig beschrieben, d. h. die thermische Anregung löst eine definierte und bekannte Wärmestromdichte auf der Vorderseite aus und der Wärmeverlust durch Konvektion und vereinfachte linearisierte Strahlung ist quantifiziert.

Das Temperaturfeld kann entweder mit einer entsprechenden Messung ermittelt werden oder mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) simuliert werden, Kapitel 4.1. Das Vorwärtsproblem lässt sich formal durch die vektorwertige Funktion  $F$  beschreiben, welche einer bekannten Rückwandgeometrie  $z$  das zugehörige Temperaturfeld  $T$  zuordnet. Die Funktion  $F$  des Vorwärtsproblems lautet:

$$F(z) = T. \quad (2.58)$$



**Abbildung 2.22:** Inverses Problem: Rekonstruktion einer Rückwandgeometrie (links) aus thermografischen Daten (rechts)

Da die inverse Funktion  $F^{-1}$  unbekannt ist, ist folgendes inverses Problem nicht direkt lösbar:

$$F^{-1}(T_{\text{exp}}) = z_{\text{real}}, \quad (2.59)$$

wobei  $T_{\text{exp}}$  das in einer Messung experimentell ermittelte Temperaturfeld am Probekörper mit der unzugänglichen Rückwandgeometrie  $z_{\text{real}}$  bezeichnet, d. h. es gilt

$$F(z_{\text{real}}) = T_{\text{exp}}. \quad (2.60)$$

Um dennoch das inverse Problem approximativ zu lösen, wird die Newton-Methode in diesem Unterkapitel verallgemeinert.

**Herleitung:** Unter der Verwendung des Satzes von Taylor kann die Funktion  $F$  linearisiert werden:

$$F(z_{\text{real}}) = F(z_0) + F'(z_0) \cdot (z_{\text{real}} - z_0) \quad (2.61)$$

Der Entwicklungspunkt der Taylorreihe ist dabei  $z = z_0$ , die Vektoren sind Spaltenvektoren und  $F'$  ist die nicht-quadratische Ableitungsmatrix, welche im folgenden Unterkapitel im Detail beschrieben wird. Diese Vektorgleichung kann nach der unbekannten Variable  $z_{\text{real}}$  aufgelöst werden, indem folgende Rechenschritte vorgenommen werden:

- Der Vektor  $F(z_0)$  wird auf beiden Seiten der Gleichung 2.61 abgezogen. Es folgt

$$F(z_{\text{real}}) - F(z_0) = F'(z_0) \cdot (z_{\text{real}} - z_0). \quad (2.62)$$

- Da keine inverse Matrix für nicht-quadratische Matrizen definiert ist, wird zuerst die transponierte Matrix  $F(z_0)^T$  auf beiden Seiten der Gleichung 2.62 von links multipliziert. Es folgt

$$F(z_0)^T \cdot [F(z_{\text{real}}) - F(z_0)] = F(z_0)^T \cdot F'(z_0) \cdot (z_{\text{real}} - z_0). \quad (2.63)$$

- Dann wird die inverse Matrix von der quadratischen Matrix  $F(z_0)^T \cdot F'(z_0)$  auf beiden Seiten der Gleichung 2.63 von links multipliziert. Es folgt

$$[F(z_0)^T \cdot F'(z_0)]^{-1} \cdot F(z_0)^T \cdot [F(z_{\text{real}}) - F(z_0)] = z_{\text{real}} - z_0. \quad (2.64)$$

- Der Vektor  $z_0$  wird auf beiden Seiten der Gleichung 2.64 addiert. Es folgt

$$z_{\text{real}} = z_0 + [F(z_0)^T \cdot F'(z_0)]^{-1} \cdot F(z_0)^T \cdot [F(z_{\text{real}}) - F(z_0)]. \quad (2.65)$$

- Die Matrix  $[F(z_0)^T \cdot F'(z_0)]^{-1} \cdot F(z_0)^T$  wird als Pseudo-Inverse der Matrix  $F'(z_0)$  bezeichnet und mit  $F^+(z_0)$  abgekürzt. Also gilt die Definition der Pseudo-Inversen:

$$F^+(z_0) = [F(z_0)^T \cdot F'(z_0)]^{-1} \cdot F(z_0)^T. \quad (2.66)$$

Damit folgt aus Gleichung 2.65:

$$z_{\text{real}} = z_0 + F^+(z_0) \cdot [F(z_{\text{real}}) - F(z_0)]. \quad (2.67)$$

**Gauss-Newton-Verfahren:** Damit ist die Linearisierung der Funktion  $F$  in Gl. 2.61 nach der zu bestimmenden Rückwand  $z_{\text{real}}$  aufgelöst worden. Da eine Linearisierung einer nicht-linearen Funktion nur eine Approximation darstellt, liefert die Gleichung 2.67 nur eine Approximation der zu bestimmenden Rückwand  $z_{\text{real}}$ . Eine iterative Anwendung, d. h.

$$z_{k+1} = z_k + F^+(z_k) \cdot [T_{\text{exp}} - F(z_k)], \quad (2.68)$$

sorgt für eine Folge von Geometrien  $(z_0, z_1, z_2, \dots)$ , welche für einen „genügend guten“ Startwert  $z_0$  gegen die zu bestimmende Rückwand  $z_{\text{real}}$  konvergiert. Um eine erfolgreiche Rekonstruktion zu erzielen, sollte also der Startwert die Rückwand so gut wie möglich beschreiben. Die Iteration in Gleichung (2.68) wird als Gauss-Newton-Verfahren bezeichnet [Rie03].

Wie bestimmt man das Temperaturfeld  $F(z_k)$  und die Ableitungsmatrix  $F'(z_k)$  für eine Rückwandgeometrie  $z_k$ ? Das Temperaturfeld lässt sich numerisch simulieren und wird in Kapitel 4.1 detailliert beschrieben. Die Ableitungsmatrix beschreibt die Sensitivität der Funktion  $F$



auf infinitesimale geometrische Änderungen. Diese kann durch erneute Simulationen berechnet werden, indem die Rückwandgeometrie infinitesimal verändert wird; Details zu diesen Rückwandgeometrien sind im Unterkapitel 2.3.4 beschrieben. Da diese Bestimmung vom Raster der Rückwandgeometrie abhängig ist, kann die Berechnung der Ableitungsmatrix sehr zeitaufwendig werden. Eine immense Zeitersparnis bringt eine alternative approximative Bestimmung der Sensitivität, welche in Unterkapitel 2.3.5 beschrieben wird. Die Inversion wird für beide Alternativen durchgeführt und verglichen. Nach der Beschreibung der Ableitung folgt die Regularisierungsmethode des Gauss-Newton-Verfahrens, welche für eine erfolgreiche Rekonstruktion notwendig ist, da das inverse Problem dieser Arbeit schlecht-gestellt ist. Die Regularisierung ist eine Erweiterung bzw. Variation der Pseudo-Inversen  $F^+(z_k)$ .

### 2.3.4 Sensitivität: Bestimmung mit der Differenzenmethode

Die Sensitivität der Vorwärtzlösung auf infinitesimale Änderungen in der Rückwandgeometrie bestimmt maßgeblich den Iterationsschritt. Die Definition der Sensitivität beruht auf der Differenzenmethode. In diesem Unterkapitel wird die Bestimmung der Sensitivität anhand von vereinfachten Skizzen für eine 2D-Rekonstruktion veranschaulicht, wobei die Rasterung von Rückwandgeometrie und Temperaturfeld den Skizzen aus Unterkapitel 2.3.2 entsprechen.

Abbildung 2.23 zeigt die fünf ersten „infinitesimalen“ Änderung der Rückwandgeometrie am Punkt  $x = 1$  cm,  $x = 2$  cm, ...,  $x = 5$  cm.

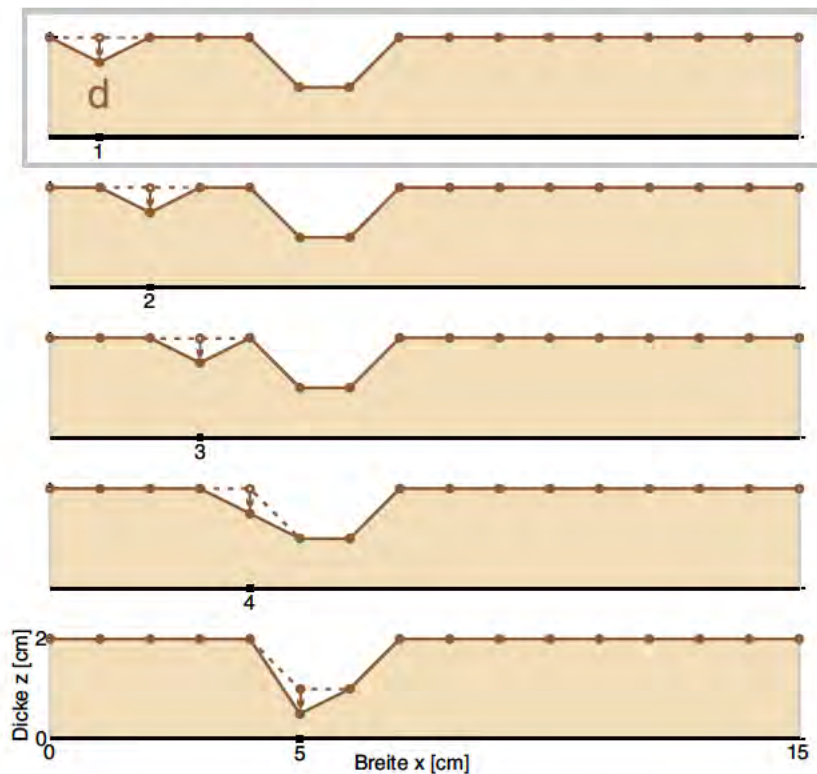
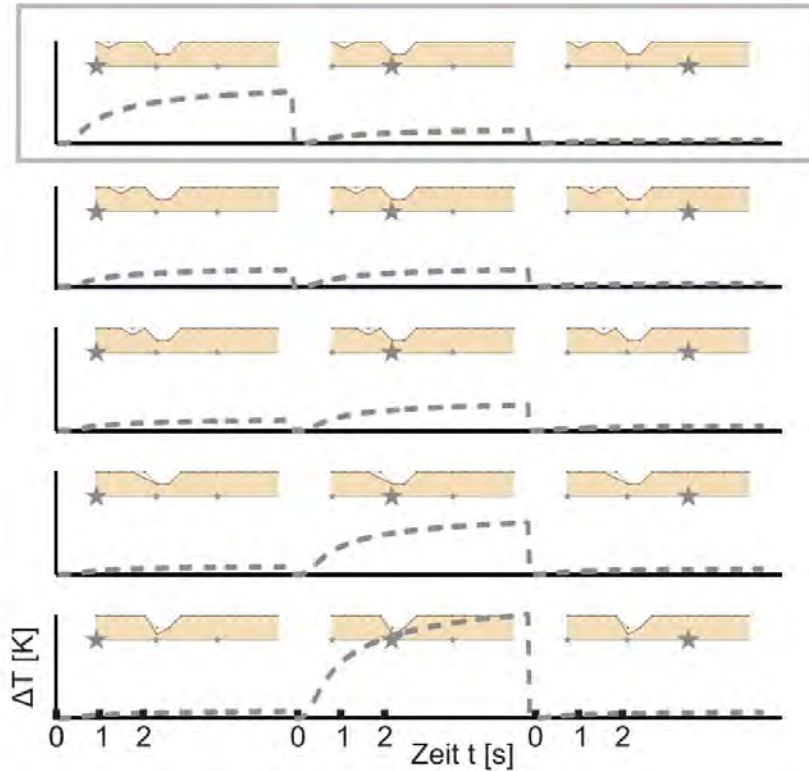


Abbildung 2.23: Skizze der „infinitesimalen“ Änderung der Rückwandgeometrie zur Berechnung der Ableitungsmatrix

Die Änderungen für die Punkte  $x \geq 6$  cm werden entsprechend gebildet. Je Rückwandstützstelle wird die Rückwand um  $d = 5$  mm dünner. Wegen der linearen Interpolation der Rückwandgeometrie ergibt sich eine definierte Flächenänderung. Im Falle eines defektfreien Bereiches

des Probekörpers, z. B. bei  $x = 2$  cm, entspricht die Flächenänderung einem gleichschenkligen Dreieck mit Höhe  $d = 5$  mm und Grundseitenbreite 2 cm.

Für jede der „infinitesimalen“ Änderungen wird das Temperaturfeld berechnet und mit dem originalen Temperaturfeld verglichen, d. h. das Temperaturfeld in Abb. 2.19 wird subtrahiert. Abbildung 2.24 zeigt die resultierende Differenz  $\Delta T$  für fünf „infinitesimale“ Änderungen.



**Abbildung 2.24:** Skizze der Differenz  $\Delta T$  des Temperaturfeldes bei „infinitesimalen“ Änderungen zum originalen Temperaturfeld aus Abb. 2.19

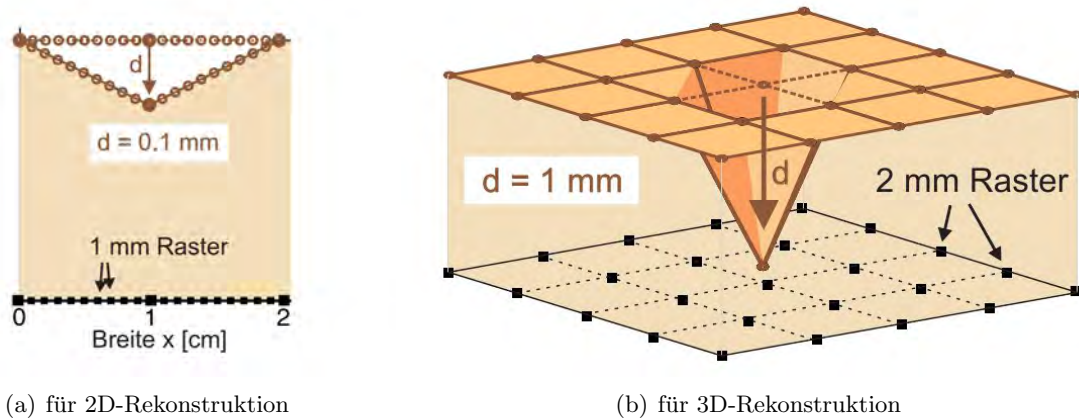
Die erste Zeile in Abbildung 2.23 und 2.24 ist umrahmt. Diese umrahmte Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zeigt, dass die meiste Änderung des Temperaturfeldes am Pixel zu sehen ist, welcher der geänderten Rückwandstützstelle am nächsten ist. Mit Sternen sind die Pixel (oder Vorderseitenpunkte) gekennzeichnet, an welche der Abschnitt des Temperaturfeldes beobachtet wird. Die fünfte Differenz  $\Delta T$  zeigt, dass die Änderung des Temperaturfeldes besonders in der Nähe des Defektzentrums zu späten Zeitpunkten des Zeitintervalls groß ist. Diese Kurven sind durch eine grobe Vereinfachung mittels Gleichung (2.33) entstanden.

Abbildung 2.25 zeigt eine Matrix, deren Spalten den Temperaturdifferenzen aus Abb. 2.24 entsprechen. Diese Matrix ist identisch mit der Ableitungsmatrix – bis auf einen skalaren Faktor. In der fünften (und sechsten) Spalte bei Breite  $x = 5$  cm ist die Differenz am größten, und zwar in den mittleren Zeilen. Diese Beobachtung bestätigt, dass die Sensitivität auf „infinitesimale“ Änderungen der Rückwandgeometrie besonders an oberflächennahen Defekten beobachtbar ist. Die Ableitungsmatrix  $F'(z_k)$  für die Rückwandgeometrie  $z_k$  des  $k$ -ten Iterationsschrittes ist für die Skizze formal folgendermaßen definiert. Der Eintrag der Ableitungsmatrix in der  $i$ -ten Zeile und der  $j$ -Spalte entspricht:

$$F'(z_k)_{ij} = \frac{F^i(z_k^1, z_k^2, \dots, z_k^j - d, \dots, z_k^{n_z}) - F^i(z_k)}{-d}, \quad (2.69)$$

wobei  $n_z$  die Anzahl der Einträge des Vektors  $z_k$  ist. Der tiefgestellte Index  $k$  bezeichnet den zugehörigen Iterationsschritt; die hochgestellten Indizes  $i$  und  $j$  bezeichnen den jeweiligen Vektoreintrag der Rückwandgeometrie  $z_k$  bzw. des zugehörigen Temperaturfeldes  $F(z_k)$ . Der  $i$ -te Eintrag von  $F(z_k)$  bezeichnet die Temperatur an einem bestimmten Pixel zu einem bestimmten Zeitpunkt. Zum Beispiel bezeichnet  $F^{200}$  die Temperatur am zweiten Pixel zum Ende des Zeitintervalls, wenn 100 die Anzahl der Zeitpunkte innerhalb des Zeitintervalls ist. Der Vektor  $F(z_k^1, z_k^2, \dots, z_k^j - d, \dots, z_k^{n_z})$  bezeichnet das Temperaturfeld für den Probekörper, welcher an der  $j$ -ten Rückwandstützstelle um  $d$  dünner ist als der Probekörper mit Rückwand  $z_k$ . Die Ableitungsmatrix ist eine  $n_T \times n_z$ -Matrix.

**In der Anwendung** wurde ein feineres Raster und eine kleinere „infinitesimale“ Änderung  $d$  gewählt als das der obigen Skizzen: Abbildung 2.26 zeigt  $d = 0.1$  mm bzw.  $d = 1$  mm für die 2D- und 3D-Rekonstruktion einer maximal 2 cm dicken Materialdicke.



**Abbildung 2.26:** „Infinitesimale“ Änderung in der Anwendung

Bei der 2D-Rekonstruktion wird außerdem die Wanddicke nicht nur an der jeweils betroffenen Rückwandstützstelle geändert, sondern auch an den benachbarten Rückwandstützstellen. Die

Flächenänderung ist identisch für das 1 cm und das 1 mm Raster (für die gleiche Änderung  $d = 0.1$  mm). Das bedeutet, dass die Wanddicke linear abhängig von der Entfernung zur betroffenen Rückwandstützstelle geändert wird und zwar bis zu der Entfernung von  $\pm 1$  cm. In Abbildung 2.26(a) sieht man ein Beispiel für einen defektfreien Bereich. Bei der 3D-Rekonstruktion mit dem 2 mm Raster wurde eine tiefere und schmalere Änderung gewählt:  $d = 1$  mm und keine Änderung an benachbarten Rückwandstützstellen.

Die Definition der Ableitungsmatrix in Gleichung 2.69 kann für die 2D- und 3D-Rekonstruktion der Anwendung in folgender Weise übernommen werden. Die Differenzenmethode zur Bestimmung der Ableitungsmatrix lautet:

$$F'(z_k)_{ij} = \frac{F^i(\tilde{z}_k^j) - F^i(z_k)}{-d}, \quad (2.70)$$

wobei  $\tilde{z}_k^j$  die Rückwandgeometrie bezeichnet, welche die entsprechende „infinitesimale“ Änderung mit Größe  $d$  am  $j$ -ten Eintrag erfahren hat. Eine Begründung für die Art und Weise und die Größe der Flächenänderung liefert letztendlich die Simulation des Temperaturfeldes mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM), Kapitel 4.1. Denn in der Iteration wird die Ableitungsmatrix mittels der FEM-Simulation bestimmt. Die Anzahl der zu variierenden Rückwandstützstellen bestimmt die Anzahl der Simulationen, welche zur Berechnung der Ableitungsmatrix benötigt werden. Die Simulation ist sehr zeitintensiv. Um die Inversion zeiteffizient zu gestalten, muss die Anzahl der zu variierenden Rückwandstützstellen gering gehalten werden, z. B. durch *a priori* Wissen über defektfreie Bereiche des Probekörpers. Eine weitere Möglichkeit ist eine alternative, schnelle Bestimmung bzw. eine Approximation der Ableitungsmatrix, welche im folgenden Unterkapitel 2.3.5 eingeführt wird. Diese Approximation hat leider auch eine schlechtere Rekonstruktion der Rückwand zu Folge. Deswegen werden in dieser Arbeit Ergebnisse für beide Bestimmungsmethoden gezeigt.

### 2.3.5 Sensitivität: approximative Bestimmung mit der Broyden-Methode

Wie im letzten Unterkapitel gezeigt wurde, erfolgt die Berechnung der Sensitivität mittels FEM-Simulationen des Temperaturfeldes für „infinitesimale“ Änderungen in der Rückwandgeometrie an den zu variierenden Rückwandstützstellen. Je nach Dauer der Simulation und Anzahl der Rückwandstützstellen kann die Berechnung der Ableitungsmatrix sehr zeitintensiv sein. Deswegen wurden auch Inversionen mit folgender Alternative, der Broyden-Methode [SB78][KNS08], durchgeführt.



Zur Motivation der Broyden-Methode wird in Abbildung 2.27 die Nullstellensuche mittels des Sekantenverfahrens [Sto83] gezeigt. Beim Sekantenverfahren wird der zweite Iterationswert  $z_2$  nicht durch die Tangente, sondern durch die Sekante ermittelt. Die Berechnung der Ableitung in  $z_1$  entfällt. Zur Bestimmung der Sekante sind nur die Funktionswerte in  $z_1$  und in  $z_0$  erforderlich. Die Gerade durch die Funktionswerte wird Sekante genannt und hat einen Schnittpunkt  $z_2$  mit der  $x$ -Achse, welcher (im günstigen Fall) eine Approximation der Nullstelle liefert. Die Steigung der Sekante  $\tilde{A}_1$  im ersten Iterationsschritt lautet

$$\tilde{A}_1 = \frac{F(z_1) - F(z_0)}{z_1 - z_0}. \quad (2.71)$$

Für eine Verallgemeinerung des Sekantenverfahrens auf vektorwertige Funktionen muss die Matrix  $A_1$  bestimmt werden, welche folgende Vektorgleichung erfüllt:

$$A_1 \cdot (z_1 - z_0) = F(z_1) - F(z_0). \quad (2.72)$$

Diese Matrix  $A_1$  kann bestimmt werden, durch folgende Überlegungen:

- Es wird eine Darstellung mittels der Matrix  $A_0$  aus dem vorhergehenden Iterationsschritt angestrebt:

$$A_1 = A_0 + b \times d. \quad (2.73)$$

Die Vektoren  $b$  und  $d$  müssen derart bestimmt werden, sodass das Kreuzprodukt eine geeignete Matrix bildet.

- Die Wahl  $d = (z_1 - z_0)^T$  bestimmt den Vektor  $b$ . Dazu wird die Gleichung 2.73 in Gleichung 2.72 eingesetzt:

$$(A_0 + b \times (z_1 - z_0)^T) \cdot (z_1 - z_0) = F(z_1) - F(z_0). \quad (2.74)$$

- Auf beiden Seiten wird der Vektor  $A_0 \cdot (z_1 - z_0)$  abgezogen.

$$(b \times (z_1 - z_0)^T) \cdot (z_1 - z_0) = F(z_1) - F(z_0) - A_0 \cdot (z_1 - z_0) \quad (2.75)$$

- Auf der linken Seite bildet sich ein Skalar:

$$b \cdot \|z_1 - z_0\|_2^2 = F(z_1) - F(z_0) - A_0 \cdot (z_1 - z_0), \quad (2.76)$$

wobei  $\|\cdot\|$  der 2-Norm entspricht. Das bedeutet  $\|z\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_z} (z^i)^2}$ .

- Auf beiden Seiten wird mit  $\|z_1 - z_0\|_2^{-2}$  multipliziert:

$$b = [F(z_1) - F(z_0) - A_0 \cdot (z_1 - z_0)] \cdot \|z_1 - z_0\|_2^{-2} \quad (2.77)$$

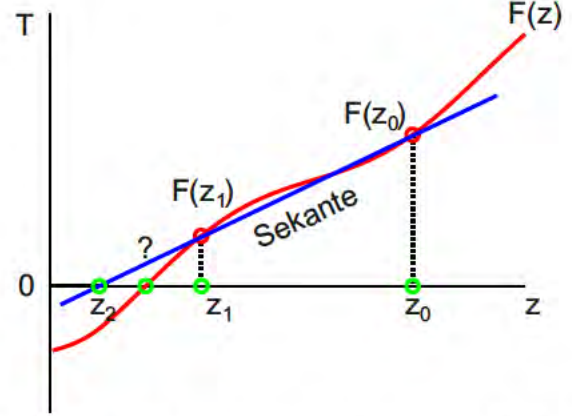


Abbildung 2.27: Sekantenverfahren zur Nullstellensuche bei reeller Funktion

Mit diesen Überlegungen folgt die Broyden-Methode zur Approximation von  $F'(z_1)$  durch  $A_1$ :

$$A_1 = A_0 + \|z_1 - z_0\|_2^{-2} \cdot [F(z_1) - F(z_0) - A_0 \cdot (z_1 - z_0)] \times (z_1 - z_0)^T. \quad (2.78)$$

Dabei gilt, dass  $A_0$  der Ableitungsmatrix  $F'(z_0)$  im ersten Iterationsschritt entspricht. Die Ableitungsmatrix muss nur im ersten Iterationsschritt nach der Differenzenmethode berechnet werden. Für die folgenden Iterationsschritte liefert die Broyden-Methode eine Approximation von  $F'(z_k)$  mit  $A_k$ :

$$A_k = A_{k-1} + \|z_k - z_{k-1}\|_2^{-2} \cdot [F(z_k) - F(z_{k-1}) - A_{k-1} \cdot (z_k - z_{k-1})] \times (z_k - z_{k-1})^T. \quad (2.79)$$

Grundsätzlich gilt, dass die Broyden-Methode eine Approximation der Ableitungsmatrix liefert, während die Differenzenmethode eine genaue Berechnung der Ableitungsmatrix erlaubt (im Rahmen der Simulationsgenauigkeit und bis auf die Größe der „infinitesimalen“ Änderung). Mit der Broyden-Methode wurde also eine approximative, zeiteffiziente Alternative zur iterativen Anwendung der Differenzenmethode gezeigt.

### 2.3.6 Regularisierung der Ableitungsmatrix

In den vorigen Unterkapiteln wurde die Ableitungsmatrix mittels der Differenzenmethode und der Broyden-Methode bestimmt. Im diesem Unterkapitel werden Überlegungen zur Pseudo-Inversen der Ableitungsmatrix angestellt, denn das Gauss-Newton-Verfahren erfordert die Pseudo-Invertierung. Da das inverse Problem schlecht-gestellt ist, muss die Pseudo-Inverse regularisiert werden. Dafür wählen wir die Tikhonov-Regularisierung, welche häufig im Zusammenhang mit dem Gauss-Newton-Verfahren für inverse Probleme angewendet wird. Diese Kombination ist als Levenberg-Marquardt-Methode bekannt; Referenzen dazu sind zu Beginn des Kapitels 2.3 genannt worden.

**Tikhonov-Regularisierung:** Die Tikhonov-Regularisierung wurde für lineare inverse Probleme hergeleitet, eingehend untersucht und kann auch bei der Linearisierung eines nicht-linearen inversen Problem angewendet werden [Rie03]. In dieser Arbeit ist das nicht-lineare Problem  $F(z) = T$  durch die Anwendung des Gauss-Newton-Verfahrens auf eine lineare Gleichung vereinfacht. Dazu benutzen wir folgende Bezeichnung:

- Schrittweite  $s = z_1 - z_0$  (Die alte Rückwandgeometrie ist  $z_0$ , die neue Rückwandgeometrie ist  $z_1$ .)
- Abweichung des Temperaturfeldes  $[T_{\text{exp}} - F(z_0)]$
- Ableitungsmatrix  $A = F'(z_0)$
- Pseudo-Inverse der Matrix  $A$  lautet  $A^+ = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A$ .
- Tikhonov-regularisierte Pseudo-Inverse  $B$  der Matrix  $A$  lautet

$$B = (A^T \cdot A + \alpha \cdot I)^{-1} \cdot A, \quad (2.80)$$

wobei  $\alpha > 0$  ein geeignet zu wählender Regularisierungsparameter und  $I$  die Einheitsmatrix ist, d. h.  $I$  ist eine quadratische Matrix, welche den Wert Eins in den Einträgen der Hauptdiagonalen und sonst den Wert Null besitzt.

- Residuum  $(As - [T_{\text{exp}} - F(z_0)])$

Die lineare Gleichung (2.68) mit der unbekannten Variable  $s$  lautet mit diesen Abkürzungen

$$A \cdot s = [T_{\text{exp}} - F(z_0)]. \quad (2.81)$$

Ohne Regularisierung wäre die Gleichung

$$s = A^+ \cdot [T_{\text{exp}} - F(z_0)] \quad (2.82)$$

zu lösen. Die regularisierte Gleichung für die unbekannte Schrittweite  $s$  lautet:

$$s = (A^T \cdot A + \alpha \cdot I)^{-1} \cdot A \cdot [T_{\text{exp}} - F(z_0)]. \quad (2.83)$$

Die Lösung  $s$  dieser Gleichung ist äquivalent mit folgender Minimierung:

$$\min \left[ \|A \cdot s - [T_{\text{exp}} - F(z_0)]\|_2^2 + \alpha \|s\|_2^2 \right], \quad (2.84)$$

was durch eine Kurvendiskussion gezeigt werden kann. Die zu minimierende Funktion wird Kostenfunktion genannt und besteht in diesem Fall aus der quadratischen Abweichung der linearisierten Funktion  $F$  – welche das Temperaturfeld  $F(z_1)$  berechnet – von den Messdaten  $T_{\text{exp}}$ ; und zwar innerhalb einer Trust-Region, welche durch  $\|s\|_2^2$  definiert wird. Die Linearisierung wird durch

$$F(z_1) = F(z_0) + F'(z_0) \cdot (z_{\text{real}} - z_0) = F(z_0) + A \cdot s \quad (2.85)$$

erzielt, vgl. Gl. (2.61). Also entspricht das Gauss-Newton-Verfahren (bzw. sein erster Iterationsschritt) eigentlich einer Minimierung von

$$\min \|F(z_1) - T_{\text{exp}}\|_2^2 \quad (2.86)$$

innerhalb einer Trust-Region. Die Gewichtung der Trust-Region erfolgt mit dem Regularisierungsparameter  $\alpha$ . Das Maß der Abweichung ist die 2-Norm, d.h.  $\|T\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_T} (T^i)^2}$  und  $\|s\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_z} (s^i)^2}$ .

**Einfluss des Regularisierungsparameters:** Für  $\alpha = 0$  erfolgt keine Regularisierung. Eine schwache Regularisierung mit einem kleinem Regularisierungsparameter, z.B.  $\alpha < 1$ , sorgt dafür, dass für die Lösung der Gleichung folgendes gilt. (1) Die Norm des Residuums ( $As - [T_{\text{exp}} - F(z_0)]$ ) ist klein, d.h. die Gleichung (2.81) ist annähernd exakt gelöst, und (2) die Norm der Schrittweite kann u. U. groß sein. Eine starke Regularisierung mit einem großen Regularisierungsparameter sorgt dafür, dass für die Lösung Gegenteiliges gilt: die Norm der Schrittweite ist klein und die Norm des Residuums kann u. U. groß sein. In diesem Falle nimmt man in Kauf, dass die Gleichung (2.81) unpräzise gelöst wird, dafür ist die Schrittweite in der Anwendung aussagekräftiger [Rie03], was im Folgenden veranschaulicht wird. Der optimale Regularisierungsparameter wird oft als die Knickstelle der L-Kurve bezeichnet, welche die Abbildung der Normen der Schrittweite gegen die Normen des Residuums für verschiedene Parameter bezeichnet [Han00], mehr dazu in Unterkapitel 5.3.7. Der optimale Regularisierungsparameter  $\alpha$  hängt von der Schlecht-Gestelltheit des inversen Problems und von der Stärke des Rauschens der Messdaten  $T_{\text{exp}}$  ab, mehr dazu im Folgenden. In Abbildung 2.28 wird der Effekt von unterschiedlich starker Regularisierung auf die skizzierte Ableitungsmatrix, aus Abb. 2.25, gezeigt; der Faktor  $-d$  wird in diesem Unterkapitel vernachlässigt.



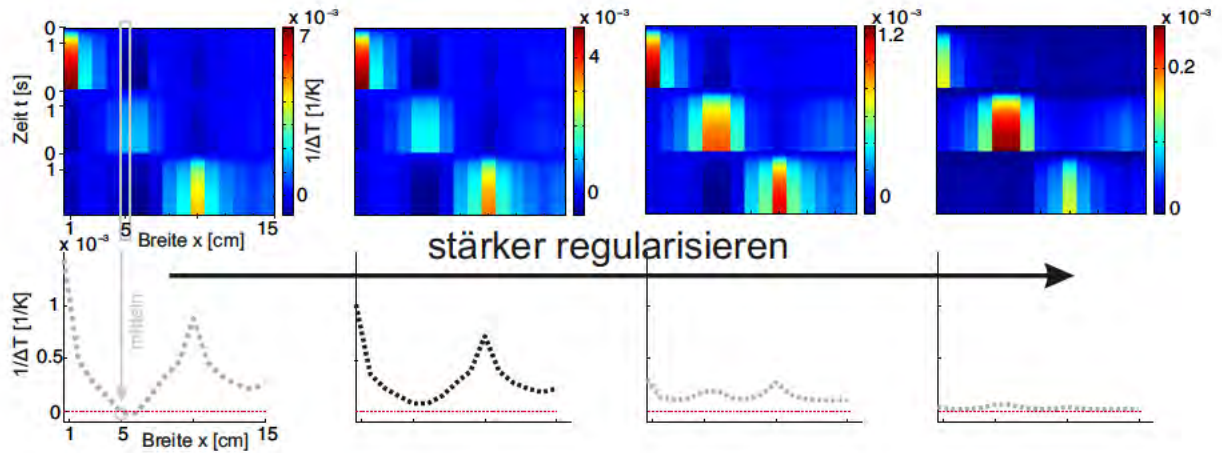


Abbildung 2.28: Regularisierung  $B$  für den Regularisierungsfaktor  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 10^2$ ,  $\alpha = 10^3$  und  $\alpha = 10^4$  der skizzierten Ableitungsmatrix, aus Abb. 2.25,

Die abgebildete Matrix ganz links ist die Pseudo-Inverse (bis auf den Faktor  $-d$ ). Wenn nur der Mittelwert des Temperaturfeldes betrachtet wird, ergibt sich die darunter liegende Kurve. Bei dem Defekt bei Breite  $x = 5$  cm ist der Mittelwert negativ, sonst positiv. Vor allem bei Breite  $x = 1$  und  $x = 10$  cm ergeben sich große Werte. Im zweiten Bild von links sieht man die Tikhonov-regularisierte Pseudo-Inverse mit Regularisierungsparameter  $\alpha = 10^2$  mit der Mittelung über die Breite in der zweiten Zeile. Die Graphen der zweiten Zeile besitzen alle die gleiche Skalierung. Deswegen sieht man, dass diese Mittelung weniger ausgeprägte Extrema besitzt. Für stärkere Regularisierungen mit  $\alpha = 10^3$  und  $\alpha = 10^4$ , dritte bzw. vierte Matrix von links, sind die Extrema noch geringer.

**Bedeutung der einzelnen Einträge der (regularisierten) Pseudo-Inversen:** Welche Bedeutung hat die zehnte Spalte bei  $x = 10$  cm der abgebildeten Matrizen? Der erste Iterationsschritt des regularisierten Gauss-Newton-Verfahrens lautet

$$z_1 = z_0 + B \cdot [T_{\text{exp}} - F(z_0)], \quad (2.87)$$

wobei  $B$  eine  $n_z \times n_T$ -Matrix ist und die zehnte Zeile von  $B$  der zehnten Spalte der abgebildeten Matrizen entspricht. Die zehnte Zeile von  $B$  wird auf die Abweichung des Temperaturfeldes angewendet, sodass der zehnte Eintrag  $z_1^{10}$  der neuen Rückwandgeometrie folgendermaßen lautet:

$$z_1^{10} = z_0^{10} + \sum_{j=1}^{n_T} B_{10,j} \cdot [T_{\text{exp}} - F^j(z_0)]. \quad (2.88)$$

Die zehnte Spalte der abgebildeten Matrix bestimmt also den zehnten Eintrag der Rückwandgeometrie. Der  $j$ -te Eintrag dieser Spalte, d. h.  $B_{10,j}$ , bestimmt die Gewichtung des  $j$ -ten Eintrages des Temperaturfeldes für die Änderung des zehnten Eintrag der Rückwandgeometrie. Die großen Einträge in dieser Spalte sorgen dafür, dass auch kleine Abweichungen des Temperaturfeldes zu einer deutlichen Änderung der Rückwandgeometrie führen. Das ist im Einklang mit den physikalischen Gesetzen. Denn bei Breite  $x = 10$  cm haben wir eine große Wanddicke, vgl. Abb. 2.18. Abweichungen des Temperaturfeldes müssen für große Wanddicken, z. B.  $x_0^{10} = 2$ , generell stärker gewichtet werden als für geringe Wanddicken, z. B.  $x_0^5 = 1$ . Denn die Diffusion sorgt bei identischer Wanddickenänderung für geringe Temperaturänderungen bei großer Wanddicke und für große Temperaturänderungen bei geringer Wanddicke. Die großen Einträge der Matrix  $B$  haben also einen physikalischen Sinn. Dennoch: Bei Anwendung der Matrix  $B$  auf verrauschte Daten werden geringe Änderungen des Temperaturfeldes fehlinterpretiert!

Ohne Anwendung einer Regularisierung wird die Rückwandgeometrie aufgrund von Rauschen verändert.

### Vorteile und Nachteile der Regularisierung:

- Vorteil der Tikhonov-Regularisierung: Die Tikhonov-Regularisierung mit genügend großem Regularisierungsparameter  $\alpha$  vermeidet, dass das Rauschen der Messdaten die Bestimmung der Rückwandgeometrie beeinträchtigt.
- Nachteil der Tikhonov-Regularisierung: Je stärker regularisiert wird, desto länger dauert die Rekonstruktion. Der Grund ist folgender: Je größer der Regularisierungsparameter ist, desto kleiner sind die Einträge in der Tikhonov-regularisierten Pseudo-Inversen, desto kleiner ist die Gewichtung des Temperaturfeldes, desto weniger unterscheidet sich die neue Rückwandgeometrie von der alten Rückwandgeometrie in einem Iterationsschritt, desto mehr Iterationen sind notwendig, um erfolgreich die Rückwand zu rekonstruieren.

**Beispiele für Regularisierungsparameter:** Im obigen Beispiel wäre  $\alpha = 10^4$  zu groß, da die Extrema zu stark gedämpft werden; der ideale Parameter ist  $\alpha = 10^2$ . Folgende Parameter wurden in dieser Arbeit angewendet:

- $\alpha = [40, 150, 40]$ : Für die 2D-Rekonstruktion des PVCs wurde ein gesplitteter Parameter gewählt, welcher die Rückwandgeometrie unterschiedlich stark regularisiert; diese Optimierungsmöglichkeit gehört nicht zum Stand der Technik und wurde in [RMK13] veröffentlicht. Der Bereich um das Defektzentrum sollte nur geringe Änderungen erfahren, denn die Echo-defect-shape-Methode -Methode liefert dort erfahrungsgemäß sehr gute Wanddickenwerte. Für diesen Bereich wurde eine starke Regularisierung mit  $\alpha = 150$  angewendet. Für die umgebenden Bereiche war der Parameter  $\alpha = 40$  von Vorteil: die Wanddicke wurde stark korrigiert. Details dazu werden mit Hilfe der Messdaten erklärt, Unterkapitel 5.3.7.
- $\alpha = 1$ : Für die 3D-Rekonstruktion von PVC-Probekörpern, deren Messdaten anders gemittelt werden mussten, lieferte die Inversion mit  $\alpha = 1$  ideale Rekonstruktionsergebnisse.
- $\alpha = 10^5$ : Bei der Auswertung der Probekörper aus Stahl hatten andere Messparameter ein größeres Rauschen der Messdaten zur Folge, sodass für diese Auswertungen der Regularisierungsparameter  $\alpha = 10^5$  optimale 2D-Rekonstruktionsergebnisse lieferte.

Damit ist der Iterationsschritt eines regularisierten Gauss-Newton-Verfahrens erklärt worden. Eine Zusammenfassung und das Stopp-Kriterium folgen im nächsten Unterkapitel.

### 2.3.7 Zusammenfassung der Levenberg-Marquardt-Methode

Das Gauss-Newton-Verfahren für die Anwendung auf thermografische Daten zur Rückwandrekonstruktion wurde ausführlich erklärt. Die Berechnung der Ableitungsmatrix wird mindestens im ersten Iterationsschritt mit der Differenzenmethode durchgeführt. Für die folgenden Iterationsschritte kann die Berechnung durch eine Approximation mit der Broyden-Methode durchgeführt werden. In jedem Fall wird eine Tikhonov-Regularisierung der Ableitung durchgeführt. Das Tikhonov-regularisierte Gauss-Newton-Verfahren wird Levenberg-Marquardt-Methode genannt.

**Die Levenberg-Marquardt-Methode** lautet:

$$z_{k+1} = z_k + [F'(z_k)^T \cdot F'(z_k) + \alpha \cdot I]^{-1} \cdot F'(z_k) \cdot [T_{\text{exp}} - F(z_k)], \quad (2.89)$$

wobei die Ableitung für Änderungen in der Rückwandgeometrie mit der Differenzenmethode, Gl. (2.70), berechnet werden kann (für  $k \geq 0$ ):

$$F'(z_k)_{ij} = \frac{F^i(\tilde{z}_k^j) - F^i(z_k)}{-d}, \quad (2.90)$$

oder alternativ mit der Broyden-Methode, Gl. (2.79), approximiert werden kann (für  $k \geq 1$ ):

$$F'(z_k) = F'(z_{k-1}) + \|z_k - z_{k-1}\|_2^{-2} \cdot [F(z_k) - F(z_{k-1}) - F'(z_{k-1}) \cdot (z_k - z_{k-1})] \times (z_k - z_{k-1})^T \quad (2.91)$$

Der Regularisierungsparameter  $\alpha > 0$  muss geeignet zu gewählt werden. Eine Steuerung der Schrittweite  $(z_{k+1} - z_k)$  war für die Anwendung in dieser Arbeit nicht notwendig und wurde deshalb nicht angewendet. Für PVC wurden nur die Temperaturen ab  $t = 10$  s nach dem Blitzimpuls ausgewertet (bei Stahl ab  $t = 0.1$  s), Begründung in Kapitel 4.4.

**Stoppkriterium:** Ein übliches Kriterium zur Beendigung der Inversion ist das Diskrepanzprinzip. Sobald der mittlere Fehler des Temperaturfeldes, Gl. (2.57),

$$f_T = \frac{1}{\sqrt{n_T}} \cdot \|T_{\text{exp}} - F(z_k)\|_2 \quad (2.92)$$

kleiner als der Simulationsfehler ist, welcher in Kapitel 4.4 bestimmt wird, wird die Inversion beendet. Zusätzliche Kriterien, welche beginnende Stagnation in der Änderung des Temperaturfeldes oder in der Änderung der Rückwandgeometrie berücksichtigen, wurden nicht als notwendig erachtet. Ein alternatives Stoppkriterium, welches in dieser Arbeit für manche Inversionskonfigurationen angewendet und untersucht wurde, ist die Beendigung für einen vorher festgelegten Iterationsschritt.

Im folgenden Kapitel 4.1 wird gezeigt, wie das zugehörige Temperaturfeld  $F(z_k)$  für eine Rückwandgeometrie mit der FEM-Methode berechnet wird; damit ist dann auch die Berechnung der Ableitungsmatrix  $F'(z_k)$  vollständig erklärt.



**Abbildung 2.29:** Die Schnecke mit den verbundenen Fühlern versetzt sich in die Rolle eines Prüfers, welcher bei einer Waddickenmessung keinen Zugang zur Rückwand hat [Pet95]

### 2.3.8 Alternative indirekte Rekonstruktionsmethode

Die meisten alternativen indirekten Rekonstruktionsmethoden sind allgemeine Methoden für indirekte Probleme, welche auf die Rückwandrekonstruktion angewendet werden können, siehe Kapitel 1. In diesem Unterkapitel wird eine indirekte Methode, die iterative Echo-defect-shape-Methode beschrieben [LN07], welche in dieser Arbeit zum Vergleich der Levenberg-Marquardt-Methode auf Messdaten angewendet wird.

Abbildung 2.30 zeigt die skizzierte Berechnung des ersten Iterationsschrittes bei der iterativen Echo-defect-shape-Methode. Die direkte Rekonstruktionsmethode Echo-defect-shape-Methode (EDS) wurde in Kapitel 2.2 eingeführt. Mittels der Echo-defect-shape-Methode wird eine Rückwandgeometrie aus den Messdaten rekonstruiert: die rote Kurve in Abb. 2.30. Für diese Rückwandgeometrie wird eine Simulation durchgeführt. Mittels der Echo-defect-shape-Methode wird eine Rückwandgeometrie aus dem simulierten Temperaturfeld rekonstruiert: die blaue Kurve. Die Differenz der beiden Kurven bestimmt die neue Rückwandgeometrie: die grüne Kurve. Das heißt, die neue Rückwandgeometrie  $z_1$  im ersten Iterationsschritt lautet

$$z_1 = z_0 + (z_0 - z_{S_1}), \quad (2.93)$$

wobei  $z_0$  die „EDS der Messdaten“ und  $z_{S_1}$  die „EDS der Simulation“ im ersten Iterationsschritt ist. Die reale Rückwand wird durch die neue Rückwandgeometrie  $z_1$  besser approximiert als durch die alte Rückwandgeometrie  $z_0$ . Der Grund ist, dass die Echo-defect-shape-Methode die Defekttiefe eher unterschätzt als überschätzt, vor allem am Defektrand. Diese Überlegung kann man im  $k$ -ten Iterationsschritt wiederholen mit

$$z_{k+1} = z_0 + (z_k - z_{S_{k+1}}), \quad (2.94)$$

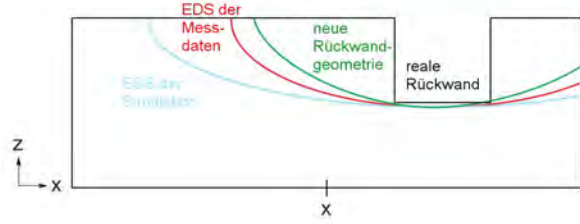
wobei  $z_0$  die EDS der Messdaten und  $z_{S_{k+1}}$  die EDS der Simulation im  $k$ -Iterationsschritt ist. Das heißt: Das für die Rückwandgeometrie  $z_k$  simulierte Temperaturfeld wird mit der Echo-defect-shape-Methode ausgewertet und ergibt die Rückwandgeometrie  $z_{S_{k+1}}$ . Gleichung (2.94) beschreibt die iterative Echo-defect-shape-Methode [LN07], welche mathematisch eine Fixpunktgleichung ist (wegen dem Idealfall  $z_k = z_{S_{k+1}}$ ).

Eine Optimierung der iterativen Echo-defect-shape-Methode wird durch die Einschränkung erzielt, dass eine neue Rückwandgeometrie eine stärkere Wanddicke besitzen soll als die Rückwandgeometrie vor der Iteration. Die optimierte iterative Echo-defect-shape-Methode lautet [RMK12b]:

$$z_{k+1} = z_0 + \max[0, z_k - z_{S_{k+1}}], \quad (2.95)$$

wobei das Maximum je Vektoreintrag angewendet wird. Bei der Auswertung von Messdaten in Kapitel 5 wird gezeigt, dass diese Einschränkung wirklich zu einer Optimierung der Methode führt.

Damit sind alle in dieser Arbeit angewendeten Methoden zur Rückwandrekonstruktion erläutert.



**Abbildung 2.30:** Skizzierte Berechnung des ersten Iterationsschrittes mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode (it. EDS)





## Kapitel 3

# Experimentelles

Während analytische Lösungen einen Sachverhalt oft nur idealisiert darstellen, beinhalten Simulationen und modellierte Daten auch eine Reihe von Fehlerquellen (Fehlerfortschritt bei iterierten Verfahren, Quantisierungsrauschen, systematischer Fehler, d. h. idealisierte Modellvorstellung und Vernachlässigen komplexer physikalischer Wirkmechanismen). Die experimentellen Daten sind grundsätzlich durch einen zufälligen Fehler (Rauschen) und einen systematischen Fehler beeinträchtigt. Eine erfolgreiche Inversion an experimentellen Daten stellt deshalb oft eine viel größere Herausforderung dar, als eine Inversion an simulierten Daten, da die Inversion ein numerisches Werkzeug ist, welches auf einem Simulationsmodell beruht. Bei einer Inversion mit experimentellen Daten sorgt die Kombination aus den systematischen Fehlern des Experiments und des Simulationsmodells für negative Auswirkungen auf das Ergebnis der Inversion. Bei einer Inversion mit simulierten Daten hingegen, fällt der systematische Fehler nicht ins Gewicht. Wenn simulierte Daten mit einer Inversion ausgewertet werden, spricht man auch von synthetischen Daten.

Die Begründung für den Unterschied zwischen der Auswertung von Messdaten und synthetischen Daten mittels Inversion ist folgende: In Gleichung 2.86 wird klar, dass der Algorithmus des Gauss-Newton-Verfahrens eine Simulation sucht, welche mit den Messdaten übereinstimmt. Wenn der Algorithmus des Gauss-Newton-Verfahrens erfolgreich eine solche Simulation gefunden hat, ist die Rückwandgeometrie, welche der Simulation zur Grunde lag, das Rekonstruktionsergebnis. Da das inverse Problem eindeutig ist, stimmt jedenfalls theoretisch das Rekonstruktionsergebnis auch mit der Probengeometrie der Messdaten überein. In der Praxis gilt dies wegen dem Mess- und Simulationsfehler jedoch nicht. Die Messung und die Simulation können bei gleicher Rückwandgeometrie unterschiedliche Temperaturfelder liefern. Auch möglich ist, dass die Messung und die Simulation bei unterschiedlicher Rückwandgeometrie zu einem identischen Temperaturfeld führen. So kann es vorkommen, dass das Gauss-Newton-Verfahren zwar eine Simulation findet, welche mit den Messdaten übereinstimmt, die zugehörigen Rückwandgeometrien jedoch voneinander verschieden sind. In diesem Fall wurde demnach nicht die reale Rückwandgeometrie berechnet. Bei der Auswertung von synthetischen Daten kann dies nicht passieren. Da das inverse Problem eindeutig ist, liegen zwei simulierten identischen Temperaturfeldern immer identische Rückwandgeometrien zugrunde. Wenn der Algorithmus des Gauss-Newton-Verfahrens erfolgreich eine Simulation gefunden hat, welche mit den synthetischen Daten übereinstimmt, dann stimmen auch die zugrunde liegenden Rückwandgeometrien überein. Die Rückwandgeometrie der synthetischen Daten konnte in diesem Fall berechnet werden. Deswegen sind mit der Levenberg-Marquardt-Methode erfolgreiche Inversionen mit synthetischen Daten wahrscheinlicher als mit Messdaten.

Da die Levenberg-Marquardt-Methode in dieser Arbeit zum ersten Mal an experimentellen Daten angewendet wird, ist ein großer Teil der Experimente grundlagenorientiert, und das zugehörige Material, die Defektgeometrien und die Messparameter sind dementsprechend gewählt

worden (PVC-Probekörper). Als Ergänzung zu diesen Untersuchungen, wird die Anwendbarkeit der Levenberg-Marquardt-Methode auf ein Material und auf Defekte aus der anwendungsorientierten Praxis getestet (Stahl-Probekörper).

Im Kapitel 3.1 wird der Messaufbau erklärt, wobei die Details der Versuchseinrichtung in Kapitel 3.2 erläutert werden. Die Probekörper werden hinsichtlich ihrer Materialparameter in Kapitel 3.3 untersucht; die Beschreibung der Geometrie – insbesondere der Defektformen – folgt in Kapitel 3.4. Die Mittelung und Glättung der Datensätze wird in Kapitel 3.5 anhand der Messfilme gezeigt. Die resultierende Messgenauigkeit wird in Kapitel 3.6 beschrieben.

## 3.1 Messaufbau

**Impuls-Thermografie in Reflexion:** Der Messaufbau für eine Rückwandrekonstruktion mit der Impuls-Thermografie besitzt drei wesentliche Komponenten: Kamera, Energiequelle und Probekörper. Die Energiequelle erwärmt den Probekörper und die Kamera detektiert die vom Probekörper ausgehende IR-Strahlung vor, während und nach der Erwärmung. Da die Auswertung auf dem Modell eines Dirac-Wärmeimpulses auf der Oberfläche basiert, wurden Blitzlampen gewählt, da sie eine kurzzeitige Erwärmung ermöglichen (kurzzeitig bzgl. der Wärmediffusion), Details zu den Blitzlampen und der IR-Kamera finden sich im Kapitel 3.2. Im Reflexionsmodus wird der Temperaturabfall an der selben Oberfläche gemessen, an welcher auch die Erwärmung erfolgt. Das hat den Vorteil, dass Probekörper mit einer unzugänglichen (Rück-)Seite auf rückseitige Defekte hin untersucht werden können. Im Reflexionsmodus können zum Beispiel Flugzeugverkleidungen oder Rohrwände auf rückseitige bzw. innenliegende Defekte untersucht werden.

Die PVC-Probekörper wurden mit zwei Blitzlampen erwärmt und die Stahl-Probekörper mit vier Blitzlampen, da diese stärker erwärmt werden konnten, ohne eine Phasenumwandlung des Materials auszulösen.

### 3.1.1 Messaufbau mit zwei Blitzlampen

Abbildung 3.1 zeigt ein Foto des Messaufbaus mit zwei Blitzlampen in Seitenansicht, wobei die nicht-parallele Ausrichtung der Blitzlampen und die horizontale Ausrichtung der Nut des Probekörpers nur in der Voruntersuchung verwendet wurden, Details dazu sind im Folgenden dargestellt.



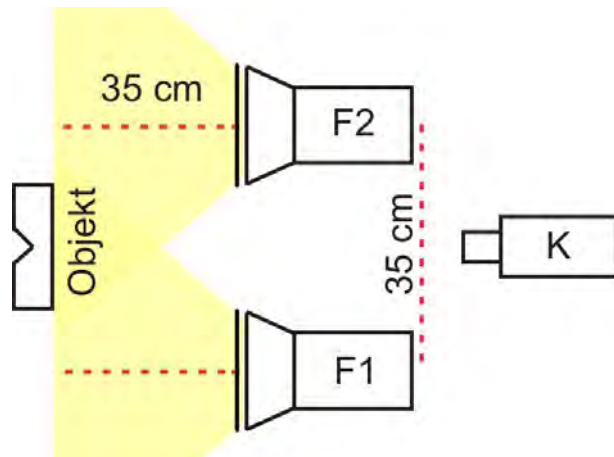
**Abbildung 3.1:** Seitenansicht des Messaufbaus in Reflexionsmodus mit zwei Blitzlampen (hier sind die Blitzlampen nicht parallel ausgerichtet). Die Erwärmung erfolgt an der planen, defektfreien Vorderseite der PVC-Probekörper.

Abbildung 3.2 zeigt die Skizze zur Draufsicht des Messaufbaus mit zwei Blitzlampen F1 und F2. Die von der Blitzlampe ausgehende Strahlung wird durch eine Plexiglasscheibe gefiltert. Die Blitzlampen sind parallel ausgerichtet, d.h. die optischen Achsen sind parallel zueinander und die Brennebenen sind identisch. Mit diesem Messaufbau wurde eine homogenere Erwärmung der Probekörpervorderseite auf der horizontalen Achse erzielt als mit einem Messaufbau, bei dem die Lampen auf den Probenmittelpunkt ausgerichtet waren. Der Probekörper wird an seiner defektfreien Vorderseite durch die einfallende Strahlung der Blitzlampen erwärmt. Die resultierende Erwärmung des Probekörpers wird anhand der von ihm emittierten Strahlung gemessen. Die Kamera, welche zentral auf den Probekörper gerichtet ist, detektiert die von der Vorderseite des Probekörpers ausgehende Strahlung, d.h. die emittierte Strahlung und ebenso die störende Umgebungsstrahlung, welche an der Vorderseite reflektiert wird.

Da die Messung durch ein einfaches Simulationsmodell beschrieben werden soll, sind einheitliche Randbedingungen (Wärmeleitung, Konvektion, Strahlung) an der Oberfläche des Probekörpers von Vorteil. Um Kegel zu imitieren, wurden kegelartige Kunststoffhalterungen mit einem Rundungsdurchmesser von ca. 5 mm zur Aufstellung der PVC-Probekörper verwendet. Dadurch konnte der Energieverlust durch Wärmeleitung minimiert werden, und dieser Verlust konnte im Simulationsmodell vernachlässigt werden.

Der genaue Abstand zwischen Blitzlampe und Brennebene betrug 35 cm, gemessen von der Plexiglasscheibe zur Brennebene. Der Probekörper liegt in der Brennebene und mittig zwischen den optischen Achsen, welche 35 cm voneinander entfernt sind. Eine Diskussion dieser Abstände, weitere Details zur Wärmequelle und zur Kamera folgen im Kapitel 3.2.

**Drehungen innerhalb der Brennebene:** Die Blitzlampen unterscheiden sich deutlich in ihrer Intensität teilweise aufgrund des unterschiedlichen Alters der Blitzröhren. Durch die Aufnahme von mehreren Messzyklen, welche mit unterschiedlichen Positionierungen der Blitzlampen entstanden, war die Erwärmung im gemittelten Datensatz homogener als bei einer Einzelmessung. Die Drehungen des Probekörpers um seine Vorderseitennormale erzielte die Umpositionierung auf praktische Weise. Außer den Nutprobekörpern wurden alle Probekörper in vier Ausrichtungen gemessen, jeweils um  $90^\circ$  gedreht. Die Nutprobekörper wurden nur in zwei Ausrichtungen gemessen: die Nut verlief senkrecht und der Probekörper wurde jeweils um  $180^\circ$  gedreht. Der Grund dafür war die besondere Mittelung der Datensätze der Nutprobekörper, welche in Kapitel 3.5 erläutert wird.



**Abbildung 3.2:** Draufsicht der Messung im Reflexionsmodus mit zwei Blitzlampen F1 und F2, jeweils mit Plexiglasscheiben, und Kamera K

### 3.1.2 Messaufbau mit vier Blitzlampen

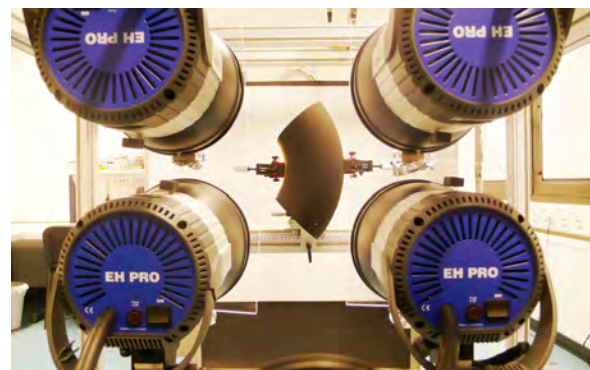
In Abbildung 3.3 sieht man den Messaufbau für die Stahl-Probekörper mit vier Blitzlampen. Für diesen Messaufbau stand für die Kamera ein Objektiv mit kürzerer Brennweite von 29 mm anstatt 100 mm zur Verfügung. Dies ermöglichte einen geringeren Abstand zwischen den Blitzlampen. In Abbildung 3.4 sieht man, dass die vier Blitzlampen ein Rechteck mit Seitenlängen 31 und 20 cm bildeten, in dessen Zentrum sich die Kamera befand. Zur kontrollierten Drehung um  $90^\circ$  wurden die Stahl-Probekörper – mit Klammern aus Kunststoff – an einen drehbaren Aufsatz mit Winkelangabe montiert. Der Emissionsgrad des Stahls variiert stark mit seinem Oxidationsgrad. Um eine definierte hohe Emissivität zu erreichen, wurde der Stahl auf der Vorderseite mit schwarzer Plakafarbe (wasserlöslich, Marke Pelikan) bestrichen – für den Emissionsgrad der Plakafarbe siehe Kapitel 3.3.



**Abbildung 3.3:** Messaufbau mit vier Blitzlampen zur Detektion von Korrosionsschäden an Rohrrinnenwänden



(a) Probekörperperspektive auf die Kamera und die parallel gerichteten Lampen



(b) Kameraperspektive auf das Rohrstück mit geschwärzter Rohraußenwand

**Abbildung 3.4:** Messaufbau mit vier Blitzlampen bei Strahl-Probekörpern

## 3.2 Versuchseinrichtung

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Eigenschaften der Geräte des Messaufbaus, d. h. von der Infrarotkamera und der Blitzlampe, eingehend erklärt. Das Ziel ist einerseits den Messaufbau zu rechtfertigen und die Kameraeinstellungen zu nennen, und andererseits die auftretende Erwärmung detailliert zu verstehen. Der durch die Erwärmung auftretende Wärmestromdichte wird in diesem Kapitel quantifiziert, damit das Simulationsmodell in Kapitel 4.1 entwickelt werden kann.

### 3.2.1 Strahlungsdetektor

Die Wahl eines Strahlungsdetektors und damit eines Temperaturmessers fiel auf eine Indiumantimonid (InSb)-Kamera, da sie im Vergleich zu einer Mikrobolometer-Kamera ein größeres Signal-Rausch-Verhältnis, eine höhere Bildwiederholrate, eine bessere Ortsauflösung und eine deutlich höhere zeitliche Stabilität, d.h. eine viel geringere Detektordrift, besitzt. Das Thermografiesystem InSb 640 SM von Thermosensorik in Abbildung 3.5



**Abbildung 3.5:** Foto der InSb-Infrarotkamera

besitzt als zentrales Element einen Kamerakopf, welcher mit dem zugehörigen Steuerrechner bedient und eingesetzt wird. Die allgemeinen Kennwerte des Kamerakopfes sind folgende:

- Detektormaterial: Halbleiter Indiumantimonid (InSb), welches auf 77 K gekühlt werden muss. Die Bandlückengröße zwischen dem Leitungs- und dem Valenzband des Halbleiters InSb (geköhlt auf 77 K) beträgt 0.22 eV [ZS71], was der spektralen Wellenlänge von 5.4  $\mu\text{m}$  entspricht.
- Sensoranordnung: FPA (*focal plane array*), d.h. eine zweidimensionale Anordnung der Sensoren in der Brennebene.
- Detektor- und Bildformat: 640x512 Pixel (Fullframe). Eine Beschränkung auf einen Bildausschnitt (Subframe) führt zur Erhöhung der Bildrate.
- Pixelgröße: 15x15  $\mu\text{m}^2$ .
- Spektralbereich der zu detektierenden Strahlung: 1.6-5.4  $\mu\text{m}$ , d.h. naher und mittlerer Infrarotbereich (SWIR/MWIR – *short/mid wavelength*).
- Integrationszeit, d.h. Messzeit eines Sensors zur Ermittlung der Strahlungsintensität: 0.6  $\mu\text{s}$ -200 ms.
- Integrationsmodus: *snapshot*-Modus, d.h. alle Sensoren werden zeitgleich ausgelesen.
- Auslesemodus: ITR (*integrate then read*), d.h. ein Sensor wird erst nach der Intensitätsmessung ausgelesen, und IWR (*integrate while read*), d.h. ein Sensor wird schon während der Intensitätsmessung ausgelesen.
- Bildrate: ca. 100 Hz im Fullframe-Modus (bis zu 1000 Hz im Subframe-Modus).
- Digitale Auflösung des Analog-Digital-Wandler (A/D-Wandler): 14 Bit, d.h. die Strahlungsintensität wird durch einen Wert zwischen 0 und max.  $(2^{14} - 1) = 16383$  Digits angegeben. In der Praxis können durch Rauschen tatsächlich nur etwa 12-13 Bit ausgenutzt werden (ca.  $4\text{-}8 \cdot 10^3$  Digits).

**Filterung und Objektiv:** Die zu detektierende Strahlung kann durch verschiedene in die Kamera integrierte Filter auf ein Spektralfenster beschränkt werden. Für die in dieser Arbeit gezeigten Messungen wurde ein Tief- und Hochpassfilter verwendet, welcher nur Strahlung der Wellenlänge 3.7-5.3  $\mu\text{m}$  durchlässt (MWIR). Der Vorteil ist, dass der Effekt der Störstrahlung minimiert wird, ohne dass die Sensitivität für den zu detektierenden Temperaturbereich beeinträchtigt wird. Die Störstrahlung, d.h. vor allem die Reflexion des Blitzes an der Probenoberfläche, besteht nämlich hauptsächlich aus Wellenlängen unter 3.7  $\mu\text{m}$ , wie später gezeigt wird;



und die in dieser Arbeit zu detektierende Strahlung besitzt Wellenlängen über 4  $\mu\text{m}$ , da der Temperaturbereich der Probekörper immer deutlich unter 100°C lagen. Die Kamera besitzt verschiedene Objektive, wobei folgende zum Einsatz kamen:

- Brennweite: 100 mm (optimiert für den Spektralbereich: 3.0-5.3  $\mu\text{m}$ )
- Brennweite: 29 mm (durchlässig für SWIR/MWIR)

**Temperaturwerte:** Die Umwandlung der digitalen Strahlungsintensitäten in Temperaturwerte muss nachträglich am Steuerrechner erfolgen und ist nur für Aufnahmen im ITR-Modus möglich; damit ist die Bildrate auf 93 Hz beschränkt. Die Berechnung des Temperaturwerte basiert auf der rückführbaren Temperaturkalibrierung, welche vom Hersteller in einem Kalibrierschein dokumentiert ist. Die Kalibrierung wurde abhängig vom Objektiv, vom Filter, von der Integrationszeit (und somit für das zugehörige typische Temperaturintervall) durchgeführt. Ferner fließt in die jeweilige Umwandlung in Temperaturwerte die Temperatur des Objektivs, des Filters und des Kameragehäuses mit ein, welche mit zusätzlichen Sensoren für jede Messung ermittelt werden. Die Temperaturdaten betreffende Kenndaten sind folgende:

- möglicher Temperaturbereich: 10-1200°C
- kalibrierter Temperaturbereich: 10-300°C
- relative Messgenauigkeit bzw. Temperaturauflösung: < 0.02 K (Rauschäquivalente Temperaturdifferenz NETD, *Noise Equivalent Temperature Difference*, bei 20°C) .
- absolute Messgenauigkeit:  $\pm 2$  K (allgemein für 10-100°C)

Zum Vergleich: typische NETD-Werte eines Mikrobolometer-Detektors liegen zwischen 0.05 und 0.2 K. Detaillierte Untersuchungen und Erläuterungen zur relativen Messgenauigkeit folgen in Kapitel 3.6.

**Kameraeinstellungen:** Der Temperaturmessbereich, für welchen zuverlässige Temperaturermittlungen möglich sind, ist von der Wahl des Filters und der Integrationszeit abhängig. Daher wurden die absoluten Messgenauigkeiten – innerhalb der Temperaturkalibrierung – für verschiedene Filtereinstellungen und Integrationszeiten gemessen; und zwar für drei Referenztemperaturen je zugehörigem Temperaturmessbereich. Für die beiden Kameraeinstellungen der Messungen an den PVC- und Stahl-Probekörpern lauten die drei absoluten Messgenauigkeiten, Tabelle 3.2,

Probekörper	PVC	Stahl
Temperaturmessbereich	10-50°C	20-100°C
Filter für Spektralbereich	3.7-5.3 $\mu\text{m}$	3.7-5.3 $\mu\text{m}$
Integrationszeit	0.63 ms	0.25 ms
absolute Messgenauigkeit für Referenztemperaturen	[+0.3 -0.1 -0.5] K	[+0.2 +0.2 +0.2] K
Referenztemperaturen	[10 30 50]°C	[30 50 90] °C

**Tabelle 3.1:** Absolute Messgenauigkeiten für spezielle Kameraeinstellungen

Der folgende Teil des Kapitel ist der Untersuchung der Wärmequelle gewidmet, dessen Ergebnisse den Messaufbau, d. h. den gewählten Abstand von Blitz und Objektebene, rechtfertigen und vor allem das Erwärmungsmodell der Simulation vorgeben.

### 3.2.2 Wärmequelle

Nach einem Vergleich von verschiedenen Wärmequellen - Halogenlampen mit und ohne Fresnel-Linse, Heißluft, Blitzlampen - fiel die Wahl auf eine Erwärmung mit mehreren Blitzlampen EH Pro 6000 von Hensel Studioteknik, die jeweils eine Energieaufnahme von 6 kJ ermöglichen, Abb. 3.7. Mit den Blitzlampen konnte eine schnelle und energiereiche impulsartige Erwärmung durchgeführt werden. In diesem Unterkapitel wird die zeitliche und räumliche Erwärmung durch die Blitzlampen untersucht, um für die Simulation ein passendes Modell für die auftretende Wärmestromdichte an der erwärmten Oberfläche des Probekörpers zu wählen. Für diese Untersuchung ist die Kenntnis des Spektrums der emittierten Strahlung des Blitzes notwendig.



Abbildung 3.6: Foto der Blitzlampe

**Maße der Wärmequelle:** In Abbildung 3.7 ist eine Skizze der Blitzlampe zusammen mit ihrem Reflektoraufsatz (Reflektor) und der Plexiglasverkleidung zu sehen. Der Reflektor inklusive der Plexiglasverkleidung hat die Länge 13 cm, und der Reflektor selbst misst 10.5 cm Länge. Die Aufgabe des Reflektors ist es, die von der Blitzröhre (innerhalb des Glaskolbens) ausgehende Strahlung auszurichten und zu homogenisieren. Das Zentrum der Blitzröhre, welche die Spitze des idealisierten Strahlungskegels bildet, liegt in ca. 3 cm Tiefe, gemessen vom Beginn des Reflektors, im zentralen Mittelpunkt des Reflektors. Der Öffnungswinkel des Strahlungskegels wird im Folgenden ermittelt. Note bene, alle Abstände bezüglich des Blitzes, z. B. der Abstand vom Blitz bis zur angestrahlten Wand, sind nicht ab dem Ende des Reflektors des Blitzes, sondern ab dem Ende der Plexiglasverkleidung vermessen, wie in Abb. 3.2 dargestellt.

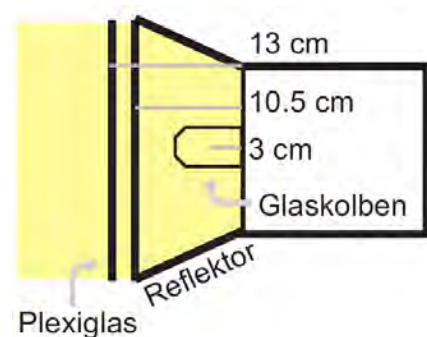
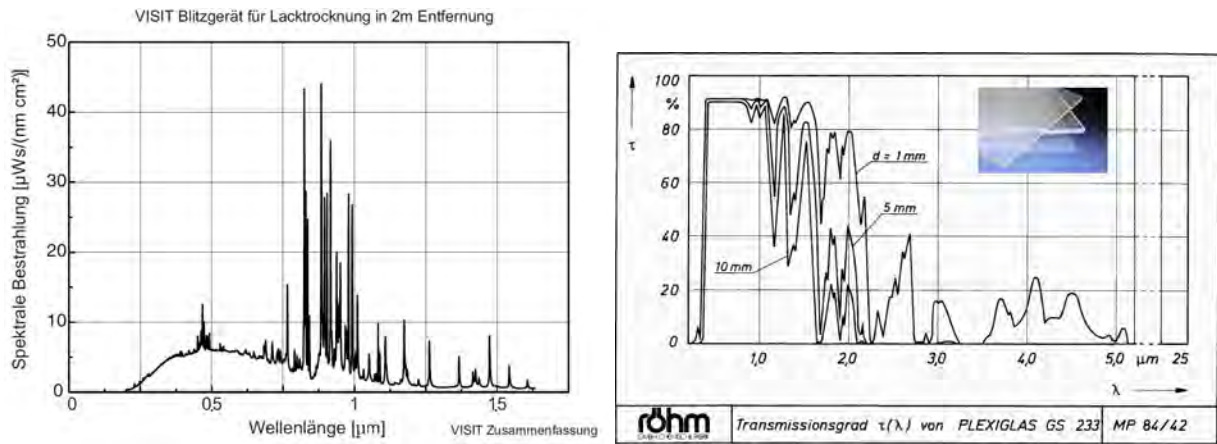


Abbildung 3.7: Skizze der Blitzlampe mit Glaskolben

**Spektrumanalyse:** Was ist der zugrunde liegende physikalische Prozess? Beim Blitzauslösen wird zuerst eine Spannung an dem Draht angelegt, welcher um die Glasröhre gewickelt ist (Zündelektrode), um dadurch das Xenon Füllgas zu ionisieren. Dann wird die in den Kondensatoren gespeicherte Energie an die Elektroden der Blitzröhre geschaltet, und ein Strom durch die Röhre entsteht, der das Plasma zündet. Das Spektrum des Blitzes ist eine Überlagerung zweier Phänomene: die diskrete Linienstrahlung des Xenons und die thermische Plancksche Strahlung des Plasmas (mit etwa 5500 K). Da dies für alle Blitzgeräte gilt, sind sich die Spektren im Allgemeinen ähnlich. Das genaue Spektrum der Blitzlampe Visit ist in Abb. 3.8(a) von Firma Hensel zu sehen. Stark vereinfacht kann man sagen, dass die Blitzlampen ein dem Tageslicht ähnliches Spektrum emittieren (d.h. 5800 K), d.h. die Anteile sind im UV und sichtbaren Spektrum am höchsten und im IR am geringsten.



(a) Spektrum der emittierten Strahlung des Blitzes (ungefiltert), Quelle [Pric] (b) Transmissionspektrum der Plexiglasscheibe als Filter zwischen Blitz und Probekörper, Quelle [Pria]

**Abbildung 3.8:** Spektrumanalyse von Blitz und Plexiglasscheibe

Der Spektralbereich der Strahlung des Blitzes wurde auf  $0.4\text{--}3.0\text{ }\mu\text{m}$  beschränkt – mittels eines Glaskolbens und Acrylglas:

- Der Glaskolben filtert den UV-Anteil heraus (Wellenlängen  $< 0.4\text{ }\mu\text{m}$ ), um die Sicherheit des Experimentators zu gewährleisten.
- Die verwendeten Plexiglasscheiben von 8 mm Dicke filtern die IR-Strahlung für Wellenlängen  $> 0.7\text{ }\mu\text{m}$  und sind sogar weitgehend undurchlässig für Wellenlänge  $> 3.0\text{ }\mu\text{m}$ . Damit wird der IR-Anteil der Blitzlampenstrahlung reduziert, um störende Reflexion auf der Probe zu vermeiden. Denn die Infrarotkamera misst nicht nur die Strahlung, welche vom Probekörper selbst ausgestrahlt wird, sondern auch die Strahlung, welche an der Oberfläche des Probekörpers reflektiert wird. Um die Temperatur des Probekörpers möglichst genau zu messen, sollte also das Material einerseits wenig reflektieren, andererseits müssen störende IR-Quellen mit Wellenlängen  $> 3.7\text{ }\mu\text{m}$  (Beginn des Spektralbereichs des angewendeten Filters der Kamera) in der Umgebung vermieden oder abgeschirmt werden. Abbildung 3.8(b) zeigt das Transmissionspektrum von Plexiglasscheiben verschiedener Dicke, dankenswerter bereit gestellt durch die Firma Röhm.

Um ein Erwärmen der Plexiglasscheibe zu vermeiden, wurde sie bei häufigem Auslösen regelmäßig ausgetauscht. Bei den Messungen der Stahl-Proben wurde das Plexiglas nach sechs Auslösern in 4 min Abständen ausgewechselt. Bei Messungen des PVCs war der zeitliche Abstand zwischen den Auslösern groß genug (20 min), sodass das Plexiglas sich abkühlen konnte und ein Austauschen nicht notwendig war. Die Plexiglasverkleidung war mit einer Halterung, welche mit Aluminiumfolie locker umwickelt wurde, an die Blitzlampe angebracht, sodass störende Reflexionen der erhitzten Halterung auf dem Objekt durch die kühl bleibende Aluminiumverkleidung minimiert werden konnten.

Der Probekörper wird damit hauptsächlich durch Strahlung im sichtbaren Spektrum angeregt. Nun wird die örtliche Verteilung der Blitzintensität untersucht, um einerseits die Abstände des Messaufbaus zu rechtfertigen und andererseits die Berechnung der Wärmeenergiedichte vorzubereiten.

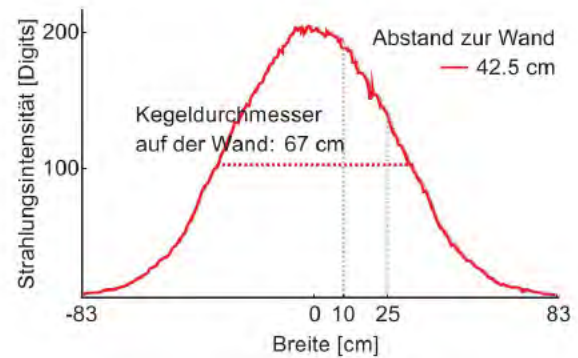
**Blitzintensität im Ort:** Für den Messaufbau ist die großflächige Intensitätsverteilung für einen Abstand von ca. 40 cm interessant und wurde für den sichtbaren Bereich  $0.4\text{--}1\text{ }\mu\text{m}$  mit der monochromen Industriekamera Sony ICX424 gemessen (Firma Hensel). Das gewählte spektrale Fenster ist für die örtliche Verteilung weitgehend vernachlässigbar, da der Reflektoraufsatz



der Blitzlampe für eine Homogenisierung im Ort und auch im Spektrum sorgt. Die indirekte Strahlung der Blitzlampe, reflektiert an einer Wand, wurde an der ca. 1.70 m langen, roten Linie ausgewertet, siehe Fotografie in Abb. 3.9(a). Abbildung 3.9(b) zeigt diese Strahlungsverteilung: der Halbwertsdurchmesser des Strahlungskegels, d. h. der Kegeldurchmesser, liegt bei 67 cm. Beim Messaufbau, der eine homogene Intensitätsverteilung ermöglichte, befand sich der Probekörper nicht auf der optischen Achse der Lampen, sondern bei circa der Breite 10-25 cm. Damit liegt das Objekt innerhalb des Strahlungskegels; und die Energie des Blitzes wird effizient zur Erwärmung des Probekörpers ausgenutzt.



(a) Fotografie mit einer Industriekamera, Auswertung auf der roten Linie



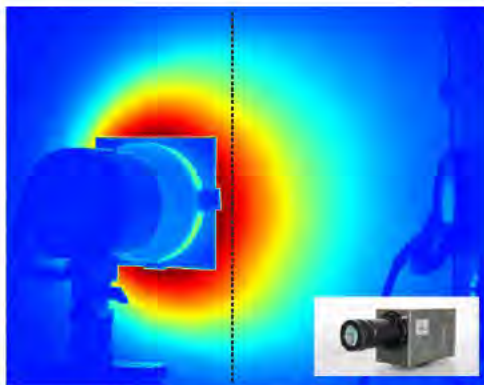
(b) Kegeldurchmesser an der Wand

Abbildung 3.9: Planparallele örtliche Verteilung bei 40 cm Abstand von Blitzreflektor und Wand (d. h. 42.5 cm Abstand bei fiktiver Plexiglasscheibe), Quelle [Pric]

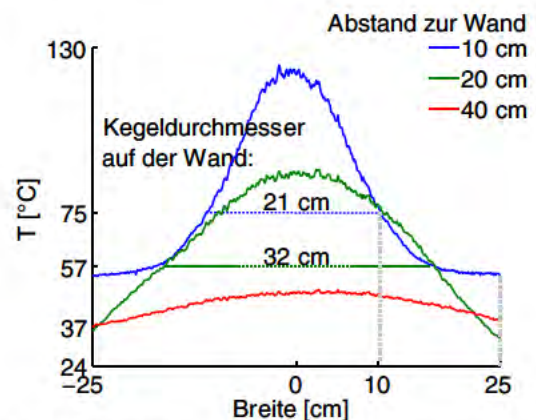
**Öffnungswinkel des Strahlungskegels:** Zur örtlichen Verteilung in die Tiefe wurde der Abstand des Blitzes zur reflektierenden Wand variiert. Die Messungen der Halbwertsdurchmesser – mit der InSb-Kamera für die Abstände 10 und 20 cm (Abbildung 3.10) und der Industriekamera für den Abstand 42.5 cm (Abb. 3.9(b)) – lassen auf einen

Öffnungswinkels des Strahlungskegels von ca.  $59^\circ$

schließen, wobei die zugehörige Kegelspitze im Zentrum des Glaskolbens liegt (vgl. Abb. 3.7).



(a) Thermogramm mit der InSb-Kamera, Auswertung auf der schwarzen Linie



(b) Kegeldurchmesser an der Wand (Brennebene)

Abbildung 3.10: Planparallele örtliche Verteilung bei 10 cm, 20 cm und 40 cm Abstand zur Wand

Für eine möglichst homogene Erwärmung durch mehrere Blitzlampen ist der nahezu lineare Abfall der roten Kurve bei der Breite 10-25 cm in Abb. 3.10(b) von Vorteil.

Damit wäre der Messaufbau in Kapitel 3.1 gerechtfertigt. Für das Modell der Erwärmung in der Simulation wird die quantitative Angabe der Strahlungsintensität als Leistungsdichte im gesamten Objektbereich benötigt. Dazu musste die Wärmeenergiedichte in der gesamten Brennebene des Messaufbaus bestimmt werden. Außerdem wird bei der Wärmeenergiedichteverteilung die Bedeutung deutlich, die örtliche Inhomogenität der Erwärmung im Simulationsmodell zu implementieren.

### Wärmeenergiedichte in der Brennebene:

- Auf der optischen Achse hat Firma Hensel für eine Blitzlampe eine Wärmeenergiedichte  $e$  von

$$e = 7.85 \text{ J/m}^2 \quad (3.1)$$

gemessen; mittels einer spektralen Analyse ähnlich wie in Abb. 3.8(a); bei 2 m Abstand und einer eingehenden Leistung von 0.5 kJ. Die umgerechnete Wärmeenergiedichte  $e$  für den Abstand 37.5 cm und der eingehenden Leistung von 6 kJ mit einer Verdoppelung der Energie für den Einsatz eines Reflektors lautet

$$e = 0.34 \text{ J/cm}^2. \quad (3.2)$$

Durch Einsatz des Reflektors verdoppelt sich (circa) die Energie auf der optischen Achse [Prib][Pric].

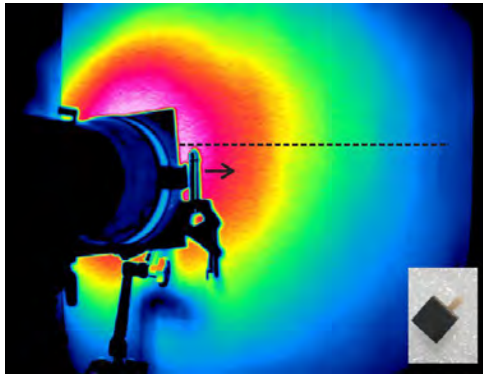
- Auf der optischen Achse wurde für eine Blitzlampe die Wärmeenergiedichte  $e$

$$e = 0.38 \text{ J/cm}^2 \quad (3.3)$$

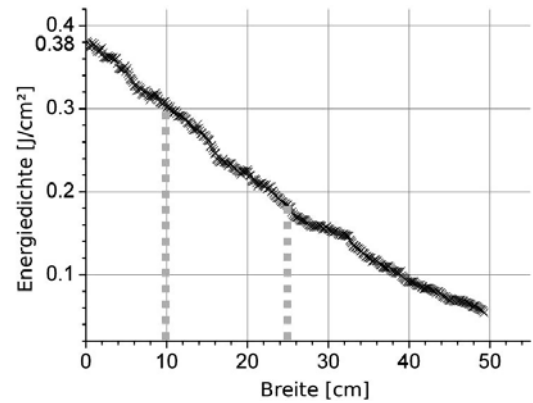
mittels eines selbst entworfenen Kalorimeters gemessen; bei 37.5 cm Abstand und einer eingehenden Leistung von 6 kJ, für einen Blitz mit Reflektor [KM12]. Der Kalorimeter war eine kleine, schwarz beschichtete Metallfläche mit genau bekannten Maßen und thermischen Materialparametern, dessen Erwärmung mit einer InSb-Kamera gemessen wurde. Die umgerechnete Angabe der Wärmeenergiedichte von Firma Hensel entspricht also in etwa der gemessenen Wärmeenergiedichte (zu sehen bei Breite 0 cm in Abb. 3.11(b)).

- Es wird angenommen, dass die Verteilung der Wärmeenergiedichte für die gesamte Brennebene radialsymmetrisch ist. Die Verteilung der Wärmeenergiedichte in Abbildung 3.11(b) wurde mittels des Thermogramms in Abb. 3.11(a) extrapoliert. Die durchschnittliche Wärmeenergiedichte  $e$  auf der Breite 10-25 cm der radialen Achse, d. h. im Objektbereich, liegt somit bei

$$e = 0.24 \text{ J/cm}^2. \quad (3.4)$$



(a) Thermogramm mit der InSb-Kamera, während der Aufnahme mit Hilfssensor



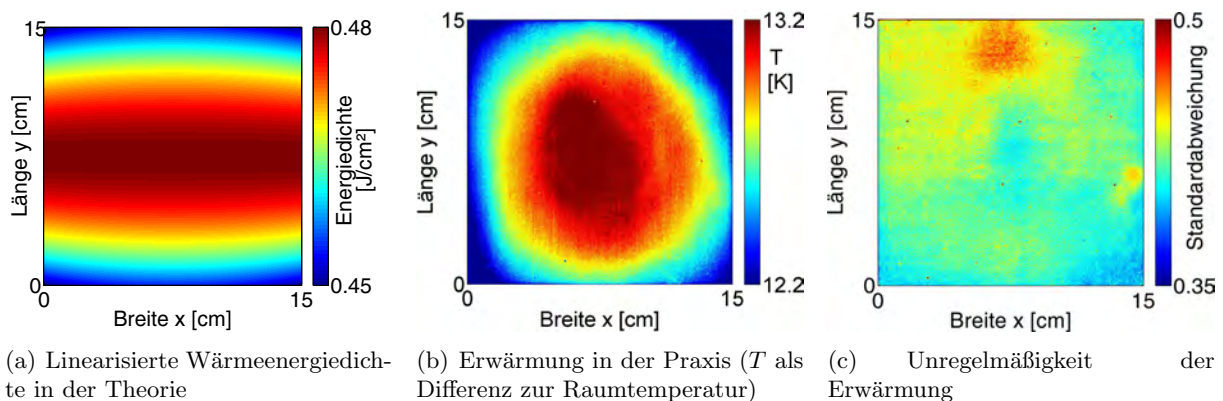
(b) Wärmeenergiedichte auf einer radialen Achse der Brennebene (optische Achse bei Breite 0 cm)

**Abbildung 3.11:** Wärmeenergiedichte in der Brennebene (37.5 cm Abstand von Blitz und Hilfssensor), Quelle [KM12]

**Wärmeenergiedichte im gesamten Objektbereich bei zwei Blitzlampen:** Die grobe Abschätzung der Wärmeenergiedichteverteilung auf der gesamten Probekörper-Vorderseite bei einer Kombination von mehreren Blitzlampen wird mittels einer Vereinfachung des Wärmeenergiedichteabfalls berechnet. Die linearisierte Energieverteilung entsprechend dem Messaufbau nach Abb. 3.2 führt zu einer durchschnittlichen Wärmeenergiedichte  $e$  innerhalb des  $15 \times 15 \text{ cm}^2$  großen Objektbereiches von

$$e = (0.477 \pm 0.014) \text{ J/cm}^2; \quad (3.5)$$

außerdem zeigt die Verteilung der Wärmeenergiedichte weniger Gefälle auf den waagerechten Achsen als auf den senkrechten Achsen, Abb. 3.12(a). Dass die Wärmeenergiedichte auf der waagerechten Achse bei Länge  $y = 7.5 \text{ cm}$  konstant ist, ist auf die Linearisierung zurückzuführen.



(a) Linearisierte Wärmeenergiedichte in der Theorie

(b) Erwärmung in der Praxis ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)

(c) Unregelmäßigkeit der Erwärmung

**Abbildung 3.12:** Wärmeenergiedichte im gesamten Objektbereich bei zwei Blitzlampen

**Erwärmung in der Praxis und ihre Unregelmäßigkeit bei Wiederholungen:** Im Gegensatz zur theoretischen Wärmeenergiedichteverteilung gibt es in der Praxis eine ähnlich starke Änderung auf der senkrechten wie auf der waagerechten Mittelachse. Abbildung 3.12(b) zeigt das wärmste Thermogramm des PVC-Probekörpers bei einer Aufnahme mit einer 93 Hz Bildwiederholrate. Es ist eine inhomogene Erwärmung des PVC-Probekörpers um

$$\Delta T = (13 \pm 0.5) \text{ K} \quad (3.6)$$

zu sehen. In die Formulierung des Simulationsmodells wird nicht nur diese Inhomogenität berücksichtigt, sondern auch die Unregelmäßigkeit, die von Entladung zu Entladung eintritt. Denn die örtliche Verteilung der Wärmeenergiedichte variiert leicht von Entladung zu Entladung, Abb. 3.12(c). Diese Unregelmäßigkeit wird mit der Standardabweichung bei 70 Blitzbildern beschrieben und weist auf eine geringfügige Unregelmäßigkeit von 6 mK hin (6 mK = durchschnittliche Standardabweichung von Abb. 3.12(c) / Anzahl der ausgewerteten Blitzbilder). Nichtsdestotrotz wird das Simulationsmodell dieser Unregelmäßigkeit gerecht und dadurch optimal an die jeweilig zu evaluierenden Messdaten angepasst (vgl. Kapitel 4.1).

**Gesamtenergie im Objektbereich:** Die Gesamtenergie  $Q$ , die auf den Bereich des Probekörpers auftrifft, liegt bei

$$Q = e \cdot A_0 = 107 \text{ J}, \quad (3.7)$$

wobei  $A_0 = 15^2 \text{ cm}^2$  die Fläche des gesamten Objektbereiches beschreibt. Von den 12 kJ, die an die Kondensatoren der Blitzlampen eingespeist worden sind, trifft also nur 1% auf den Probekörper auf. Unter anderem geht ein Drittel der 12 kJ in der Erwärmung der Plexiglasscheiben verloren.

#### Wärmeenergiedichte bei vier Blitzlampen:

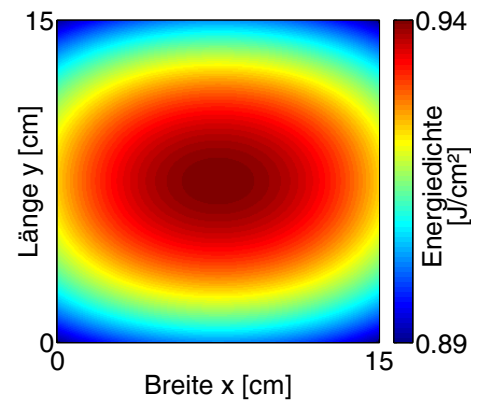
Auf ähnliche Weise lässt sich die Kombination von vier Blitzlampen untersuchen, Abb. 3.13, Messaufbau in Abb. 3.4(a). Die theoretische Wärmeenergiedichte weist dabei eine fast konzentrische Erwärmung auf, außerdem eine durchschnittliche Wärmeenergiedichte  $e$  von

$$e = (0.926 \pm 0.023) \text{ J/cm}^2 \quad (3.8)$$

und eine Gesamtenergie  $Q$  von

$$Q = 208 \text{ J}. \quad (3.9)$$

Um aus der Wärmeenergiedichte die benötigte Leistungsdichte ermitteln zu können, wurde das zeitliche Verhalten des Blitzes untersucht.



**Abbildung 3.13:** Wärmeenergiedichte im Objektbereich bei vier Blitzlampen in der Theorie

**Blitzintensität in der Zeit:** Um das zeitliche Verhalten des Blitzes, d.h. sein Ansteigen und Abklingen, für das gesamte Spektrum der emittierten Strahlung zu erfassen, sind besonders schnelle Messgeräte notwendig, deren spektrale Messbereiche das gesamte Spektrum abdecken. Damit wäre dann für jeden Zeitpunkt das Integral über das gesamte Spektrum bekannt. Es wurde das zeitliche Verhalten für vier verschiedene spektrale Fenster vermessen, die fast das gesamte Spektrum abdecken; im sichtbaren Spektrum mit einer Silizium(Si)-Photodiode und im IR-Spektrum mit der InSb-Kamera, welche durch eine in Aluminium-Folie gewickelte Styropormauer mit einem kleinem Loch abgeschirmt war, Abb. 3.14. Bekanntlich verschiebt sich die spektrale Strahldichte mit abnehmender Temperatur vom sichtbaren Spektrum zum IR, Abb. 3.14(c). Das zeigt, dass die Si-Photodiode vor allem geeignet ist, das zeitliche Verhalten bei den hohen Temperaturen  $> 1000 \text{ K}$  zu detektieren, während die InSb-Kamera eher für das Verhalten bei den niedrigen Temperaturen  $300\text{-}1000 \text{ K}$  detektiert. Das erklärt die Abweichung der gemessenen Intensitätsverläufe für unterschiedliche spektrale Fenster, Abb. 3.14(d). Da die Photodiode Strahlungsintensitäten misst und nicht temperaturkalibriert wurde, sind nur die normierten Strahlungsintensitäten vergleichbar. Die gemessene Blitzdauer, d.h. die Zeitspanne,



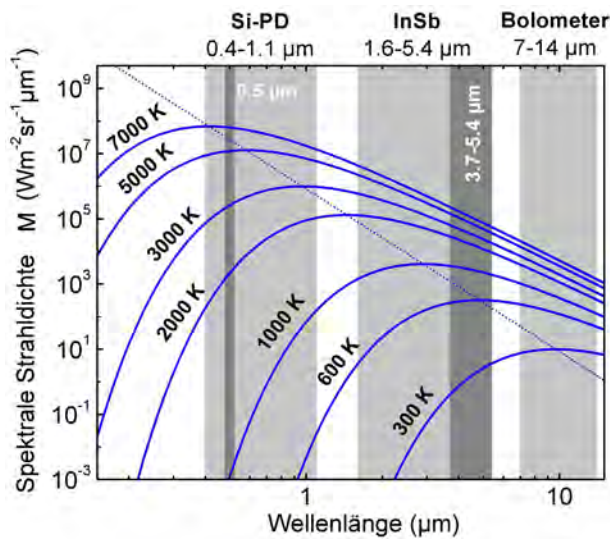
für welche die maximale Intensität auf ihren halben Wert gefallen ist, liegt bei 1.8-4.4 ms und nimmt zu je weiter rechts das zugehörige spektrale Fenster liegt. Als Approximation des zeitlichen Intensitätsverhaltens  $I(t)$  wählen wir die rote Kurve in Abb. 3.14(c) des breiten sichtbaren Spektrums von 0.4-1.1  $\mu\text{m}$  Wellenlänge, welche eine Blitzdauer von 2.0 ms besitzt. Dieses zeitliche Intensitätsverhalten entspricht den Ergebnissen in [VBK10][MVB<sup>+</sup>03] und wird maßgeblich das Simulationsmodell der Erwärmung mitbestimmen. Eine approximative Beschreibung – z. B. durch eine Exponentialfunktion [Sun06][Net00] – wurde in dieser Arbeit nicht benötigt.



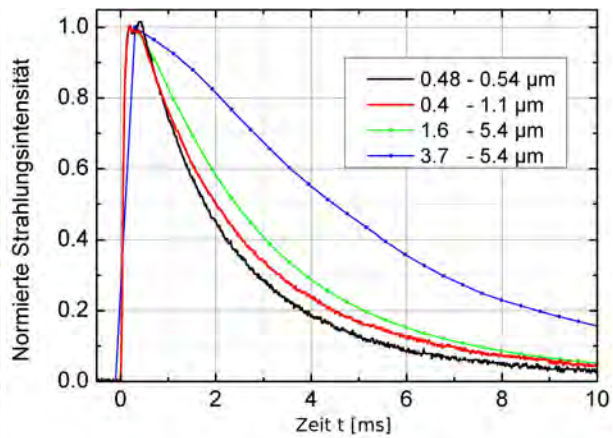
(a) Si-Photodiode



(b) Abgeschirmte InSb-Kamera misst den gefilterten Blitz.



(c) Spektrale Strahldichte bei unterschiedlichen Temperaturen



(d) Intensitätsverhalten für verschiedene spektrale Fenster, siehe Abb. 3.14(c)

**Abbildung 3.14:** Messung der Blitzintensität in der Zeit mit Si-Photodiode und mit InSb-Kamera (mit Variation der Filter)

**Leistungsdichte:** Die Wärmestromdichte aufgrund der Erwärmung auf der Vorderseite des Probekörpers muss für die Simulation bestimmt werden. Bei vollständiger Absorption ( $\epsilon = 1$ ) ist die Wärmestromdichte  $q_0$  (Kapitel 2.1) identisch mit der Leistungsdichte  $i(t)$  der angewendeten Blitzlampen (innerhalb des Objektbereiches). Allgemein gilt:

$$q_0(t) = \epsilon \cdot i(t). \quad (3.10)$$

Deswegen muss die Leistungsdichte bestimmt werden, und zwar mittels der Wärmeenergiedichte.

Zwischen Leistungsdichte  $i(t)$  und Wärmeenergiedichte  $e$  besteht folgende Beziehung:

$$e = \int_t i(t) dt. \quad (3.11)$$

Ich nehme an, dass das zeitliche Verhalten der Leistungsdichte dem entsprechend skalierten zeitlichen Intensitätsverhalten, gemessen für den Spektralbereich 0.4-1.1  $\mu\text{m}$ , entspricht (rote Kurve in Abb. 3.14(d)). Gleichung (3.11) ist erfüllt, wenn die (zeitlich) maximale Leistungsdichte durch

$$i_{\max} = e \cdot \left( \int_t I(t) dt \right)^{-1} \quad (3.12)$$

beschrieben wird. Die Leistungsdichte  $i(t)$  lautet somit

$$i(t) = i_{\max} \cdot I(t). \quad (3.13)$$

Das Integral der normierten Intensitätsverteilung, gemessen für den Spektralbereich 0.4-1.1  $\mu\text{m}$ , lautet  $\int_t I(t) dt = 0.004$  s. Zusammengefasst ergeben sich damit folgende Energie- und Leistungsdichten (mit Gl. (3.3), (3.5), (3.8) und (3.12)):

Erwärmung mit	1 Lampe auf opt. Achse	2 Lampen im Objektbereich	4 Lampen im Objektbereich
Wärmeenergiedichte $e$ [ $\text{J}/\text{cm}^2$ ]	0.38	0.477	0.926
max. Leistungsdichte $i_{\max}$ [ $\text{W}/\text{cm}^2$ ]	95	118	232

**Tabelle 3.2:** Energie- und Leistungsdichten bei einem Abstand von ca. 35 cm zur Objektebene für Blitzlampen mit Plexiglasverkleidung

**Zusammenfassung:** Die Erwärmung durch die Blitzlampen ist quantitativ bestimmt worden und geht so – bis auf geringfügige Änderungen (z. B. wegen Zeiteffizienz, Kapitel 4.1) – als Erwärmungsmodell in die Simulation ein. Die durch die Erwärmung verursachte Wärmestromdichte  $q_0(t)$  auf der Vorderseite des Probekörpers lautet

$$q_0(t) = \epsilon \cdot i(t) = \epsilon \cdot i_{\max} \cdot I(t) = \epsilon \cdot \frac{e}{\int_t I(t) dt} \cdot I(t), \quad (3.14)$$

wobei

- $\epsilon$  der Emissionskoeffizient des Materials (bzw. seiner Beschichtung) ist,
- $i(t)$  die Leistungsdichte der Blitzlampen für den Objektbereich ist und  $i_{\max}$  die (zeitlich) maximale Leistungsdichte ist,
- $I(t)$  die normalisierte Intensität der Blitzlampe ist ( $I_{\max} = 1$ ) ist,
- $e$  die Wärmeenergiedichte der Blitzlampe für den Objektbereich ist.

Zusätzlich wurde in diesem Kapitel die örtliche Inhomogenität und die Unregelmäßigkeit, welche von Entladung zu Entladung auftritt, untersucht. Denn die Inhomogenität und ihre Unregelmäßigkeit sind in das Simulationsmodell integriert worden. Ferner ist der Messaufbau mit den genannten Abständen und den Plexiglasverkleidungen in diesem Kapitel begründet worden.



### 3.3 Probekörper: Bestimmung der Materialparameter

Als Material für die Probekörper, welche zur grundlagenorientierten Untersuchung der Rekonstruktion von 2D- und 3D-Geometrien, verwendet wurden, wurde schwarzer Hart-Polyvinylchlorid (PVC) gewählt. Für eine Ergänzung und Erweiterung dieser grundlagenorientierten Untersuchungen wurden Probekörper aus Stahl untersucht. In diesem Kapitel wird zunächst die Bestimmung der Materialparameter des Kunststoffes beschrieben, dann die Materialparameter des Stahls. Der Kunststoff PVC lässt sich leicht bearbeiten und besitzt homogene, thermische Materialparameter, welche die Gewinnung von möglichst rauschfreien Daten begünstigen. Zum einen besitzt der schwarze PVC einen sehr hohen Emissionsgrad von 0.96 ohne zusätzliche Oberflächenbehandlung und zum anderen eine niedrige Temperaturleitfähigkeit, welche ca. 100-mal geringer als die Temperaturleitfähigkeit von Stahl ist. Die daraus folgenden langsamen thermischen Prozesse im Inneren des PVCs erlauben eine großzügige Mittelung der Kameradaten in der Zeit; dies führt zu einem vorteilhaften Signal-Rausch-Verhältnis. Da der Emissionsgrad auch dem Absorptionsgrad entspricht, verursacht eine an die Oberfläche ausgerichtete elektromagnetische Strahlung eine starke Erwärmung des Materials. Ferner sind Temperaturkontraste und -änderungen, welche die Auswertung der Daten ermöglichen, leicht mit einem Strahlungsdetektor zu erfassen. Zunächst wird der Emissionsgrad für PVC bestimmt, welcher von der Temperatur des Probekörpers, von der Oberflächenbeschaffenheit, von dem Spektrum der Strahlung und vom Detektionswinkel abhängig ist. Für Stahl ist der Emissionsgrad nebensächlich, da die Stahl-Probekörper an ihrer Vorderseite mit schwarzer Plakafarbe bestrichen wurden, für welche der Emissionsgrad von 0.96 verwendet wurde.

#### 3.3.1 Emissionsgrad (PVC)

Der Emissionsgrad, welcher zur Umwandlung von gemessenen Strahlungsintensitäten in Temperaturangaben notwendig ist und zur Messgenauigkeit mitbestimmt wurde, ist für den PVC nach den Richtlinien VDI/VDE des Vereins der Deutschen Ingenieure für Emissionsgradbestimmungen an strahlungsundurchlässigen Stoffen experimentell ermittelt [VDI10] worden - alle drei dort genannten Methoden führen auf den Emissionsgrad des PVCs von 0.96.

- Für die erste und zweite Methode werden die Temperaturwerte einer unbehandelten und einer lackierten Stelle eines warmen Probekörpers verglichen. Bei der ersten Methode ist eine mehrfache Justierung des Emissionsgradsteller des Strahlungsdetektors notwendig;
- und bei der zweiten Methode werden die Temperaturwerte analysiert, welche für den Emissionsgradsteller auf 1 ermittelt wurden. Die Analyse beruht auf der Kombination der Strahlungsbilanz (Gl. (2.11)) für die unbehandelte und die lackierte Fläche und auf der Proportion des elektrischen Signales von kalibrierten Strahlungsthermometern bezüglich der Grenzen des kalibrierten Temperaturbereichs.
- Bei der dritten Methode, welche vor allem für Kunststoffe mit niedrigem Emissionsgrad geeignet ist, wird die Umgebungsstrahlung definiert verändert. Es ist keine Erwärmung oder Lackierung des Probekörpers notwendig, denn es geht nur die Strahlungsbilanz für die unbehandelte Stelle ein.

**Erste Methode:** Mit dem Nextel-Velvet-Lack 811-21, welcher den Emissionsgrad 0.970 besitzt [LT96] wurde ein PVC-Block von  $15 \times 15 \times 2 \text{ cm}^3$  Gesamtgröße teilweise lackiert. Der PVC wurde vollständig erwärmt, indem er für ca. 24 h in einem Ofen mit Temperatur ca.  $40^\circ\text{C}$  gelagert war. Die Temperatur direkt nach Entnahme aus dem Ofen wurde mit einem Bandstrahlungsthermometer mit Emissionsgradsteller (d.h. mit einer InSb-IR-Kamera, siehe Kapitel 3.2) auf der lackierten, ca.  $1.2 \times 1.2 \text{ cm}^2$  großen Fläche und auf einer unbehandelten, ebenso großen Fläche des

PVCs gemessen. In Abbildung 3.15(a) ist das aufgenommene Thermogramm zu sehen. Während also im Ort die Temperaturanzeige von je 60x60 Pixeln gemittelt wurde, wurde mit einer Bildrate von 93 Hz gemessen und dann auf eine Bildrate von ca. 0.2 Hz gemittelt. Für die erste Methode wird der Emissionsgrad so lange verändert, bis die Temperatur der unbehandelten Stelle mit der Temperatur der lackierten Stelle übereinstimmt, welche wegen des bekannten Emissionsgrades des Lackes bestimmbar ist. In Abbildung 3.15(b) sieht man, dass für die Emissionsgradeinstellung 0.96 die größte Übereinstimmung erzielbar war. Der Emissionsgrad war nur bis zur zweiten Nachkommastelle justierbar. Ähnliche Messungen des PVCs auf Raumtemperatur mittels eines Pyrometers legen einen Emissionsgrad zwischen 0.96 und 0.97 nahe.

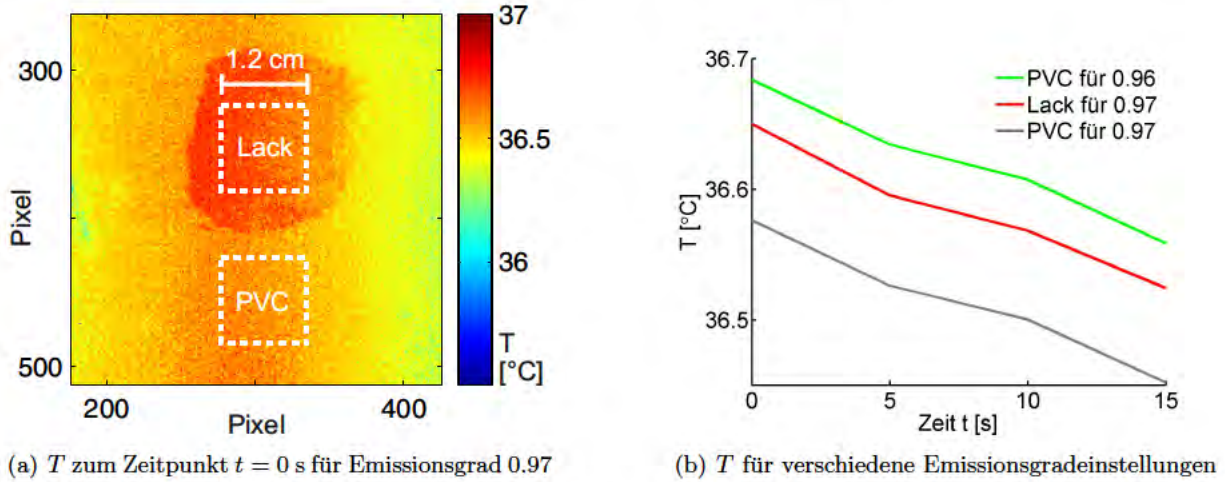


Abbildung 3.15: Temperaturverteilung bzw. -abfall  $T$  auf der Oberfläche des teilweise lackierten PVCs nach der Erwärmung im Ofen

**Zweite Methode:** Bei der zweiten Methode wurden die Strahlungsdaten aus der ersten Methode für einen Emissionsgradsteller mit Wert 1 in Temperaturen umgewandelt. Die Analyse anhand der Richtlinie [VDI10] ergab den Emissionsgrad  $\epsilon = 0.9630$  für den PVC. Dazu wurden die Raumtemperatur  $T_{RT}$ , die angeblichen Temperaturen des unbehandelten und des lackierten PVCs in Beziehung gesetzt. Das Plancksche Gesetz mit der zweiten Strahlungskonstanten  $c_2 = 14388 \mu\text{mK}$  liefert das Verhältnis für ein Spektralstrahlungsthermometer, welches mittels des Wienschen Strahlungsgesetzes (abgeleitet vom Planckschen Gesetz) auch für ein Bandstrahlungsthermometer, d. h. mit der temperaturbereichabhängigen effektiven Wellenlänge  $\lambda_e = 4.2 \mu\text{m}$ , nutzbar ist, siehe [VDI10]:

$$\epsilon_{\text{PVC}} = \epsilon_{\text{Lack}} \cdot \frac{(\exp(\frac{c_2}{\lambda_e T_{\text{PVC}}}) - 1)^{-1} - (\exp(\frac{c_2}{\lambda_e T_{\text{RT}}}) - 1)^{-1}}{(\exp(\frac{c_2}{\lambda_e T_{\text{Lack}}} - 1)^{-1} - (\exp(\frac{c_2}{\lambda_e T_{\text{RT}}}) - 1)^{-1}}, \quad (3.15)$$

Zur Berechnung der Messgenauigkeit des Emissionsgrades ist die Kalibrierung des Detektors ausschlaggebend. Mit der relativen Messgenauigkeit von 0.02 K ergibt sich mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung die Unsicherheit des Emissionsgrades:

$$\epsilon = 0.963 \pm 0.003, \quad (3.16)$$

wobei die Verbesserung der Messgenauigkeit durch örtliche und zeitliche Mittelung vernachlässigt ist.

Für eine Wiederholung des Experiments mit variierten Messparametern, z. B. mit einer Ofentemperatur von 45°C, ergab sich der ähnliche Emissionsgrad von 0.9629.

**Dritte Methode:** Für die dritte Methode wird die Probe selbst nicht erwärmt, sondern es wird die Reflexion der definiert geänderten Umgebungsstrahlung an der Probenoberfläche gemessen. Die Umgebungsstrahlung wurde durch einen auf 24°C und auf 120°C eingestellten Schwarzkörperstrahler nachgebildet. Mit den jeweils gemessenen Temperaturen des unbehandelten PVCs von 23.08°C und 28.09°C, dessen Differenz allein durch die definierte Änderung der Umgebungsstrahlung verursacht wurde, ist der Emissionsgrad von 1 für Raumtemperatur errechnet worden [VDI10]. Da die Methode speziell für die Ermittlung von kleinen Emissionsgraden sinnvoll ist, erlaubt das Ergebnis, dass der obig ermittelte Emissionsgrad auch für Raumtemperatur verwendet werden darf.

**Zusammenfassung:** PVC besitzt einen Emissionsgrad von 0.96 für einen kleinen Öffnungswinkel von ca. 12°, für den Spektralbereich 3.7-5.3 µm und im Temperaturbereich von 20-45°C. Die nun folgenden Materialkonstanten beeinflussen im Gegensatz zum Emissionsgrad nicht die Messgenauigkeit, sind aber wichtig zur Auswertung der Temperaturdaten. Die Simulations- und die Rekonstruktionsgenauigkeit hängen stark von den folgenden (Material-)Parametern ab.

### 3.3.2 Wärmeübergangskoeffizient (PVC, Plakafarbe)

Da der Stahl an der Vorderseite mit Plakafarbe geschwärzt wurde, wird der Wärmeübergangskoeffizient und die Emissivität von der Plakafarbe benötigt ( $\epsilon = 0.96$ ). Der Wärmeübergangskoeffizient  $h$  durch Konvektion und Strahlung lautet mit Gl. (2.14),(2.17) und (2.19)

$$h = h_c + h_r = 5.0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} + 4\epsilon c_s T_{\text{RT}}^3 = 10.5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}, \quad (3.17)$$

mit  $T_{\text{RT}} = 20^\circ\text{C}$ . Der Emissionsgrad  $\epsilon = 0.96$  gilt für den unbehandelten PVC und die geschwärzte Stahl-Vorderseite.

### 3.3.3 Thermische Materialparameter des Volumens (PVC, Stahl)

Die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  und die Temperaturleitfähigkeit  $a$  wurden temperaturabhängig vom Fraunhofer-Institut für Keramische Technologien und Systeme IKTS nach deutschen Normen für Dynamische Differenzkalorimetrie, [DINa] und [DINc], bzw. für Laser-Flash-Analyse [DINb] bestimmt. Die Werte sind in Abbildung 3.16 zu sehen.

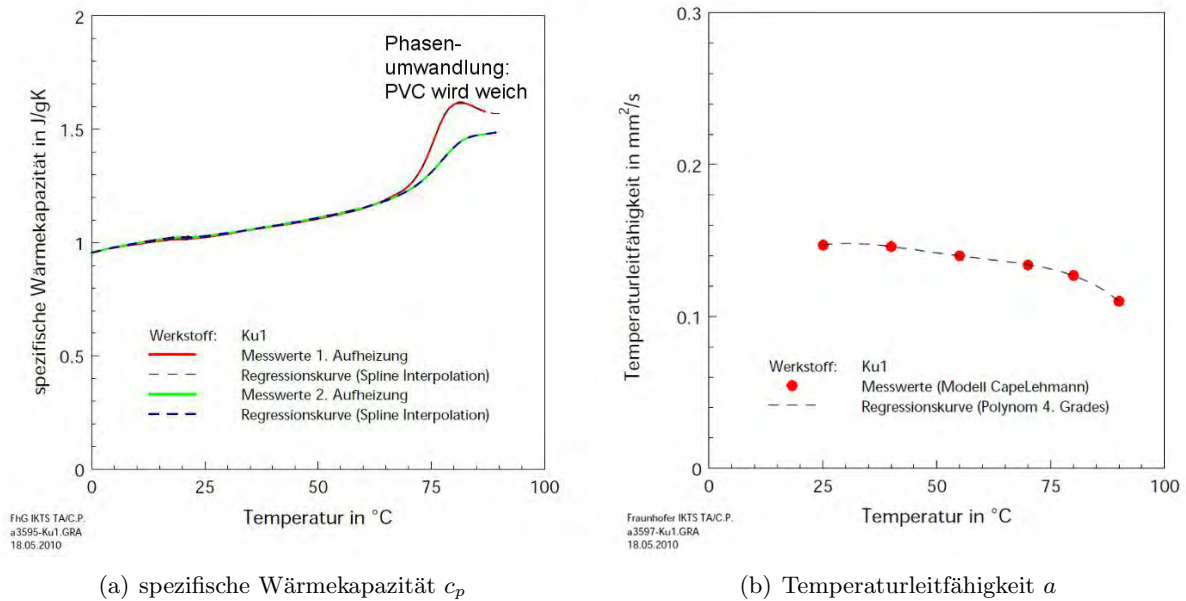


Abbildung 3.16: Temperaturabhängige Materialkonstanten

Außerdem wurde die Dichte für Raumtemperatur vom IKTS ermittelt: es wurden die Masse und die Maße des eingeschickten Kreiszylinders vermessen – 29.167 mg Masse  $m$ , 4.96 cm Durchmesser  $d$  und 1.068 mm Höhe  $h$ . Für Raumtemperatur ist die Dichte  $\rho = m/(d \cdot h)$ . Der thermische Längenausdehnungskoeffizient  $\alpha$  wurde von der BAM 5.43 nach der BAM Standardarbeitsanweisung QMH-V.43-PV11 und QMH-V.43-PM07 gemessen. Mittels Abbildung 3.17 wurde  $\alpha = (69.10 \pm 0.10) \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$  für das Intervall 20-70°C ermittelt. Damit kann die Dichte für weitere Temperaturen extrapoliert werden, siehe Tabelle 3.4.

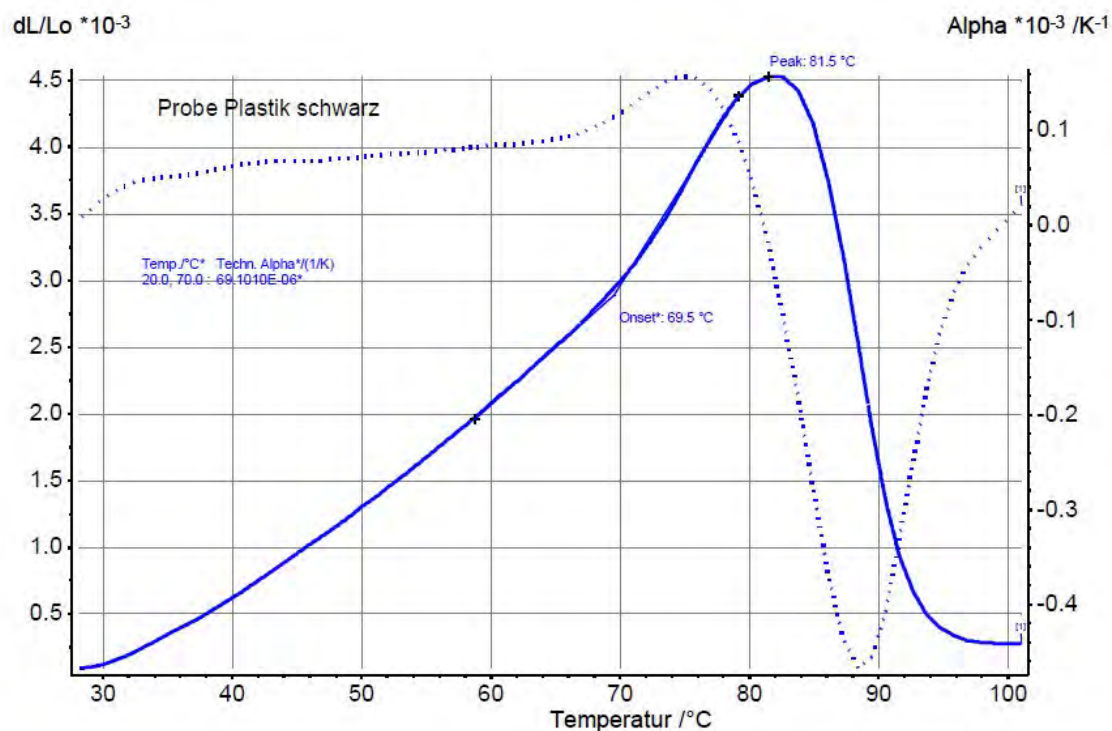


Abbildung 3.17: Thermischer Längenausdehnungskoeffizient für die Temperaturabhängigkeit der Dichte



Der Stahl, aus dem der Probekörper mit künstlichen Defekt hergestellt worden ist, wurde ebenso untersucht, und die Materialeigenschaften wurden auch für die drei unbekannten Stahlsorten der Rohre übernommen.

**Zusammenfassung:** Für schwarzen Hart-PVC und Stahl liegen die (Material-)Parameter für Raumtemperatur  $T_{\text{RT}} = 20^\circ\text{C}$  bei

Material	PVC	Stahl ( $\epsilon$ , $h$ der Plakafarbe)
Emissionsgrad $\epsilon$	$0.963 \pm 0.003$	0.96
Wärmeübergangskoeffizient $h$	$10.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$	$10.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$
spezifische Wärmekapazität $c_p$	$1015 \pm 40 \text{ J}/(\text{kg K})$	$475 \pm 19 \text{ J}/(\text{kg K})$
Temperaturleitfähigkeit $a$	$(1.45 \pm 0.10) \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$(1.19 \pm 0.05) \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
Dichte $\rho$	$(1.41 \pm 0.06) \cdot 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$	$7850 \pm 25 \text{ kg}/\text{m}^3$
Wärmeleitfähigkeit $\lambda$	$0.208 \pm 0.017 \text{ W}/(\text{m K})$	$44.5 \pm 2.5 \text{ W}/(\text{m K})$
thermischer Längen- ausdehnungskoeffizient $Alpha$	$(69.10 \pm 0.10) \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$	$(14.12 \pm 0.10) \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$

**Tabelle 3.3:** (Material-)Parameter für Raumtemperatur  $T_{\text{RT}} = 20^\circ\text{C}$

Die Fehler der Dichte und der Wärmeleitfähigkeit wurde durch das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz ermittelt. Die für die Simulation wichtige Temperaturabhängigkeit von der jeweiligen Materialtemperatur  $T$  wird mit folgenden Funktionen und mittels des thermischen Längenausdehnungskoeffizienten  $Alpha$  berechnet:

Parameter	Temperaturabhängigkeit
$c_p(T)$	diskret temperaturabhängig, z. B. für PVC und für $[20, 40]^\circ\text{C}$ $c_p$ -Werte im Intervall $[1015, 1071] \text{ kg}/\text{m}^3$
$a(T)$	$= a(T_{\text{RT}})(1 + Alpha \cdot (T - T_{\text{RT}}))^2$
$\rho(T)$	$= \rho(T_{\text{RT}}) \exp(3 \cdot Alpha \cdot (T_{\text{RT}} - T))$
$\lambda(T)$	$= a(T)\rho(T)c_p(T)$

**Tabelle 3.4:** Temperaturabhängigkeit der Materialparameter

Im Vergleich ist die spezifische Wärmekapazität des Stahls ca. halb so groß wie die des PVCs, und die Dichte des Stahls ist ca. 6-mal höher als die des PVCs. Wenn man für eine definierte, eingebrachte Wärmeenergie die gleiche Temperaturänderung im Gesamtvolumen des PVCs und des Stahls erreichen möchte, sollte die Wärmekapazität

$$C = mc_p = c_p \rho V \quad (3.18)$$

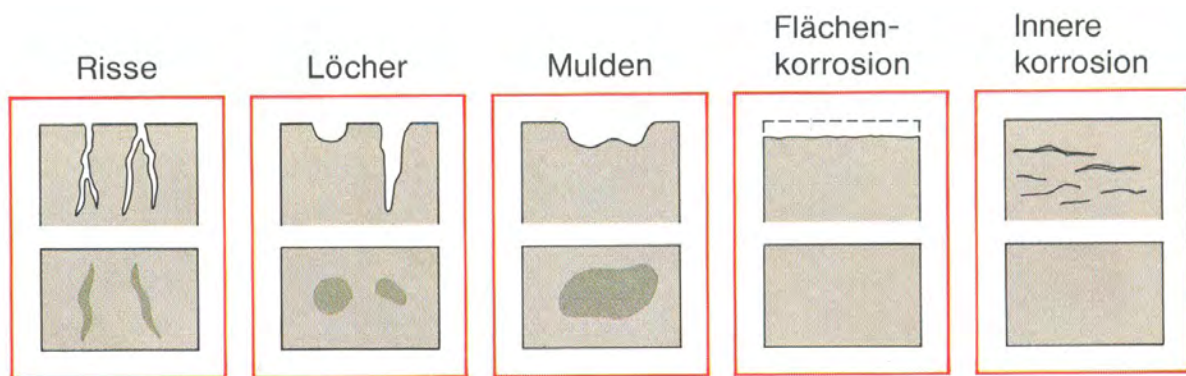
für beide Probekörper identisch sein. Das wird für einen Stahlkörper mit einem groben Drittel Volumen des PVC-Probekörpers erreicht, d. h. anstatt 20 mm Dicke nur ca. 8 mm Dicke beim Stahl. Die Temperaturleitfähigkeit des Stahls ist fast 100-mal höher, sodass der Wärmeleitungsprozess innerhalb des Festkörpers um das Hundertfache schneller ist. Dass die thermischen Kontraste im Ort ca. 100-mal früher zu sehen sind, kann anhand der Gleichung (2.30) gezeigt werden. Die Wärmeleitfähigkeit ist ca. 250-mal höher bei Stahl, was eine größere, sogenannte

Wärmestromdichte bei gleichem Temperaturgefälle definiert.

Für das Simulationsmodell des PVCs sind Anpassungen der ermittelten Materialparameter notwendig gewesen, Details folgen in Kapitel 4.1. Die notwendige Änderung in der Temperaturleitfähigkeit  $a = \lambda / (c_p \cdot \rho)$  um den maximal vertretbaren Prozentsatz (Wahl: 23%) wurde folgendermaßen erreicht. Die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  wurde innerhalb des vom Fraunhofer-Institut IKTS angegebenen Fehlerintervalls verändert (um 4%). Die Dichte  $\rho$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  wurden für die Simulation um mehr als die berechneten Fehler von ca. 4% bzw. 8% geändert; und zwar um ca. 7% bzw. 10%. Die Konstanten wurden also innerhalb der Fehlerintervalle variiert, bis auf die Temperaturleitfähigkeit, welche um 23% verändert wurde. Die Werte sind in Tabelle 4.1 zu finden.

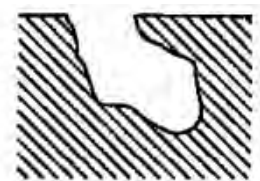
### 3.4 Probekörper: Beschreibung der Geometrie

**Allgemeine Defektformen:** Die grundlagenorientierte Untersuchung der Rückwandrekonstruktion soll z. B. auf Wände mit Korrosionsschäden erweitert werden. Deshalb sind die künstlichen Defekte oder Fräsungen in den Probekörpern an den typischen Korrosionserscheinungen orientiert, welche in Risse, Löcher, Mulden, Flächenkorrosion und innere Korrosion unterteilt werden, siehe Abbildung 3.18 [Fol90].



**Abbildung 3.18:** Korrosionserscheinungen (Querschnitt und Aufsicht), Quelle [Fol90]

In Abbildung 3.19 ist eine Skizze eines Loches mit Unterhöhlung der defekten Seite zu sehen, welche auch in der Praxis auftritt. Das in dieser Arbeit vorgestellte Inversionsverfahren kann nur Flächenkorrosion, Mulden und Löchern ohne Unterhöhlung rekonstruieren. Durch Veränderungen im Verfahren ist jedoch auch die Rekonstruktion von Löchern mit Unterhöhlung und von innerer Korrosion denkbar. Bei einem Riss ist die punktförmige Anregung, z. B. mit einem Laser [Sch12], von Vorteil.



**Abbildung 3.19:** Loch mit Unterhöhlung, Quelle [wik]

Die Thermografie detektiert Temperaturänderungen auf der Oberfläche eines Objektes, während die inneren thermischen Diffusionsprozesse verborgen bleiben; nur ihre Auswirkungen auf die Oberfläche sind sichtbar. Da die Wärmeenergie diffundiert, werden Temperaturgradienten in der Zeit nivelliert. Damit wird die Rekonstruktion von Rückwandgeometrien mit hoher Ortsfrequenz erschwert (z. B. an geometrischen Unstetigkeiten wie Ecken). In anderen Worten: Je rissähnlicher die Form des Loches oder je steiler die Defektkante ist, desto schwieriger ist die erfolgreiche Rekonstruktion der Rückwandgeometrie. Mulden sind einfacher zu rekonstruieren

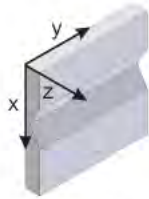


als rissähnliche Löcher. Eine Rekonstruktion einer Rückwandgeometrie gilt als einfach, wenn die durch Inversion der thermografischen Daten rekonstruierte Rückwandgeometrie weitgehend mit der realen Rückwandgeometrie übereinstimmt; und als schwierig, wenn die Abweichung groß ist (nach Gl. 2.56). Wie im Folgenden zu sehen sein wird, wurde die Fräsung der Probekörper mit Ecken und scharfen Kanten designt, um gerade diese Herausforderungen zu untersuchen; im Gegensatz zu den Rückwandgeometrien in den Rekonstruktionen in [LN07][BKW90].

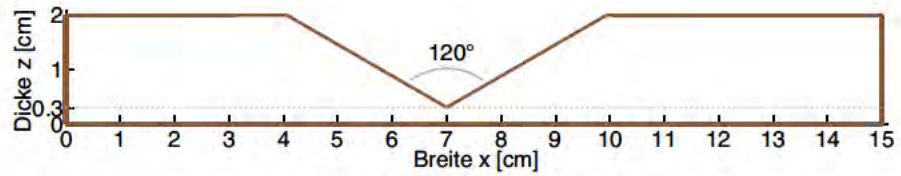
### 3.4.1 Defekte als Nutfräsung im PVC

Acht Probekörper, und zwar PVC-Platten mit den Maßen  $15 \times 15 \times 2 \text{ cm}^3$ , wurden mit künstlichen Defekten versehen. Sechs Probekörper besitzen eine Nutenfräsung als künstlichen Defekt, welche ideal für eine 2D-Untersuchung ist, und zwei Probekörper besitzen Flachbodenbohrungen, welche gut geeignet für eine 3D-Untersuchung sind.

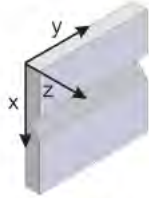
Die Nutprobekörper bestehen aus zwei V-Profilen, zwei U-Profilen und zwei Rechteckprofilen. Der Grund ist, dass ein V-Profil flachere Defektkanten besitzt als das U-Profil (abgesehen von der Defektmitte), welches wiederum flachere Defektkanten als das Rechteckprofil besitzt. Die V-Profile haben einen unterschiedlichen Winkel im Defektzentrum: Probekörper  $\vee 120^\circ$  besitzt einen  $120^\circ$  Winkel und  $\vee 90^\circ$  einen  $90^\circ$  Winkel, Abb. 3.20. Damit ändert sich nur die Steigung der Defektkante und die Defektbreite; im Gegensatz zur Restwandstärke, d. h. der Dicke der überdeckenden Wandschicht im Defektzentrum bei Breite  $x = 7 \text{ cm}$ , welche  $3 \text{ mm}$  beträgt. Die U-Profile  $\cup 3\text{mm}$  und  $\cup 6\text{mm}$  haben eine Defektform eines Halbkreises, welcher in eine senkrechte Defektkante übergeht, Abb. 3.21. Die Rechteckprofile  $\sqcup 3\text{mm}$  und  $\sqcup 6\text{mm}$  haben eine eckige Form, sodass der Defekt von senkrechten Defektkanten begrenzt ist, Abb. 3.22. Die Defekte von diesen vier Probekörpern sind  $2 \text{ cm}$  breit. Die U- und die Rechteckprofile unterscheiden sich jeweils in der Restwandstärke:  $\cup 3\text{mm}$  und  $\sqcup 3\text{mm}$  haben eine Restwandstärke von  $3 \text{ mm}$ ,  $\cup 6\text{mm}$  und  $\sqcup 6\text{mm}$  haben eine Restwandstärke von  $6 \text{ mm}$ . Das Defektzentrum wurde bei den V-Profilen nicht im Probenmittelpunkt angesetzt, um Randeffekte von Fehlstelleneffekten zu unterscheiden.



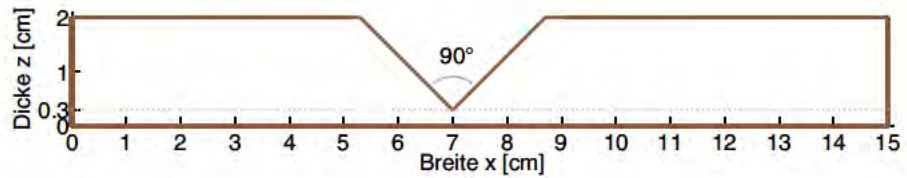
(a)  $\nabla 120^\circ$



(b) Profil von  $\nabla 120^\circ$ , Restwandstärke 3 mm

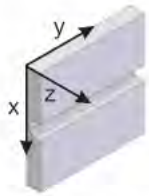


(c)  $\nabla 90^\circ$

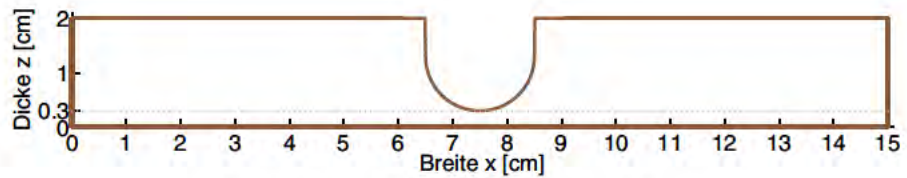


(d) Profil von  $\nabla 90^\circ$ , Restwandstärke 3 mm

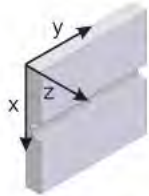
Abbildung 3.20: Nutprobekörper mit V-Profil (PVC)



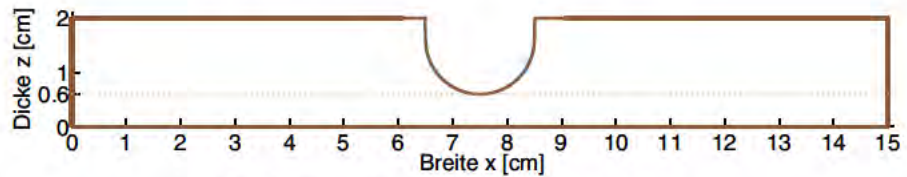
(a)  $\cup 3\text{mm}$



(b) Profil von  $\cup 3\text{mm}$ , Restwandstärke 3 mm

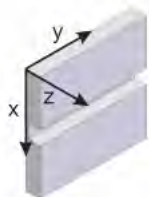


(c)  $\cup 6\text{mm}$

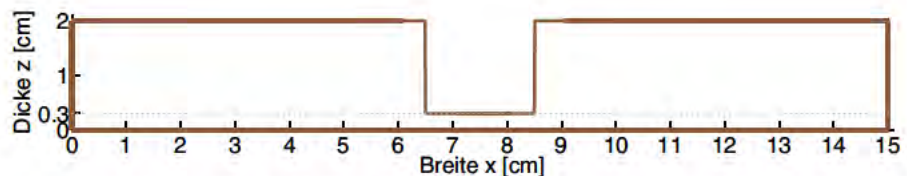


(d) Profil von  $\cup 6\text{mm}$ , Restwandstärke 6 mm

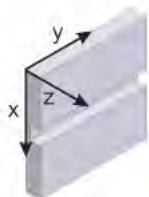
Abbildung 3.21: Nutprobekörper mit U-Profil (PVC)



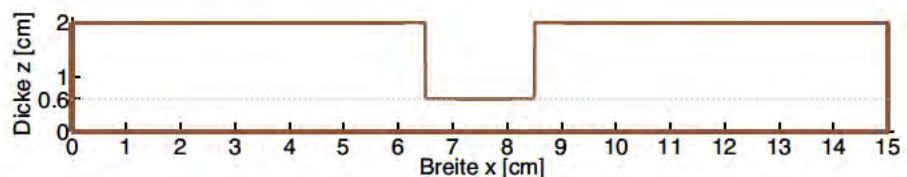
(a)  $\sqcup 3\text{mm}$



(b) Profil von  $\sqcup 3\text{mm}$ , Restwandstärke 3 mm



(c)  $\sqcup 6\text{mm}$

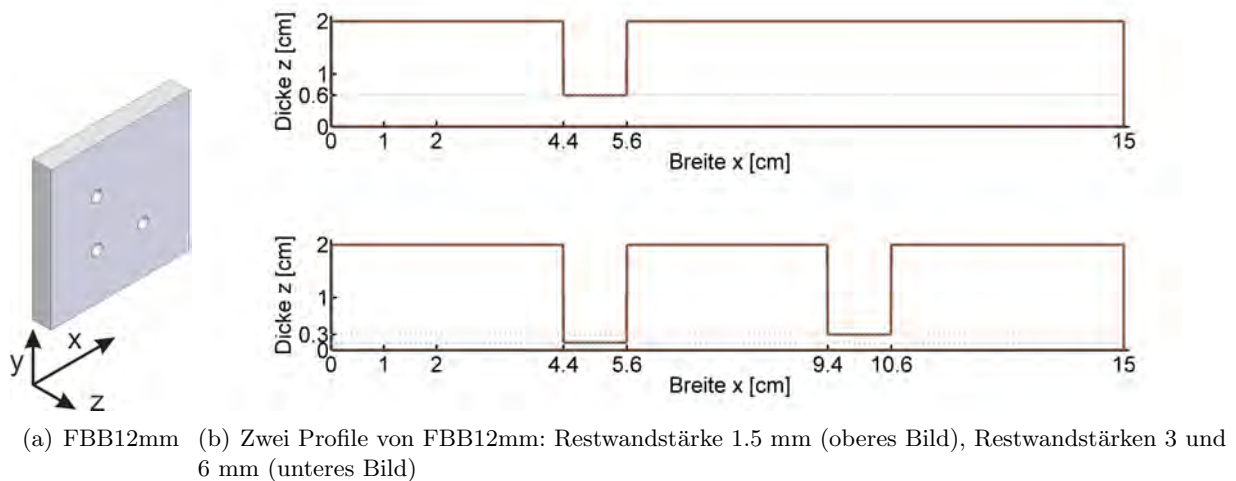


(d) Profil von  $\sqcup 6\text{mm}$ , Restwandstärke 6 mm

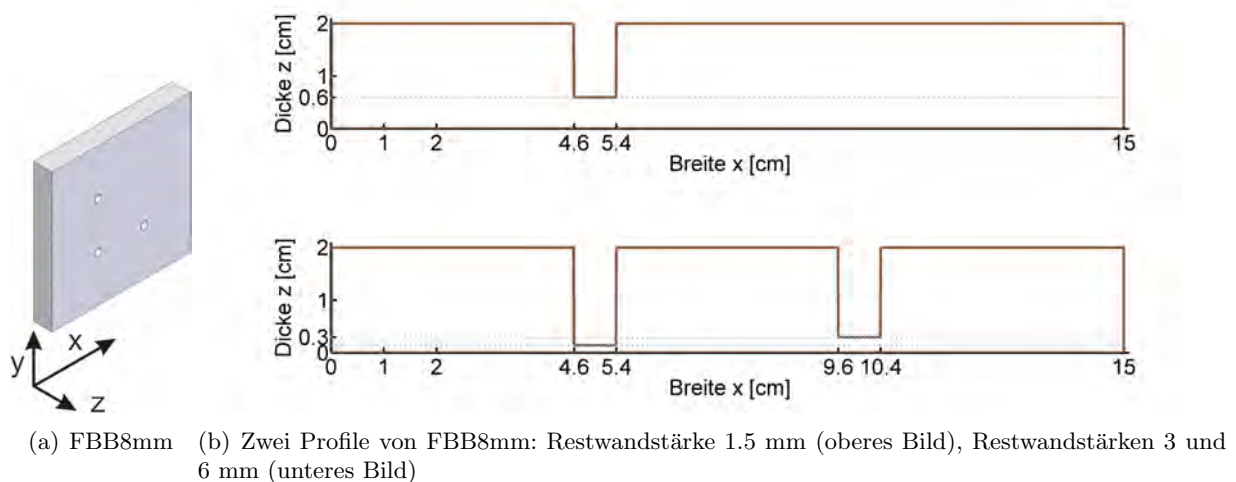
Abbildung 3.22: Nutprobekörper mit Rechteckprofil (PVC)

### 3.4.2 Defekte als Flachbodenbohrungen im PVC

Die zwei Probekörper mit Flachbodenbohrungen haben jeweils drei Bohrungen mit gleichem Durchmesser: Probekörper FBB12mm besitzt drei Bohrungen mit 12 mm Durchmesser, die Bohrungen des FBB8mm besitzen 8 mm Durchmesser, Abb. 3.23 bzw. Abb. 3.24. Die Restwandstärken betragen bei beiden Probekörpern 1.5, 3 und 6 mm. Die Löcher bilden mit einer defektfreien Stelle ein im Probenmittelpunkt zentriertes Quadrat, sodass eine relativ homogene Erwärmung der drei Löcher und der Referenzstelle (defektfreie Stelle) durch die Blitzlampen gewährleistet ist.



**Abbildung 3.23:** Probekörper FBB12mm mit Flachbodenbohrungen mit 12 mm Durchmesser (PVC)



**Abbildung 3.24:** Probekörper FBB8mm mit Flachbodenbohrungen mit 8 mm Durchmesser (PVC)

### 3.4.3 Künstlicher Defekt im Stahl

Um die grundlagenorientierte Untersuchung zu erweitern, wurden vier Probekörper aus Stahl untersucht, wobei die jeweiligen Bezeichnungen (Stahl1mm, ...) auf die minimale Restwandstärke hinweisen. Der erste Probekörper hat einen künstlichen Defekt und eine plane Oberfläche. Die drei anderen Probekörper sind Rohrstücke mit natürlich entstandenen, realen



Defekten. Das erste Rohrstück ist wenig gekrümmt, da das Rohr einen großen Durchmesser hatte, und die letzten beiden Rohrteile haben eine stärkere Krümmung der Oberfläche.

Der erste Probekörper Stahl1mm ist eine Stahl-Platte mit Maßen  $15 \times 15 \times 0.6 \text{ cm}^3$ , welche einen künstlichen Defekt besitzt, und zwar eine nierenförmige Mulde von ca. 10 cm Breite und 5 cm Länge mit 1 mm Restwandstärke mit flach ansteigenden Defektkanten (hergestellt von BAM 9.2). In Abbildung 3.25 ist der Probekörper Stahl1mm zu sehen (die Restwandstärke gibt den Namen). Die defekte Rückseite ist unbehandelter, blanker Stahl, d. h. die Farbunterschiede in Abb. 3.25(a) beruhen auf unterschiedlich schneller Oxidation aufgrund der Defektfräsung. Die defektfreie Vorderseite aller Stahl-Probekörper wurde mit schwarzer Plakafarbe beschichtet.

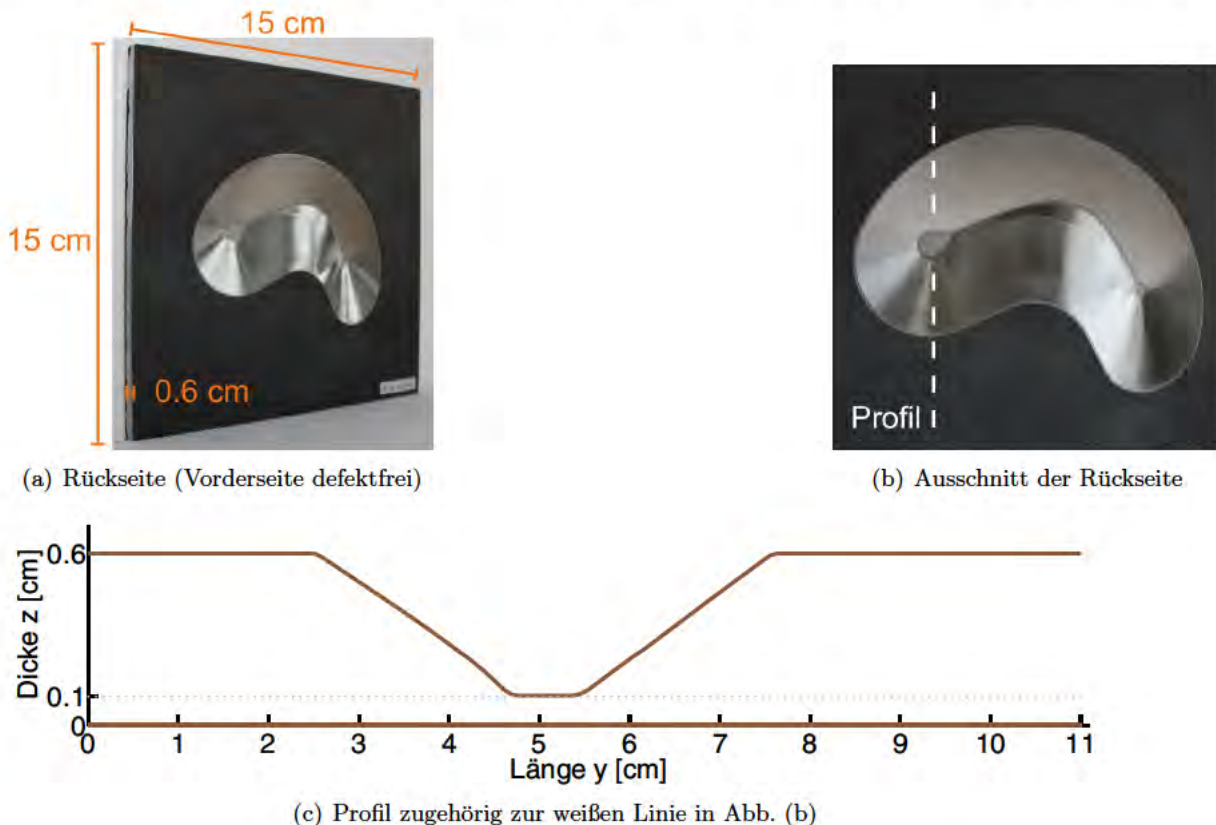


Abbildung 3.25: Probekörper Stahl1mm (künstlicher Defekt)

### 3.4.4 Natürliche Defekte im Stahl

Die anderen drei Probekörper sind Rohrstücke mit natürlich entstandenen, realen Defekten, d. h. im Gebrauch entstandene Korrosionsschäden (zur Verfügung gestellt von BAM 6.2). Die Rohrstücke sind unbeschichtet und besitzen eine Wanddicke von 3.6 mm; die Rohrstücke wurden so aufgeschnitten, dass die Rohrinne für eine direkte Geometriebestimmung durch Ausmessen zugänglich war. Das Ausmessen der natürlichen Defekte wurde mittels dem optischen 3D-Oberflächenmessgerät FRT-MicroProf TTV mit Mikro- bzw. Nanometerauflösung in x,y-Richtung bzw. in z-Richtung durchgeführt, BAM 5.1.

**Wenig Krümmung:** Das erste Rohrstück Stahl0.3mm besitzt löcherförmige Korrosionsschäden verschiedener Größe, wobei hauptsächlich der oberflächennahe Defekt mit 0.3 mm Restwandstärke untersucht wurde. Dieser Defekt wurde ausgewählt, da er die Form von zwei sich überschneidenden Löchern unterschiedlicher Tiefe besitzt, und es von Interesse war, ob diese Struktur in der Rekonstruktion wiedererkennbar ist. In Abbildung 3.26(a) und 3.26(b) sind

die Rohrdurchmesser und weitere wesentliche Maße wie Rohrdicke und -länge zu sehen. Dieses Rohrstück Stahl0.3mm besitzt also eine kleinere Krümmung von ca.  $1/(11\text{ cm})$  als die zwei folgenden Rohrstücke mit Krümmung von ca.  $1/(4\text{ cm})$ .

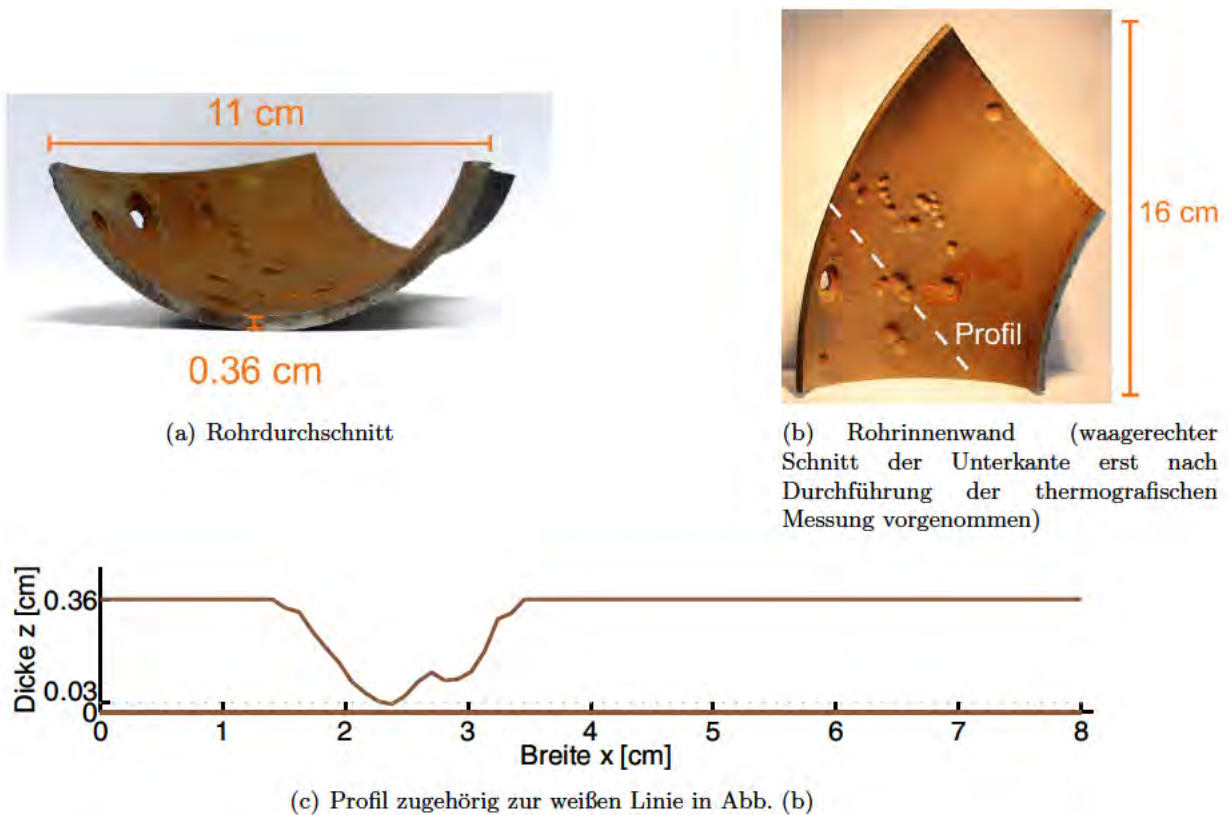
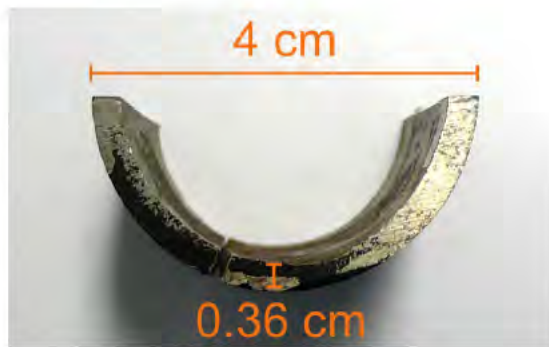


Abbildung 3.26: Probekörper Stahl0.3mm (natürlicher Defekt, wenig Krümmung)

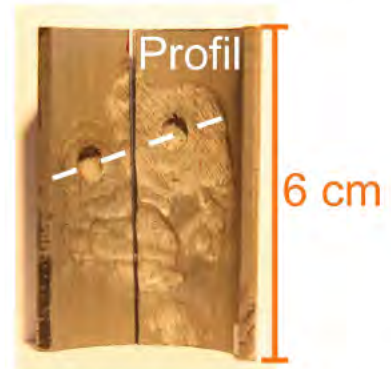
**Starke Krümmung:** In Abbildung 3.27 ist zu sehen, dass das zweite Rohrstück Stahl0.5mm großflächige, muldenförmige Korrosionsschäden und zusätzlich zwei bis drei löcherförmigen Korrosionsschäden innerhalb des Muldengebiets besitzt. Von Interesse war, wie gut die Geometrie der Löcher von der Mulde unterscheidbar ist, d. h. ob die zwei Löcher mit Restwandstärke 0.5 mm sichtbar getrennt vom Loch mit Restwandstärke 1.7 mm rekonstruiert werden können.

Abbildung 3.28 zeigt das dritte Rohrstück Stahl0.9mm, welches löcherförmige Korrosionsschäden besitzt, wobei für das zu rekonstruierende Profil ein Defekt mit Restwandstärke 0.9 mm gewählt wurde. Dieser Defekt hat einen vergleichsweise kleinen Durchmesser von circa 1 cm.

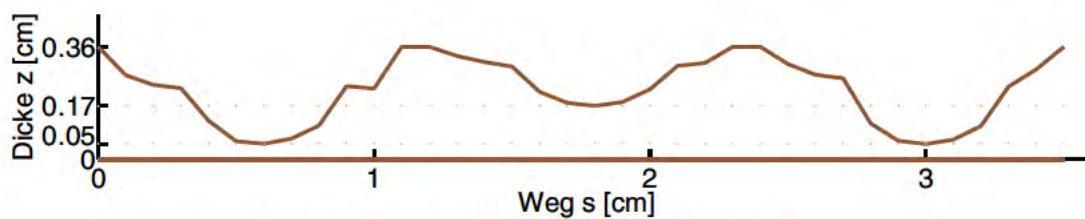




(a) Rohrdurchschnitt

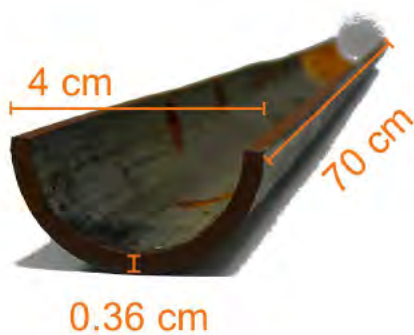


(b) Rohrrinnenwand (senkrechter Schnitt erst nach Durchführung der thermografischen Messung vorgenommen)



(c) Profil zugehörig zur weißen Linie in Abb. (b)

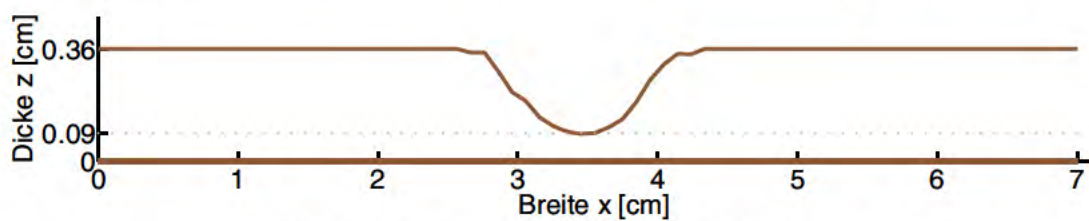
Abbildung 3.27: Probekörper Stahl0.5mm (natürlicher Defekt, starke Krümmung)



(a) Rohrdurchschnitt



(b) Rohrrinnenwand



(c) Profil zugehörig zur weißen Linie in Abb. (b)

Abbildung 3.28: Probekörper Stahl0.9mm (natürlicher Defekt, starke Krümmung)





**Abbildung 3.29:** Schnecken bei der Diskussion über die Wahl von geeigneten Probekörpern zum Testen eines Prüfungsverfahrens bzw. eines Inversionsalgorithmus [Pet95]

## 3.5 Messfilme und Thermogramme

Es erfolgte eine zeitliche und räumliche Mittelung der Messdaten, welche vom Material der Probekörper abhängig war. Die simulierten Daten werden ungemittelt und ungefiltert ausgewertet. Denn einerseits wies ihr zufälliger Fehler vernachlässigbare Störungen auf und andererseits wurde der Filter für die Messdaten derart gewählt, dass die charakteristischen Anzeigen möglichst erhalten blieben. Die Nutprobekörper erlauben eine spezifische örtliche Mittelung, welche die Geometrie der Nut ausnutzt. Details zum Messfehler folgen erst in Kapitel 3.6.

### 3.5.1 Übersicht der Kamereinstellungen, Mittelungen und Glättungen

Eine tabellarische Übersicht der Kamereinstellungen und der Bearbeitung der Temperaturdaten je Probekörper folgt in Tabelle 3.5 und 3.6. Dafür werden die Probekörper in vier Gruppen, Messkonfigurationen I-IV, unterteilt. Die Details der Bearbeitung der Temperaturdaten folgen im Anschluss an die Tabelle. Die Untersuchung des Messfehlers je Messkonfiguration erfolgt in Kapitel 3.6.

Messkonfiguration	I-II	III	IV
Probekörper	PVC	große Stahlproben: Stahl1mm, -0.3mm	kleine Stahlproben: Stahl0.5mm, -0.3mm
Brennweite	100 mm	29 mm	29 mm
Temperaturmessbereich	10-50°C	20-100°C	20-100°C
Filter für Spektralbereich	3.7-5.3 $\mu\text{m}$	3.7-5.3 $\mu\text{m}$	3.7-5.3 $\mu\text{m}$
Integrationszeit	0.63 ms	0.25 ms	0.25 ms
Messzeit	600 s	6 s	6 s
Abkühlzeit zwischen Messungen	600 s	240 s	240 s
Bildrate vor Bearbeitung	93 Hz	93 Hz	288 Hz
Frame	Fullframe	Fullframe	Subframe (320x256)
Örtliche Auflösung	ca. 0.32 mm	ca. 0.32 mm	ca. 0.32 mm
Thermogrammausschnitt	475x475 Pixel	variiert	variiert

**Tabelle 3.5:** Kameraeinstellungen und Messparameter

Messkonfiguration	I	II	III	IV
Probekörper	PVC mit Nutdefekt ( $\vee 120^\circ$ , $\cup 3\text{mm}$ , ...)	PVC-Flach- bodenbohrung (FBB12mm, FBB8mm)	große Stahl- proben (Stahl1mm, Stahl0.3mm)	kleine Stahl- proben (Stahl0.5mm, Stahl0.9mm)
gemittelte Thermogramme	93	93	–	3
gemittelte Messzyklen	10	4	12	12
Glättung im Ort	Linienfilter	Gauss-Filter	–	–
Glättung in Zeit	–	Gauss-Filter	–	–
resultierende Bildrate	1 Hz	1 Hz	93 Hz	96 Hz
Anzahl der Thermogramme	601	601	601	601

**Tabelle 3.6:** Mittelung und Glättung der Messfilme eines Probekörpers je Messkonfiguration. Für Details zu dem Linien- und dem Gauss-Filter siehe unten im Fließtext.

Die Details der Bearbeitung der Temperaturdaten werden nun in ihrer durchgeführten Reihenfolge erläutert:

**Mittelung in der Zeit (während der Messwerterfassung):** Die Materialeigenschaft des PVCs erlaubte Mittelungen während der Messwerterfassung in der Zeit: 93 Thermogramme wurden jeweils gemittelt und damit fiel die Bildrate von 93 Hz auf 1 Hz. Diese Mittelung wurde nicht für den Blitzzeitpunkt, d. h. für den Zeitpunkt des wärmsten Thermogrammes, vorgenommen. Damit wurde die Erwärmung möglichst unbeeinflusst von nachfolgenden Wärmeleitungsprozessen innerhalb des Materials oder von Wärmeverlusten erfasst – und konnte als eine passende Inhomogenität des Simulationsmodells übernommen werden.

In einem Probekörper aus Stahl läuft der thermische Prozess schneller ab und die gesamte Messzeit war daher kürzer als bei PVC. Um eine hohe Bildrate von 93 Hz beibehalten zu können, musste bei den Messfilmen von den großen Stahl-Probekörpern Stahl1mm und Stahl0.3mm auf eine Mittelung von Thermogrammen verzichtet werden. Bei den kleinen Stahlproben Stahl0.5mm und Stahl0.9mm konnte die Aufnahme des Messfilms auf ein Subframe eingeschränkt werden, sodass mit einer Bildrate von 288 Hz aufgenommen werden konnte. Dies ermöglichte eine Mittelung von jeweils drei Thermogrammen: die Bildrate fiel auf 96 Hz; übereinstimmend mit den ca. 93 Hz der Datensätze der großen Stahlproben Stahl1mm und Stahl0.3mm. Damit waren die Daten der kleinen Stahlproben stärker als die Daten der großen Stahlproben gemittelt.

**Bad-Pixel-Korrektur und Nullbildabzug:** Vom Detektor sind ca. 100 vereinzelte Pixel bekannt, deren Temperaturwerte durch eine Mittelung der benachbarten Pixel korrigiert werden mussten. Mit dem Nullbildabzug, d. h. dem Abzug eines Thermogramms vor Anregungsbeginn, sollen systematische Fehler wie störende, reflektierte Umgebungsstrahlung minimiert werden. Dafür eignet sich am besten ein Nullbild, welches aus gemittelten Thermogrammen besteht; für PVC und Stahl genügte als Nullbild ein Thermogramm, welches aus einer Mittelung von insgesamt ca. 93 Thermogrammen vor Anregungsbeginn entstand.

**Mittelung von Messzyklen:** Für eine möglichst hohe Messgenauigkeit wurde der Messfilm von Wiederholungen eines Experiments (d. h. Messzyklen) gemittelt, wobei der PVC für eine Wiederholung innerhalb der Objektachse gedreht wurde. Die Anzahl der gemittelten Messzyklen konnte bei den Stahlproben höher gewählt werden, siehe Tabelle 3.6, da die Dauer eines Messzyklus aufgrund der Materialparameter kürzer war.

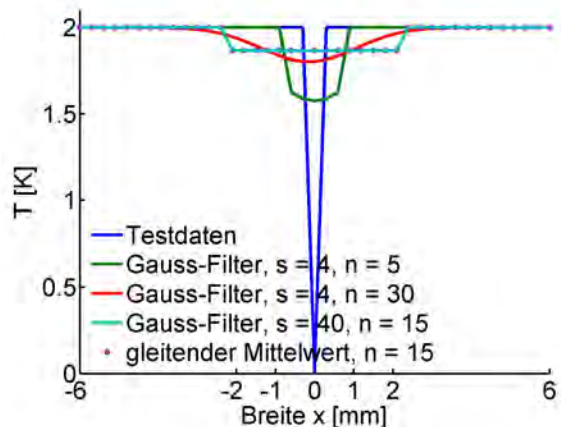
### Mittelung im Ort und in der Zeit (nach der Messwerterfassung):

- Bei den Nutprobekörpern konnten die Temperaturwerte in einer Spalte eines Thermogramms gemittelt werden, da die Nut in der Messung senkrecht ausgerichtet war. Diese Mittelung wird in dieser Arbeit als senkrechter Linienfilter bezeichnet und wird in diesem Kapitel veranschaulicht. In der Praxis ist dieser Filter meist nicht anzuwenden. Für die Grundlagenuntersuchung eignete sich dieser Filter jedoch gut, sofern der Probekörper mit Sorgfalt ausgerichtet wurde.

Es wurde über der ganzen Länge des Probekörpers gemittelt, d. h. über 475 Pixel. Wenn nur über das mittlere Drittel gemittelt worden wäre, hätte dies in den Temperaturdaten hauptsächlich einen Unterschied zu Beginn des Zeitintervalls verursacht. Da nur das Zeitintervall  $[10, 600]$  s für die Inversion ausgewertet worden ist, belief sich der Temperaturunterschied – zwischen den Datensätzen nach Mittelung über den ganzen PVC und über das mittlere Drittel des PVCs – auf maximal 32 mK. Ab  $t = 25$  s nach dem Blitz fiel der Temperaturunterschied deutlich unter 20 mK, der Messgenauigkeit der IR-Kamera.

Die senkrechte Ausrichtung der Nut bei der Messung hatte zwei Vorteile:

- Die Messdaten der Kamera wiesen zeilenweise Unterschiede auf, obwohl der Strahlungsdetektor für alle Pixel gleichzeitig ausliest. Dieser Störeinfluss war nur bei einer zeilenweisen Mittelung sichtbar, mehr dazu in Kapitel 3.6. Die spaltenweise Mittelung des senkrechten Linienfilters verminderte diesen Störeinfluss.
  - Die Inhomogenität der Erwärmung auf der senkrechten Achse, welche bei speziell zwei Blitzlampen auftritt, wurde durch den Linienfilter vermindert.
- Die Messfilme der Flachbodenbohrungen wurden mittels eines Gauss-Filters in Ort und Zeit (Tiefpassfilter) geglättet. Der Gauss-Filter im Ort hatte die Standardabweichung  $s = 40$  Pixel und wurde auf  $15 \times 15$  benachbarte Temperaturwerte angewendet (1 cm entsprechen  $475/15$  Pixel). In Abbildung 3.30 sieht man die Anwendung des Gauss-Filters auf einen Testdatensatz, welcher im Punkt  $x = 0$  mm einen Peak besitzt. Die Größe  $n$  bezeichnet die Anzahl der benachbarten Werte, welche zur Mittelung herangezogen wurden. Da die Standardabweichung nahe  $n$  ist, ähnelte der Effekt des Gauß-Filters (hellblaue Kurve) stark dem Effekt eines gleitenden Mittelwertes (lila Punkte). Anschließend wurde für jeden der  $475 \times 475$  Pixel in der Zeit gemittelt mit der Standardabweichung von 200, angewendet auf eine ansteigende Anzahl von benachbarten Temperaturwerten (ansteigend für das Zeitintervall  $[30, 110]$  s von 0 auf 80 benachbarte Temperaturwerte; Bildrate ist 1 Hz).



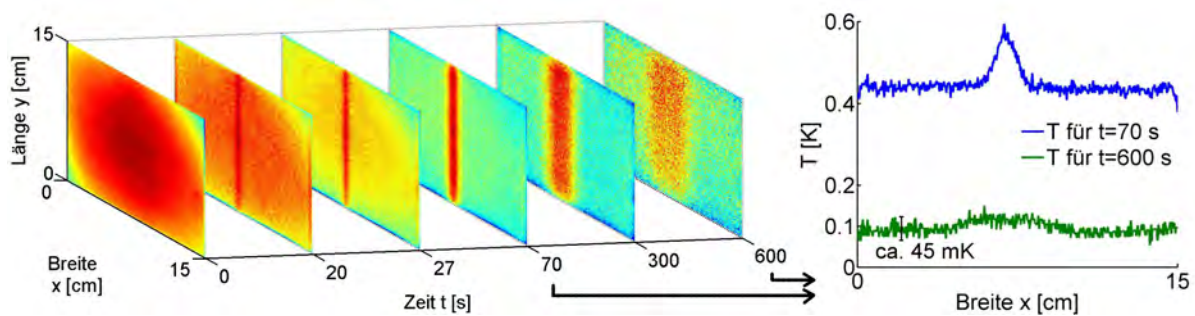
**Abbildung 3.30:** Glättung von Testdaten mit verschiedenen Filtern und Parametern (Standardabweichung  $s$ , Größe  $n$ )

- Die Messfilme der Stahl-Proben wurden nicht im Ort gemittelt, Details im Folgenden.

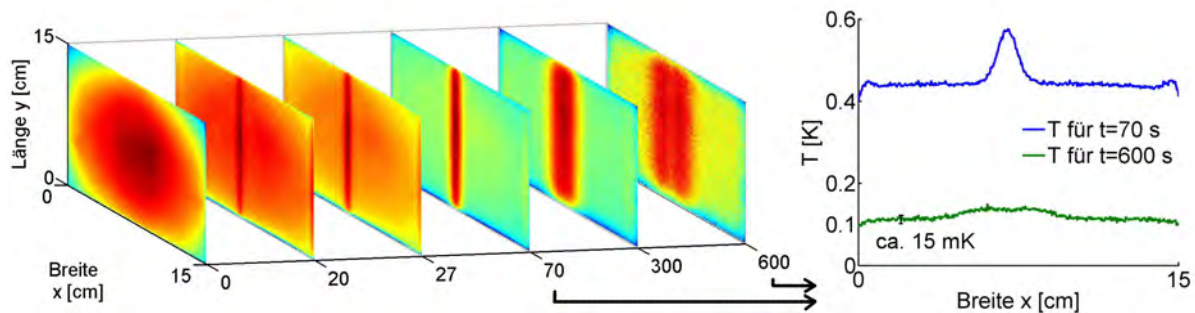
### 3.5.2 Nutprobekörper

Zunächst wird beispielhaft am Probekörper  $\nabla 120^\circ$  die Auswirkung der einzelnen Mittelungsprozesse für den Messfilm von Nutdefekten dargestellt. Dann folgen für jeden Nutprobekörper der Messfilm bzw. ein aussagekräftiges Thermogramm, welches aus den Mittelungen oder Glättungen resultiert.

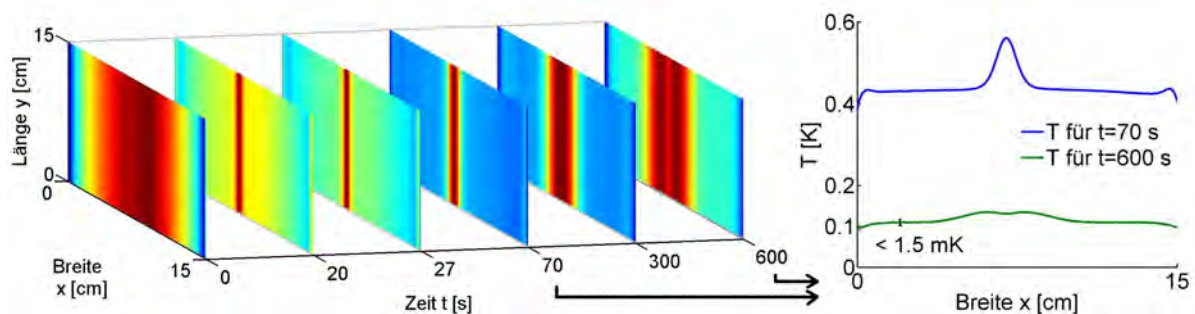
**Auswirkung der Mittelung, Beispiel  $\nabla 120^\circ$ :** In Abbildung 3.31 werden die Thermogramme auf der defektfreien, planen Vorderseite des Probekörpers  $\nabla 120^\circ$  gezeigt; und zwar für die Zeitpunkte  $[0, 20, 27, 70, 300, 600]$  s als Falschfarbenbild, welches für jedes Thermogramm neu skaliert ist. Zusätzlich wird auf der rechten Seite ein Linienscan gezeigt.



(a) Einzelmessung nach Mittelung von 93 Thermogrammen in der Zeit



(b) zusätzliche Mittelung von 10 Messzyklen – 2D-Datensatz je Zeitpunkt



(c) zusätzliche Mittelung im Ort (senkrechter Linienfilter) – 1D-Datensatz je Zeitpunkt

**Abbildung 3.31:** Messfilm (linke Spalte) und Linienscan (rechte Spalte) des Nutprobekörpers  $\nabla 120^\circ$  nach der Mittelung in der Zeit (a), nach der Mittelung von 10 Messzyklen (b) und nach der Mittelung im Ort (c). Die Falschfarbenbilder, welche für jeden Zeitpunkt eine neu skalierte Farbskala besitzen, geben einen qualitativen Eindruck der Temperaturverteilung. Der Linienscan zeigt die mittige Temperaturlinie  $T$  für die Zeitpunkte  $t = 70$  und  $600$  s.

Damit wird der örtliche Kontrast sichtbar, welcher innerhalb der Messzeit über dem Defekt lang-

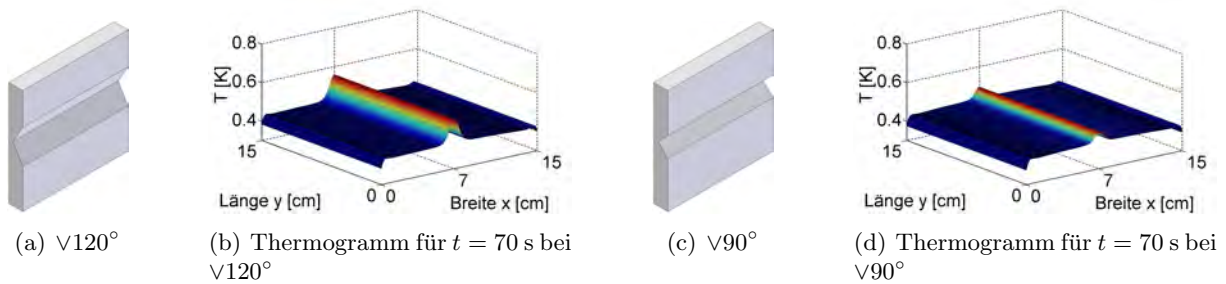
sam entstand (sichtbar als rote Linie – warmer Bereich), verschmierte (zu einem roten Streifen) und dadurch wieder nahezu verschwand. Der Vorteil der Mittelung war ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis. In den Linienscans in Abb. 3.31 wird deutlich, dass die örtlichen Schwankungen – in einem defektfreien Gebiet – unterhalb 45 mK / 15 mK / 1.5 mK lagen, je nach Mittelung, mehr Details dazu in Kapitel 3.6.

Der Messfilm des Nutprobekörpers  $\vee 120^\circ$  wurde zunächst in der Zeit gemittelt, dann mit Messfilmen des wiederholten Experiments gemittelt, und dann mit einem Linienfilter bearbeitet. Die jeweils resultierenden Messfilme zeigen, dass die Kontraste für jeden Prozessschritt deutlicher wurden, d. h. der rote Streifen hebt sich klarer von dem defektfreien Bereich ab. Weitere Beobachtungen sind:

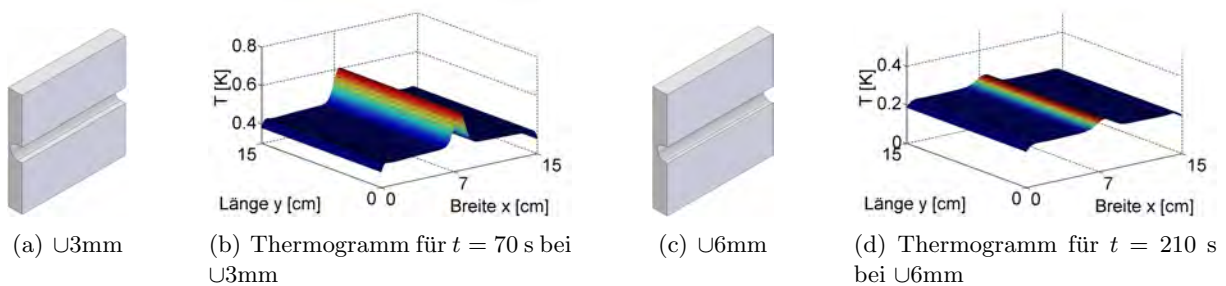
- Im Thermogramm für  $t = 600$  s in Abb. 3.31(a) sieht man, dass die Erwärmung inhomogen war. Das Zentrum des PVCs war am wärmsten und die Ecken waren unterschiedlich stark erwärmt. Nach der Mittelung von mehreren Messzyklen erschienen die Ecken homogener, Abb. 3.31(b).
- Das Thermogramm für  $t = 70$  s in Abb. 3.31(c) besaß den stärksten Kontrast zwischen Defektzentrum und defektfreiem Gebiet (und ist eigentlich ein 1D-Datensatz); quantitative Daten im Folgenden.
- Das Thermogramm für  $t = 600$  s in Abb. 3.31(c) zeigt, dass der Kontrast für späte Zeitpunkte nicht mehr im Defektzentrum am wärmsten war: Es gibt eine orangene Linie innerhalb des roten Streifens. Der Grund ist, dass im Bereich des Defektzentrums die umgebende Volumeneinheit eine relativ große Oberfläche besitzt. Einerseits wurde die thermische Welle früh reflektiert, was zu einem warmen Bereich (rote Linie) führte, andererseits war der Wärmeverlust an der Oberfläche hoch, sodass für späte Zeitpunkte ein kälterer Bereich (orangene Linie) entstehen konnte.
- Die blauen Ränder in Abb. 3.31(b) zeigen, dass die Ränder der Vorderseite des PVCs durch den Wärmeverlust an den Seitenflächen schneller abkühlten. Da der Linienfilter für den gesamten PVC angewendet wurde, waren die Temperaturwerte nach der Anwendung des Linienfilters eher zu niedrig als zu hoch; z. B. war zum Zeitpunkt  $t = 70$  s der Linienscan nach der Anwendung des Linienfilters im Durchschnitt um ca. 9 mK niedriger als vor der Anwendung.



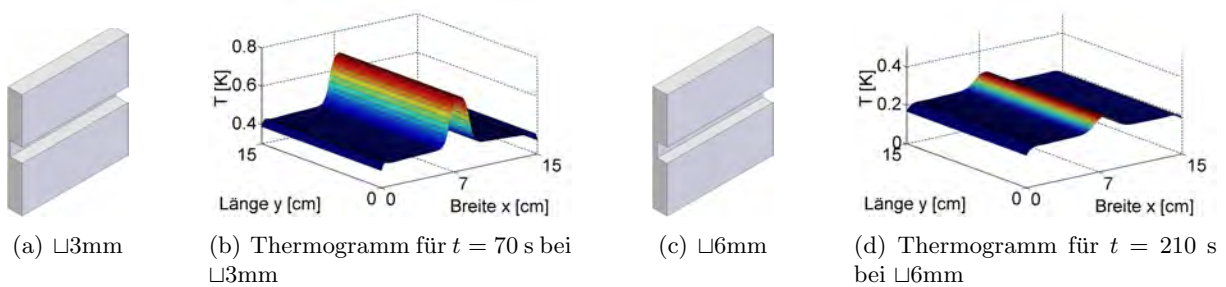
**Kontraststarke Thermogramme:** Für die Nutprobekörper folgt nun jeweils ein kontraststarkes Thermogramm des Messfilms, welcher alle zugehörigen Mittelungsschritte durchlaufen hat, Abbildung 3.32-3.34.



**Abbildung 3.32:** kontraststarke Thermogramme der V-Profile ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)



**Abbildung 3.33:** kontraststarke Thermogramme der U-Profile ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)



**Abbildung 3.34:** kontraststarke Thermogramme der Rechteckprofile ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)

Die Thermogramme deuteten grob auf die Rückwandgeometrie hin; zumindest der Ort des Defektes war gut zu erkennen. Die Temperaturachse der Abbildungen 3.32-3.34 wurde so gewählt, dass die Probekörper mit gleicher Restwandstärke miteinander verglichen werden können. Für 3 mm Restwandstärke gilt: Die V-Profile besaßen weniger Kontrast wie  $\sqcup 3\text{mm}$ , welcher wieder weniger Kontrast als  $\sqsubset 3\text{mm}$  besaß (Abb. 3.32(b), 3.32(d), 3.33(b) und 3.34(b)). Je breiter der Bereich mit Restwandstärke 3 mm war, desto geringer war die laterale Wärmestromdichte vom Defektzentrum weg, desto größer war der Kontrast an der Defektmitte. Das Gleiche lässt sich beim Vergleich von  $\sqcup 6\text{mm}$  und  $\sqsubset 6\text{mm}$  beobachten (Abb. 3.33(d) und 3.34(d)). Ein direkter Vergleich der 1D-Datensätze folgt in Kapitel 5.

Gemessen wird der Kontrast bei den Nutprobekörpern als Differenz von den Temperaturen bei Breite  $x = 7$  cm und bei  $x = 11.5$  cm. Der Zeitpunkt, für welchen das kontraststärkste

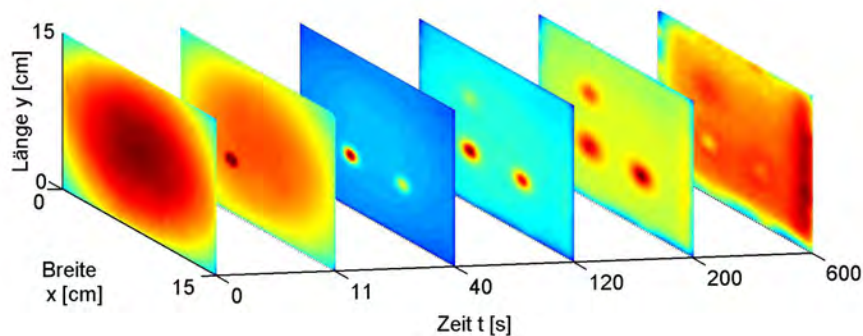
Thermogramm gemessen wurde, ist von der Restwandstärke abhängig: bei 3 mm Restwandstärke bei ungefähr 70 s und bei 6 mm Restwandstärke bei ungefähr 210 s nach dem Blitz, Tabelle 3.7.

Probekörper	$\nabla 120^\circ$	$\nabla 90^\circ$	U3mm	U6mm	□3mm	□6mm
maximaler Kontrast [mK]	133	68	178	51	272	75
zum Zeitpunkt [s]	70	70	70	210	70	210

**Tabelle 3.7:** Maximaler absoluter Kontrast und der zugehörige Zeitpunkt für die Nutprobekörper (PVC)

### 3.5.3 Flachbodenbohrungen

In Abbildung 3.35 ist der Messfilm des PVC-Probekörpers mit Flachbodenbohrungen FBB12mm gezeigt; und zwar die Thermogramme für die Zeitpunkte [0, 11, 40, 120, 200, 600] s.

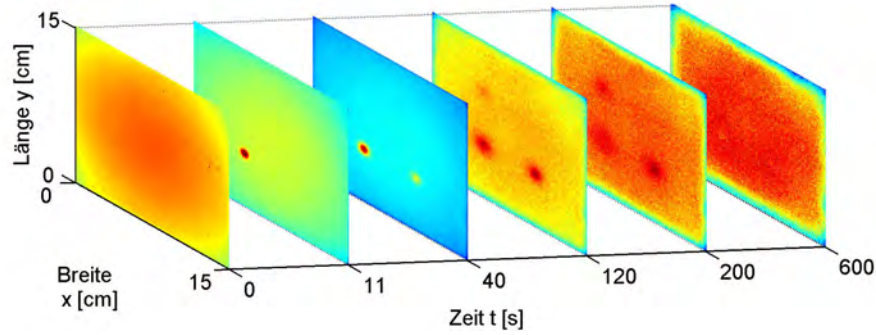


**Abbildung 3.35:** Messfilm des Probekörpers FBB12mm (nach den Mittelungen und Glättungen)

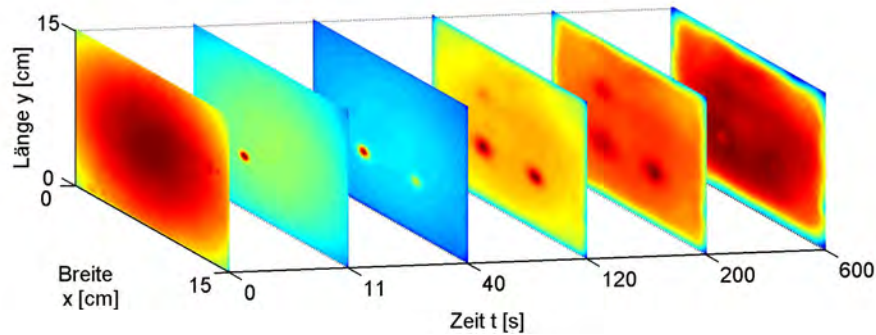
Der örtliche Kontrast wurde zuerst für ca.  $t = 11$  s an der oberflächennahen Bohrung mit Restwandstärke (RWS) 1.5 mm sichtbar. Für  $t = 40$  s verschmierte dieser Kontrast, während an der Bohrung mit RWS 3 mm der Kontrast schwach erkennbar wurde. Dieser Kontrast wurde erst zum Zeitpunkt  $t = 120$  s deutlicher, während an der tief liegenden Bohrung mit RWS 6 mm der Kontrast erkennbar wurde. Für  $t = 200$  s war der Kontrast an der oberflächennahen Bohrung deutlich verschmierter als an den anderen beiden Bohrungen. Für  $t = 600$  s waren die Kontraste dann beinahe verschwunden: An der tief liegenden Bohrung zeigte das Thermogramm leicht höhere Temperaturwerte und an der oberflächennahen Bohrung niedrigere Temperaturwerte. Also war wieder der späte Effekt des starken Wärmeverlustes an Defekten erkennbar. Außerdem wurde hier klar, dass die Kontraste oberflächennaher Defekte früher eintraten als die Kontraste tief liegender Defekte.

Leider waren auch störende Artefakte an der rechten Seite ab  $t = 200$  s erkennbar: der PVC hatte einen gelben bzw. roten Streifen am rechten Rand, sodass dort fälschlicherweise ein tief liegender Defekt interpretiert werden könnte. Der Temperaturabfall  $T_{\text{Rand}}$  wurde an diesem Rand für späte Zeitpunkte ab  $t \approx 200$  s aus unbekannten Gründen gebremst, relativ zu den anderen defektfreien Gebieten. Die Abweichung zur Referenztemperatur  $T_R$  – dem Temperaturabfall an der Referenzstelle  $(x, y) = (10, 10)$  cm – war aber gering: sie stieg mit der Zeit an bis zum Wert  $T_{\text{Rand}}(600 \text{ s}) - T_R(600 \text{ s}) < 20$  mK, der Messgenauigkeit der IR-Kamera.

**Auswirkung der Mittelung, Beispiel FBB8mm:** An dem Thermogramm für z. B.  $t = 200$  s wird erkennbar, dass die Anwendung des Gauss-Filters die Kontraste der Flachbodenbohrungen schärfer werden lässt, Abb. 3.36.



(a) vor Anwendung des Gauss-Filters (nach der Mittelung von 93 Thermogrammen und von 4 Messzyklen)

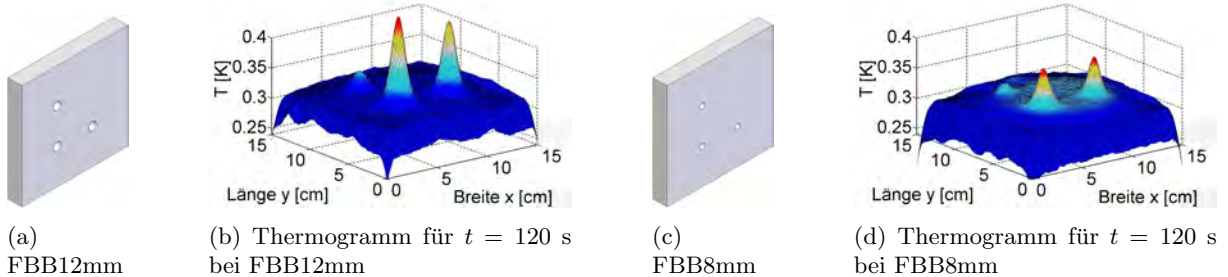


(b) nach Anwendung des Gauss-Filters in Ort und Zeit

**Abbildung 3.36:** Auswirkung der Mittelung beim Messfilm der Flachbodenbohrung FBB8mm

Am Thermogramm für  $t = 120$  s waren die Kontraste schwächer als im Vergleich zu FBB12mm, obwohl die Restwandstärken gleich sind. Der Grund ist der kleine Durchmesser der Bohrungen von FBB8mm, sodass der laterale Wärmeffluss vom Defektzentrum zum umgebenden defektfreien Gebiet groß war.

**Aussagekräftige Thermogramme:** Für die Probekörper mit Flachbodenbohrungen folgt nun jeweils ein aussagekräftiges Thermogramm für  $t = 120$  s, welches alle zugehörigen Mittelungsschritte durchlaufen hat und deutliche Kontraste für alle Bohrungen gleichzeitig besaß, Abb. 3.37. Die Thermogramme deuteten grob auf die Rückwandgeometrie hin; zumindest der Ort aller Bohrungen und die unterschiedliche Restwandstärke bei FBB12 war erkennbar.



**Abbildung 3.37:** Aussagekräftige Thermogramme der Flachbodenbohrungen ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)

Der maximale Kontrast je Bohrung ist in Tabelle 3.8 gelistet. Gemessen wurde dieser Kontrast als Differenz des Temperaturabfalls im Zentrum der jeweiligen Bohrung und des Temperaturabfalls der Referenzstelle  $(x, y) = (10, 10)$  cm.

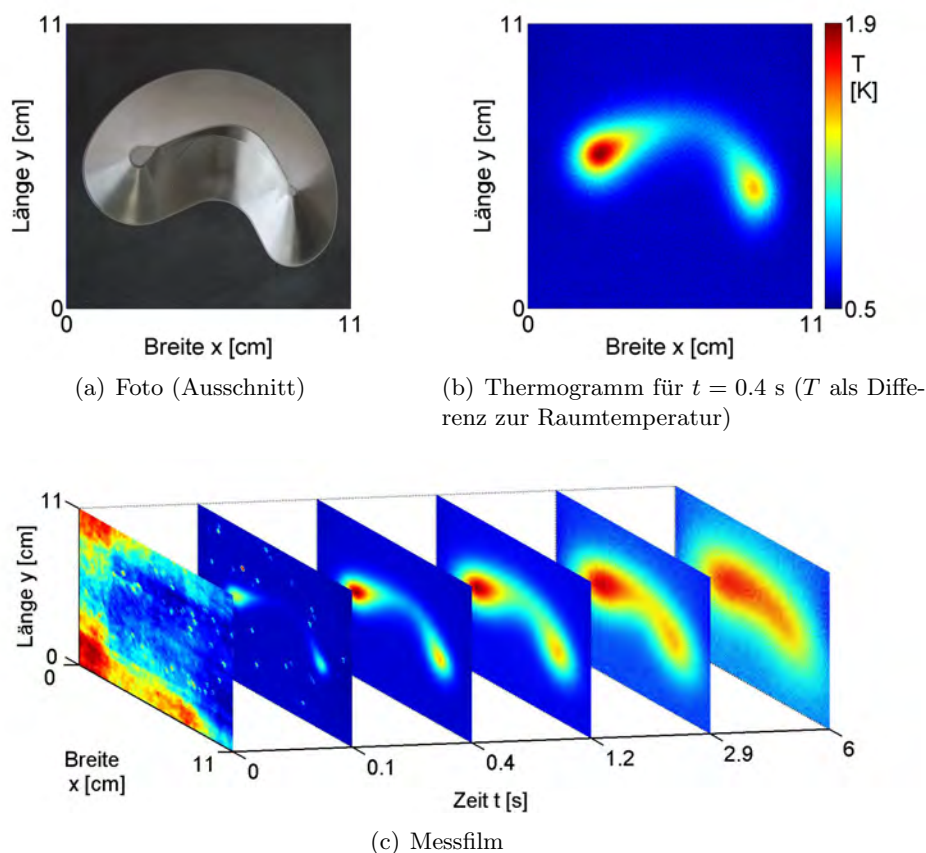
Probekörper Flachbodenbohrung FBB...	12mm	12mm	12mm	8mm	8mm	8mm
Bohrung mit Restwandstärke RWS...	1.5 mm	3 mm	6 mm	1.5 mm	3 mm	6 mm
maximaler Kontrast [mK]	347	163	31	397	110	13
zum Zeitpunkt [s]	37	62	173	20	50	172
Kontrast im gezeigten Thermogramm [mK]	141	115	27	60	60	10
zum Zeitpunkt [s]	120	120	120	120	120	120

**Tabelle 3.8:** Maximaler absoluter Kontrast und der Kontrast der gezeigten, aussagekräftigen Thermogramme (Abb. 3.37(b)-3.37(d)) und die zugehörigen Zeitpunkte für die einzelnen Bohrungen der FBB-Probekörper (PVC)

Es fällt auf, dass der maximale Kontrast für die Bohrung mit Restwandstärke (RSW) 1.5 mm bei FBB8mm größer war als bei FBB12mm. Die Ursache ist, dass es in der realen Restwandstärke minimale Abweichungen von der beabsichtigten Restwandstärke 1.5 mm gab: bei FBB8mm ist die RWS um ca. 0.5 mm geringer als bei FBB12mm. Bei der Fräsung der oberflächennahen Bohrungen mussten durch besondere Vorsicht hitzebedingte Phasenveränderungen des PVCs vermieden werden. Für die anderen Bohrungen ist die RWS genauer, da ihre Fräsung einfacher war.

### 3.5.4 Stahl-Probekörper

**Probekörper Stahl1mm:** Bei den Stahl-Proben werden nun teilweise nur die Ausschnitte der Probekörper gezeigt, sodass die Klammer zur Justierung der Probekörper nicht zu sehen ist, siehe Foto in Abb. 3.38(a). In Abbildung 3.38(c) ist der Messfilm gezeigt; bei  $t = 0$  und  $0.1$  s sind durch oberflächige Verunreinigungen (an und innerhalb der Plakafarbschicht) starke Kontraste verursacht worden. Die Verunreinigung der Farbschicht durch Stahlsplitter konnte bei der Lackierung nicht vermieden werden, da die Oberfläche durch ihre Rauheit schwer zu reinigen war. Diese störenden Kontraste konnten durch Mittelungen nicht zufriedenstellend eliminiert werden. Daher wurde auf eine Mittelung im Ort verzichtet – dies gilt für alle Stahl-Probekörper. Die Störungen für  $t < 0.1$  s beeinflussten zwar die Berechnung des Startwertes, aber nicht den iterativen Inversionsalgorithmus, da bei der Inversion die ersten 10 Thermogramme nach dem Blitz nicht berücksichtigt wurden (Aufnahme mit 100 Hz), vgl. Unterkapitel 2.3.7.



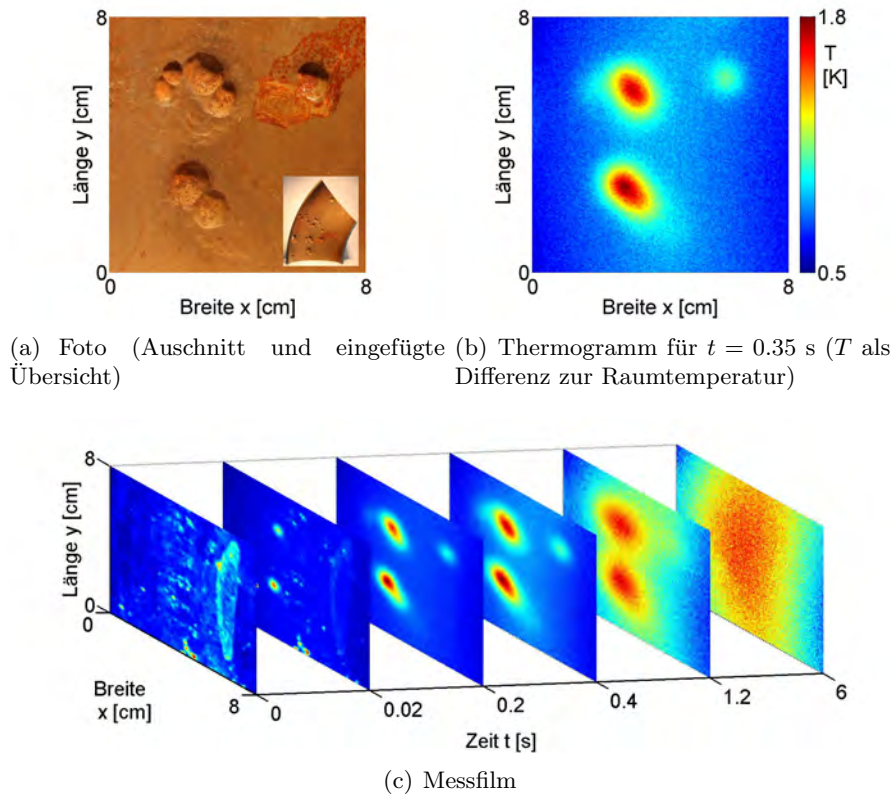
**Abbildung 3.38:** Messfilm und aussagekräftiges Thermogramm von Stahl1mm ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)

Auch zum Zeitpunkt des kontraststärksten Thermogramms (für  $t = 0.2$  s) waren die Verunreinigungen erkennbar. Daher wurde als aussagekräftiger Zeitpunkt  $t = 0.4$  s ausgewählt, siehe Thermogramm in Abb. 3.38(b). Den nierenförmigen Defektrand sah man zu einem viel späteren Zeitpunkt, z. B.  $t = 2.9$  s im Messfilm. Am Ende des Messfilms für  $t = 6$  s war der Kontrast passend zur Defektform des 6 mm dicken Probekörpers noch zu erkennen.

**Rohrstück Stahl0.3mm:** Der Probekörper Stahl0.3mm besitzt drei Löcher im untersuchten Ausschnitt des Rohrteils, siehe Foto in Abb. 3.39(a). Damit für alle drei unterschiedlich tiefen Löcher ein Kontrast zu sehen ist, wurde ein Thermogramm für  $t = 0.35$  s gezeigt, auch wenn der Kontrast am linken, oberen Loch zu einem früheren Zeitpunkt maximal war, Abb. 3.39(b).

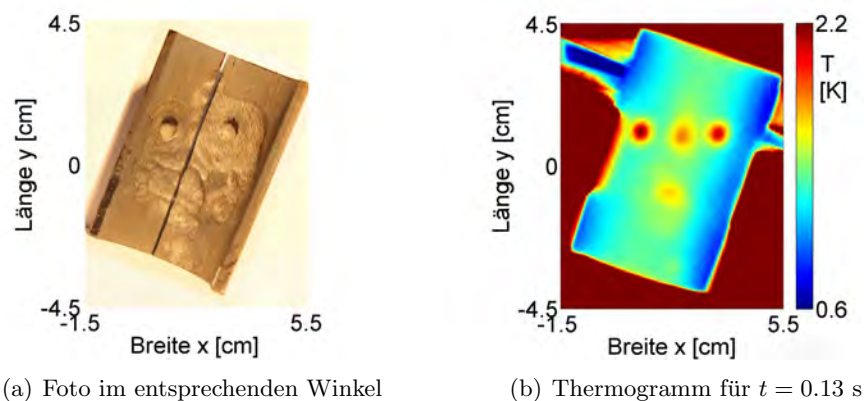


Wieder sind Kontraste in den ersten Thermogrammen zu sehen, welche unabhängig von der Rückwandgeometrie sind, siehe Messfilm in Abb. 3.39(c).



**Abbildung 3.39:** Messfilm und aussagekräftiges Thermogramm von Stahl0.3mm

**Rohrstück Stahl0.5mm:** Der Probekörper Stahl0.5mm wurde unter dem in Abbildung 3.40(a) gezeigten Winkel gemessen, um später für eine waagerechte Achse ein interessantes Profil untersuchen zu können.

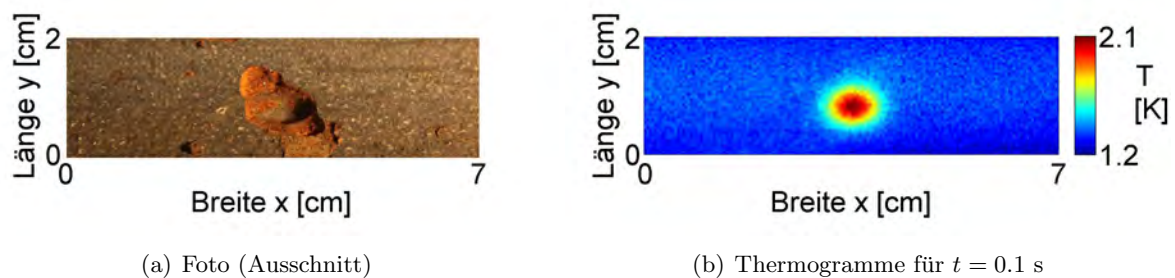


**Abbildung 3.40:** Aussagekräftiges Thermogramm von Stahl0.5mm ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)

Die drei auffälligsten Anzeigen werden in den folgenden Kapiteln eine vorbildliche 2D-Rückwandrekonstruktion liefern. Das gezeigte Thermogramm macht auch die flache Mulde zwischen

den zwei deutlichen Löchern sichtbar. Im Thermogramm ist der thermische Einfluss der Halterung als roter Rand auf der linken Seite sichtbar, Abb. 3.40(b). Ferner ist im Hintergrund des Thermogramms die Befestigung der Halterung an das Drehmodul erkennbar (blaue Streifen vom Rand des Objektes wegführend), welches eine winkeltgenaue Drehung des Probekörpers ermöglichte.

**Rohrstück Stahl0.9mm:** Für Stahl0.9mm wurde das kontraststärkste Thermogramm gewählt, Abb. 3.41(b). Wie bei Stahl0.5mm zeigte das letzte Thermogramm des Messfilms keinerlei erkennbare Kontraste. Damit ist für die dünnen Stahlproben Stahl0.3mm, Stahl0.5mm und Stahl0.9mm mit einer Rohrwanddicke von 3.6 mm offensichtlich, dass die Messzeit von ca. 6 s ausreichend war.



**Abbildung 3.41:** Aussagekräftiges Thermogramm von Stahl0.9mm ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)

Die Kontraste in den gezeigten, aussagekräftigen Thermogrammen besitzen folgende maximale Kontraste (die zugehörigen Referenzgebiete werden im Kapitel 6 gezeigt):

Probekörper Stahl...	1mm	0.3mm	0.5mm	0.9mm
Restwandstärke [mm]	1	0.3	0.5	0.9
maximaler Kontrast [K]	1.4	2.3	1.3	0.7
zum Zeitpunkt [s]	0.25	0.04	0.05	0.10
Kontrast im gezeigten Thermogramm [K]	1.3	0.8	1.0	0.8
zum Zeitpunkt [s]	0.40	0.35	0.13	0.10

**Tabelle 3.9:** Restwandstärke, maximaler absoluter Kontrast und der Kontrast der gezeigten, aussagekräftigen Thermogramme (Abb. 3.38-3.41) und die zugehörigen Zeitpunkte für die Stahl-Probekörper

## 3.6 Messgenauigkeit

Um die Messgenauigkeit der Temperaturdaten zu untersuchen, um sie später mit der Simulationsgenauigkeit und der Rekonstruktionsgenauigkeit zu vergleichen, folgt eine Übersicht in Abbildung 3.42, aus welchen Komponenten sich der Messfehler zusammensetzt.



**Abbildung 3.42:** Komponenten der Messgenauigkeit bzw. des Messfehlers (nur der Temperaturbestimmung der Kamera). Das Zufallsrauschen wird in diesem Kapitel untersucht.

**Messfehler:** Der allgemeine Messfehler einer Messung setzt sich aus dem systematischen Fehler und dem zufälligen Fehler zusammen [Stö00]. Zu den systematischen Fehlerquellen gehört die an der Vorderseite des Messobjektes reflektierte Strahlung aus der Umgebung, z. B. verfälschen Temperaturdifferenzen von Laborinnenwänden die Messung eines reflektierenden Objektes. Diese Störung in einem Messfilm wird minimiert durch Abzug eines Nullbildes, welches ein vor Experimentbeginn aufgenommenes Thermogramm ist, was jedoch nur bei konstanten Umgebungsbedingungen möglich ist. Ferner hilft, dass die Umgebungsstrahlung nach Möglichkeit abgeschirmt wird und der Filter der Kamera geeignet gewählt wird. Der

zufällige Fehler besteht hauptsächlich aus zwei Anteilen [MSE<sup>+</sup>89]: dem festen Störmuster und dem Zufallsrauschen, welches in Abb. 3.42 rot gekennzeichnet ist und in diesem Kapitel untersucht wird. Das feste Störmuster, d.h. ein Rauschen mit festem Muster, wird durch sogenannte „bad Pixel“ im Detektor der Kamera verursacht, welche entweder eine auffällige Auslenkung bei Temperaturveränderungen besitzen, grundsätzlich eine abweichende absolute Temperatur angeben oder bei einer längeren Aufnahme einer statischen Szene auffällig große, meist sporadisch auftretende Temperaturveränderungen anzeigen. Durch die Temperaturkalibrierung, welche zweijährig erfolgt, wird das feste Störmuster weitgehend entfernt. Da mit der Zeit weitere bad Pixel hinzukommen, welche mit der aktuellen Temperaturkalibrierung nicht erfasst wurden, werden Listen von neuen bad Pixeln geführt. Die zugehörigen Temperaturwerte werden durch eine nachträgliche Bearbeitung korrigiert, und zwar durch eine Mittelung von benachbarten Pixelwerten. Das Störmuster wird damit als vernachlässigbar angenommen.

**Zufallsrauschen:** Die Empfindlichkeitsgrenze eines Messsystems wird letztendlich durch die statistischen Schwankungen bestimmt, von denen jedes Messsystem betroffen ist. Diese Schwankungen nennt man im Allgemeinen Rauschen. Bei Kameras wird es als Zufallsrauschen bezeichnet, um vom zufälligen Fehler mit festem Störmuster differenzieren zu können. Eine der Ursachen des Rauschen ist beispielsweise die thermische Bewegung von Ladungsträgern in Leitern und Halbleitern (thermisches Rauschen); eine weitere liegt in der Quantifizierung der elektrischen Elementarladung (Schrotrauschen), welche das Signal in den elektronischen Bauelementen transportiert [Mül89, S. 17]. In Halbleitern treten Generations- und Rekombinationsprozesse auf: Die statistische Ionisierung und Neutralisation produzieren Elektronen, welche „zwischen dem Leitungsband und dem Valenzband wechseln“ [Mül89, S. 33]. Außerdem entsteht im Detektor ein Dunkelstrom, welcher durch thermische Trägergeneration verursacht wird und zum Schrotrauschen beiträgt [Mül89, S. 193]. Dieser Anteil wird durch die Kühlung des Detektors minimiert [Mül89, S. 205]. Bei Messungen von elektromagnetischer Strahlung im optischen und infraroten Bereich existiert eine zusätzliche, unabhängige Rauschursache. Bereits das vom Detektor auszulesende Signal, der Photonenstrom, weist statistische Schwankungen auf. Die einzelnen Ladungsträger (Photonen) des Photonenstroms besitzen eine statistisch verteilte Energie. Das verursacht das sogenannte Quantenrauschen, welches eine elementare Beschränkung der Temperaturbestimmung verursacht [Mül89, S. 197].

Für InSb-Detektoren und niedrige Integrationszeiten von 0.25 ms (bis 0.63 ms) wird das Rauschen hauptsächlich durch das Verstärkerrauschen des Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistors (MOSFET) und das zeilenweise Auslesen der Detektormatrix verursacht (welches einen Einschalt-Widerstand des MOSFETs-Wählers hervorruft) [KDC76]. Für niedrige Integrationszeiten besteht das Rauschen also vor allem aus thermischen Rauschen und weniger aus Schrotrauschen; im Gegensatz zu dem Verhalten bei hohen Integrationszeiten [KDC76].

**NETD:** Eine vom Hersteller von IR-Detektoren typischerweise angegebene relative Messgenauigkeit ist die NETD-Angabe (*Noise Equivalent Temperature Difference*). NETD wird nicht einheitlich definiert [Dri12] und kann zum Beispiel die Genauigkeit innerhalb eines einzelnen Thermogramms oder die Genauigkeit für einen zeitlichen Datensatz beschreiben. Ein Standard für IR-Kameras existiert noch nicht und wird daher von Hersteller zu Hersteller unterschiedlich gemessen. Genauso wie die absolute Messgenauigkeit ist auch NETD z.B. von dem zu detektierenden Temperaturbereich, dem Objektiv, der Integrationszeit und dem Spektralbereich abhängig. NETD beschreibt hauptsächlich das Zufallsrauschen. Um weitere Angaben für das Zufallsrauschen zu haben, betrachten wir die Standardabweichung, welches die klassische mathematische Größe ist, die Abweichung eines Datensatzes von seinem Mittelwert zu quantifizieren. Die Standardabweichung wird hier für Ort und Zeit getrennt bestimmt. Damit folgt dann die Ermittlung des Signal-Rausch-Verhältnisses, auch getrennt nach Ort und Zeit, für

verschiedene Messkonfigurationen.

### 3.6.1 Signal-Rausch-Verhältnis

Eine Kontrollmaß für das Zufallsrauschen ist das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR), welches in der Elektrotechnik üblicherweise das Verhältnis der mittleren Nutzsignalleistung der Signalquelle zur mittleren Rauschleistung der gleichen Signalquelle bezeichnet. Für eine Formulierung für thermografische Daten liegt die Anwendung der alternativen Definition des SNR der Bildverarbeitung nahe [Sch99, S. 433][MSE<sup>+</sup>89]:

$$\text{SNR}_{\text{Ort}} = \frac{S}{s(D)} \quad (3.19)$$

$$\text{SNR}_{\text{Zeit}} = \frac{S}{s(Z)} \quad (3.20)$$

mit folgenden Abkürzungen:

- $S$  Nutzsignal, d. h. der örtliche Kontrast zwischen defekter und defektfreier Stelle eines typischerweise auszuwertenden Thermogramms [MRS<sup>+</sup>12], z. B.  $S = 50$  mK.
- $s$  Rausch-Standardabweichung, d. h.  $s(X)$  ist die Standardabweichung eines Datensatzes  $X$ . Die Standardabweichung ist eine gebräuchliche mathematische Größe für die Abweichung eines Datensatzes von seinem Mittelwert  $\bar{X}$  und wird in der Physik auch als mittlerer quadratischer Fehler bezeichnet [Wei]. Die Definition der Standardabweichung lautet

$$s(X) = \left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.21)$$

wobei der Mittelwert definiert wird durch

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i. \quad (3.22)$$

- $D$  Daten eines Differenzbildes, d. h. Daten der Differenz zweier aufeinanderfolgender Thermogramme  $D1$  und  $D2$  (ohne vorangegangenen Nullbildabzug):  $D = D1 - D2$ . Der zugehörige Datensatz  $X$  entspricht der Hintereinanderreihung der Matrixeinträge von  $D$  in einen Vektor (entweder die Temperatur- oder die Intensitätsverteilung).
- $Z$  Daten(-satz) eines zeitlichen Temperaturverlauf eines einzelnen, beliebigen Pixels (nach Abzug des Nullbildes).

Die Daten müssen aus einem Messfilm stammen, welcher eine homogene und thermisch statische Szene, z. B. einen Schwarzkörperstrahler auf Raumtemperatur, aufgenommen hat. Ohne einen zufälligen Messfehler wäre der Datensatz  $X$  eines Differenzbildes  $D$  identisch Null (und ebenso  $Z$ ).

**Weitere Definition:** Die Formulierung des Signal-Rausch-Verhältnisses nach der grundlagenorientierten Literatur für Thermografie [Mal93] wird hier nicht angewendet, da diese die Absolutbeträge eines Differenzbildes als Rausch-Standardabweichung auswertet. Die dortige Formulierung des Signal-Rausch-Verhältnisses  $\text{SNR}_M$  lautet nämlich

$$\text{SNR}_M = \frac{\frac{2}{N \cdot M} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M D1_{ij}^2}{(s(|D|))^2}. \quad (3.23)$$

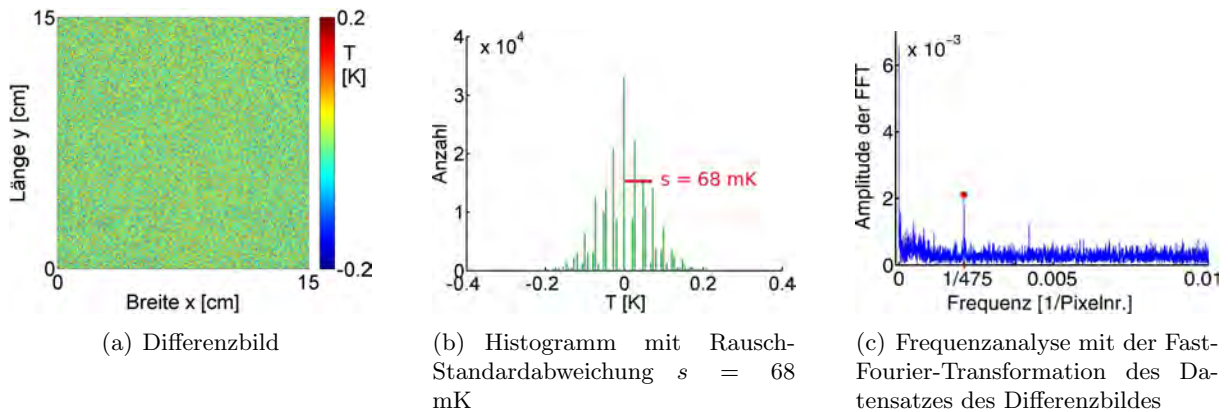


Wegen der Betragsstriche um  $D$  wäre der Nenner Null, wenn das Differenzbild abwechselnde Werten 1 und -1 besäße. Damit wäre das Signal-Rausch-Verhältnis theoretisch ideal, praktisch wäre die Messung aber von geringem Nutzen! In der Anwendung findet sich diese Definition in einer variierten Form: zumindest der Zähler wird durch das oben genannte Nutzsignal ersetzt [MRS<sup>+</sup>12]. Die dortige Definition entspricht der Gleichung 3.19 bis auf die Betragsstriche um  $D$ .

**Rose Kriterium:** Um nutzbare Signale im Rauschen zu identifizieren zu können, sollte als grobe Abschätzung nach dem Rose Kriterium das SNR größer als 5 sein [BSJB11], d. h. das Nutzsignal von 50 mK vom Probekörper  $\cup 6\text{mm}$  muss mit einer Messkonfiguration gemessen werden, welche eine Rausch-Standardabweichung kleiner als 10 mK besitzt. Wenn NETD als Rausch-Standardabweichung interpretiert wird, ist die Rausch-Standardabweichung zu groß für eine ungemittelte Messung des Probekörpers  $\cup 6\text{mm}$ .

### 3.6.2 Rausch-Standardabweichung eines ungemittelten Datensatzes

Im Folgenden wird gezeigt, dass für einen ungemittelten (und ungeglätteten) Datensatz das SNR in Ort und Zeit zu niedrig waren, um aussagekräftig messen zu können. Der Datensatz wurde für das Objektiv mit Brennweite 29 mm, mit einer Integrationszeit von 0.25 ms, für das Spektralfenster von 3.7-5.3  $\mu\text{m}$ , für das Temperaturintervall 20-100°C und die Schwarzkörper-Temperatur 20°C aufgenommen. Für die örtliche Rausch-Standardabweichung sehen wir in Abbildung 3.43 das Differenzbild, das zugehörige Histogramm und die zugehörige Frequenzanalyse

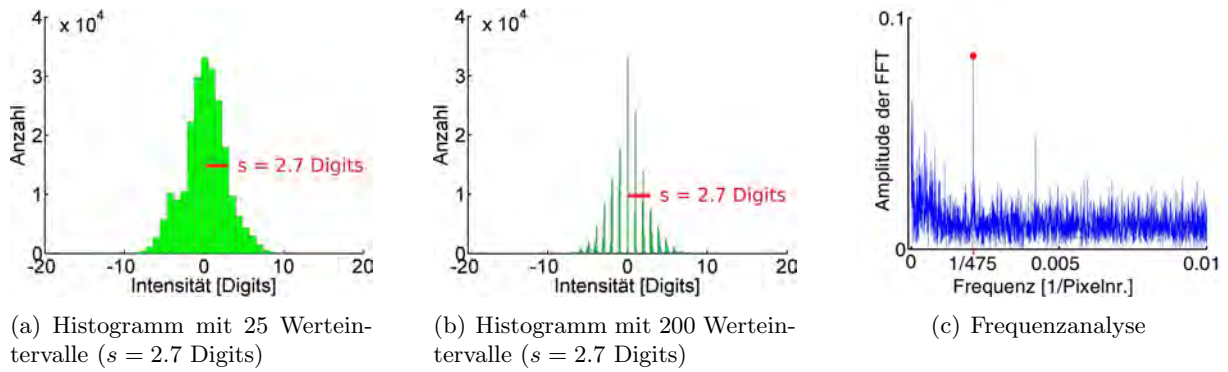


**Abbildung 3.43:** Örtliche Rausch-Standardabweichung  $s$  eines ungemittelten Differenzbildes (als Temperaturverteilung)

**Örtliche Rausch-Standardabweichung:** Für alle Abbildungen und Berechnungen dieses Kapitels wurden die verbliebenen zehn auffälligsten Werte, also ca. 0.04%, eines Differenzbildes aussortiert, da das Ziel ist das Zufallsrauschen zu untersuchen. Das Histogramm zählt die Anzahl der Werte, die jeweilig in eines der 200 Werteintervalle fallen, welche die Intervalllänge 4 mK besitzen. Die Intervalllänge wurde hier so klein gewählt, dass die Normalverteilung gut erkennbar ist. Diese Wahl hatte jedoch leere Intervalle zur Folge. Die Ursache dafür ist die ca. 12 Bit A/D-Umwandlung und das gewählte Temperaturintervall der Kameraeinstellung. Maximal ca.  $4 \cdot 10^3$  Digits wurden auf das Temperaturintervall 20-100°C kalibriert, sodass die Temperaturwerte auf minimal 20 mK diskretisiert werden konnten und die Intervalllänge des Histogramms kleiner war (4 mK). Die Rausch-Standardabweichung betrug  $s = 68 \text{ mK}$  mittels Gl. (3.21), also weit mehr als NETD. In der Frequenzanalyse des Datensatzes, welcher das Differenzbild zeilenweise auflistet, machte sich eine geringe Korrelation zwischen Zeile und Rauschen durch einen Ausschlag bei der Frequenz  $1/475$  bemerkbar. Feine Temperatursprünge

je Zeilenwechsel bildeten ein festes Störmuster, obwohl im Differenzbild auf Anhieb keine festen Störmuster zu erkennen war. Für eine Auslesung per Spalte ergab sich keine Korrelation.

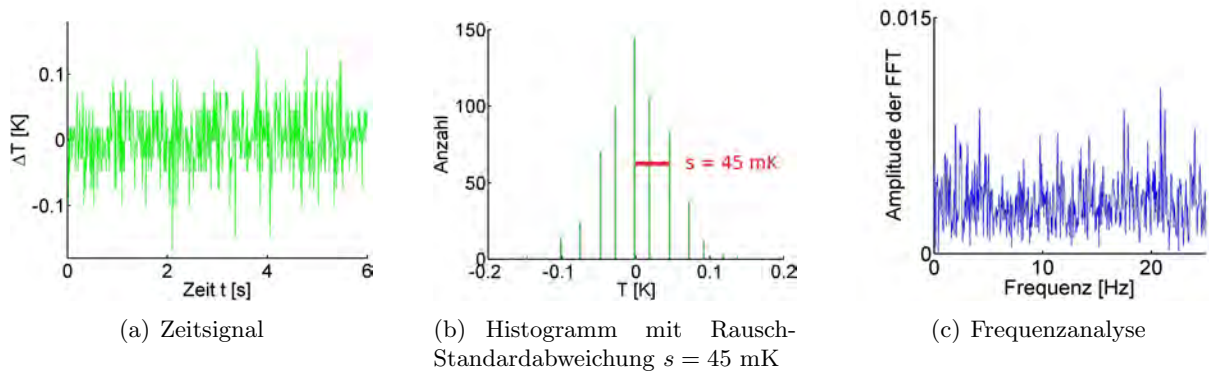
In Abbildung 3.44 wird das Differenzbild für die digitalen Strahlungsintensitäten vor der Temperaturumwandlung untersucht, um zu zeigen, dass der Quantifizierungseffekt, die Verteilung und die Zeilenkorrelation von der Temperaturumwandlung unabhängig sind. In Abbildung 3.44(a) wird das Histogramm für 25 Werteintervalle gezeigt. Die Normalverteilung ist weniger offensichtlich, da hier die Lage der Intervallgrenzen eine größere Rolle spielte als bei einer größeren Anzahl von Werteintervallen. In Abbildung 3.44(b) ist das Histogramm für 200 Werteintervalle wie bei den Temperaturdaten gewählt worden. Die Quantifizierung in ganzzahlige Digits-Angaben wird deutlich. In Abbildung 3.44(c) ist die Frequenzanalyse zu sehen: Wieder ist die Zeilenkorrelation durch einen Ausschlag bei Frequenz  $1/475$  zu sehen.



**Abbildung 3.44:** Örtliche Rausch-Standardabweichung  $s$  eines ungemittelten Differenzbildes als Intensitätsverteilung zum Vergleich

In der weiteren Analyse des Rauschens beschränken wir uns auf die Daten nach der Temperaturumwandlung.

**Zeitliche Rausch-Standardabweichung:** Nun kommen wir zu dem Zeitsignal des oben genannten, ungemittelten Datensatzes, Abb. 3.45. Entsprechend zum Differenzbild sind auch hier drei Abbildungen gezeigt: (1) das Signal selbst, (2) das zugehörige Histogramm mit einer deutlich kleineren Rausch-Standardabweichung von  $s = 45$  mK als beim Differenzbild und (3) die unauffällige Frequenzanalyse. Das Zeitsignal ist das Temperaturverhalten eines einzelnen Pixels; für andere Pixel erhielten wir ganz ähnliche Ergebnisse.



**Abbildung 3.45:** Zeitliche Rausch-Standardabweichung  $s$  eines einzelnen, ungemittelten Detektorpixels

Eine Mittelung des Zeitsignals – in dem Maße wie es mit dem Differenzbild gezeigt wurde – war nicht ohne erheblichen Zeitaufwand möglich. Es dürfen nämlich nicht die gleichzeitig gemessenen Zeitsignale der einzelnen Pixel gemittelt werden. Der Grund ist, dass die statistischen Verteilungen der Zeitsignale von zwei beliebigen Detektorpixeln nicht unabhängig voneinander sind. Im Gegenteil: Schlägt das ungemittelte Zeitsignal eines Pixels aus, so schlagen auch alle anderen Pixel mit fast der gleichen Amplitude in die gleiche Richtung aus.

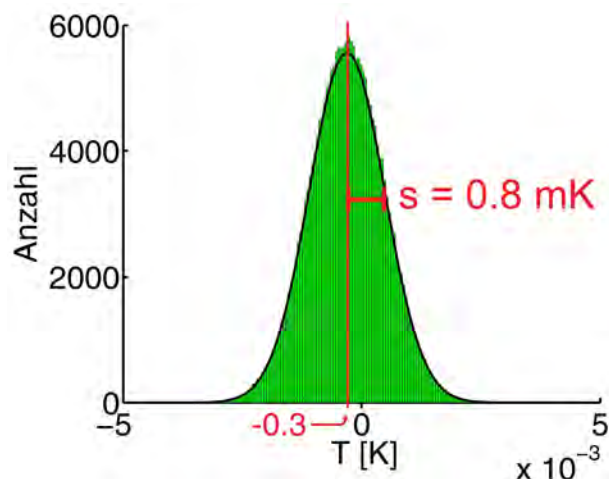
**Vergleich der Rausch-Standardabweichungen (Ort und Zeit):** Während für das Differenzbild  $D = D1 - D2$  von einem gestörten Datensatz  $D1$  wieder ein gestörter Datensatz  $D2$  ( $D2$  entspricht dem Nullbild) abgezogen wurde, wurde beim Zeitsignal ein konstanter Wert (einzelner Pixelwert des Nullbildes) abgezogen. Theoretisch vergrößerte sich beim Nullbildabzug die örtliche Rausch-Standardabweichung eines einzelnen Thermogramms (um den Faktor  $\sqrt{2}$  [BSMM00]), was den Unterschied zwischen der hier ermittelten örtlichen Rausch-Standardabweichung des Differenzbildes und der zeitlichen Rausch-Standardabweichung erklärt. Der Nullwertabzug hatte also einen unterschiedlichen statistischen Einfluss auf die örtliche und die zeitliche Rausch-Standardabweichung.

### 3.6.3 Rausch-Standardabweichung eines gemittelten Datensatzes

**Normalverteilung der Ortsabhängigkeit:** Um die Normalverteilung der Temperaturwerte des Differenzbildes zu verdeutlichen, wurde eine Mittelung von  $5.2 \cdot 10^4$  Differenzbildern vorgenommen; und zwar wurde für einen Datensatz, welcher mit dem Objektiv mit Brennweite 100 mm, mit einer Integrationszeit von 0.63 ms, für das Spektralfenster von 3.7-5.3  $\mu\text{m}$ , für das Temperaturintervall 10-50°C und die Schwarzkörper-Temperatur 20°C aufgenommen. Die passende Normalverteilung (siehe schwarze Kurve in Abb. 3.46) hatte einen Mittelwert von -0.3 mK und eine Standardabweichung von 0.8 mK.

Durch die Mittelung war die Quantifizierung der Temperaturdaten geringer und Temperaturkontraste von z.B. 5 mK wären deutlich identifizierbar. Lässt sich nun ohne Weiteres auf eine Normalverteilung des Differenzbildes schließen? Ja, wir können darauf sicher schließen – und sogar auf die Normalverteilung eines Thermogramms ohne Nullbildabzug –, indem wir auf den Satz von Cramér verweisen, der besagt, dass „Wenn zwei Zufallsvariable stochastisch unabhängig sind, und ihre Summe normalverteilt ist, dann sind auch beide Summanden normalverteilt.“ [Cra36]. Um diesen Satz anzuwenden, muss man wissen, dass die Werteverteilung eines Thermogramms die Wahrscheinlichkeit für die Werteverteilung des darauf folgenden Thermogramms genauso wenig beeinflusst, wie im Würfelspiel eine gewürfelte 6 nicht die Wahrscheinlichkeit beeinflusst, im nächsten Wurf wieder eine 6 zu würfeln. Zwei Thermogramme sind hier also stochastisch unabhängige Zufallsvariablen.

**Vergleich der Rausch-Standardabweichungen (gemittelt und ungemittelt):** Man darf theoretisch auf eine Rausch-Standardabweichung von  $s/\sqrt{n}$  für einen Datensatz schließen, welcher aus  $n$  Datensätzen gemittelt wurde, wenn  $s$  die Rausch-Standardabweichung eines einzelnen Datensatzes ist [BSMM00]. Also hätte man beim hier gemittelten Differenzbild eine



**Abbildung 3.46:** Histogramm des gemittelten Differenzbildes mit örtlicher Rausch-Standardabweichung  $s = 0.8 \text{ mK}$

Rausch-Standardabweichung grob von 0.3 mK (anstatt 0.8 mK) erwartet. Diese Diskrepanz lässt sich mit dem zeitlichen Rauschen, einem Temperaturdrift, erklären.

### 3.6.4 Rausch-Standardabweichung für Messkonfigurationen

Die Messkonfigurationen I-IV werden mit dem jeweiligen Messfehler, d. h. mit der jeweiligen Rausch-Standardabweichungen in Tabelle 3.10 aufgelistet. Zur Übersicht sind auch die dafür relevanten Messparameter und die Art der Datenverarbeitung genannt, d. h. die Brennweite des Objektivs, die Integrationszeit, die Mittelung von Thermogrammen (in der Zeit), Mittelungen von mehreren Messzyklen und Glättungen im Ort und in der Zeit. Für alle Konfigurationen gilt das Spektralfenster 3.7-5.3  $\mu\text{m}$ .

Messkonfiguration	I	II	III	IV
Probekörper	PVC mit Nutdefekt ( $\sphericalangle 120^\circ$ , $\sqcup 3\text{mm}$ , ...)	PVC-Flach- bodenbohrung (FBB12mm, FBB8mm)	große Stahl- proben (Stahl1mm, Stahl0.3mm)	kleine Stahl- proben (Stahl0.5mm, Stahl0.9mm)
Brennweite	100 mm	100 mm	29 mm	29 mm
Integrationszeit	0.63 ms	0.63 ms	0.25 ms	0.25 ms
gemittelte Thermogramme	93	93	–	3
gemittelte Messzyklen	10	4	12	12
Glättung im Ort	Linienfilter (475 Werte)	Gauss-Filter (15x15 Werte)	–	–
Glättung in Zeit	–	Gauss-Filter (0-80 Werte)	–	–
Gesamtzahl der gemittelten Werte	$93 \cdot 10 \cdot 475$ $\approx 4 \cdot 10^5$	$\approx 8 \cdot 10^4 - 10^7$	12	36
Rausch-Standard- abweichung $s_{\text{Ort}}$	0.2 mK	0.5 mK	20 mK	11 mK
Rausch-Standard- abweichung $s_{\text{Zeit}}$	1.5 mK	0.7 mK	14 mK	8 mK

**Tabelle 3.10:** Messkonfigurationen, ihre jeweilige Mittelung und die daraus resultierenden Rausch-Standardabweichungen

Für jede Messkonfiguration wurden die zugehörige örtliche und zeitliche Rausch-Standardabweichung bestimmt, wie in letzten beiden Zeilen der Tabelle 3.10 gezeigt. Man sieht, dass der Datensatz der Messkonfiguration III mit der niedrigsten Mittelung erwartungsgemäß die stärkste Rausch-Standardabweichung besaß.

In der folgenden Tabelle sind die örtlichen und zeitlichen SNR für jeden Probekörper gelistet, da die Nutzsignale sich unterscheiden. Das höchste SNR der PVC-Probekörper (bei der oberflächennahen Standard-Nut  $\sqcup 3\text{mm}$ ) ist hervorgehoben. Interessanterweise stellte dieser in der Rekonstruktion eine Herausforderungen dar, jedenfalls für Parameter, die den Herausforderungen der anderen Geometrien gerecht werden. Das niedrigste SNR, bei der kleinsten und am tiefsten gelegenen Flachbodenbohrung bei FBB8mm, ist auch hervorgehoben und lieferte die spannendsten Rekonstruktionsergebnisse. Das zugehörige Nutzsignal lag bei 13 mK, also

unterhalb der vom Hersteller der Kamera angegebenen Sensitivitätsgrenze von 20 mK.

Probekörper	$S$ [mK]	$s_{\text{Ort}}$ [mK]	$s_{\text{Zeit}}$ [mK]	$\text{SNR}_{\text{Ort}}[dB]$	$\text{SNR}_{\text{Zeit}}[dB]$
$\vee 120^\circ$	133	0.2	1.5	28	19
$\vee 90^\circ$	68	0.2	1.5	25	17
$\cup 3\text{mm}$	178	0.2	1.5	30	21
$\cup 6\text{mm}$	51	0.2	1.5	24	15
$\sqcup 3\text{mm}$	272	0.2	1.5	31	23
$\sqcup 6\text{mm}$	75	0.2	1.5	26	17
FBF12mm	347 — 163 — 31	0.5	0.7	28 — 25 — 18	27 — 24 — 16
FBF8mm	397 — 110 — 13	0.5	0.7	29 — 23 — 14	28 — 22 — 13
Stahl1mm	ca. 1300	11	8	51	52
Stahl0.3mm	ca. 800	11	8	49	50
Stahl0.5mm	ca. 1000	20	14	47	49
Stahl0.9mm	ca. 800	20	14	46	48

**Tabelle 3.11:** Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) für alle Probekörper, berechnet mittels des jeweiligen Nutzsignales  $S$  und der örtlichen und zeitlichen Rausch-Standardabweichungen  $s_{\text{Ort}}$  und  $s_{\text{Zeit}}$  der zugehörigen Messkonfiguration.

Die Angaben über das Rauschen wurden nicht durch Oberflächenartefakte mitverursacht, da die Rausch-Standardabweichungen mit Messdaten eines Schwarzkörperstrahlers ermittelt wurden, dessen Oberfläche einen nahezu idealen homogenen Emissionsgrad besitzt.



## Kapitel 4

# Simulation mittels der Finite-Elemente-Methode

Die Simulation des Experiments (Vorwärtsrechnung) spielt eine tragende Rolle in der Inversion (Levenberg-Marquardt-Methode). Die Wärmeleitungsgleichung wurde mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) gelöst; und zwar mit der Simulationssoftware COMSOL Multiphysics 3.5a und dem zugehörigen *Heat Transfer Module*, welche mit MATLAB R2008a angesteuert wurden. Als Ergebnis wurde die Temperaturverteilung auf der Oberfläche und im Inneren des Probekörpers erhalten.

**Die Finite-Elemente-Methode (FEM)** ist ein numerisches Rechenverfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen für Geometrien komplexer Form mit uneinheitlichen Randbedingungen. Diese Methode gehört zu den Lösungsmethoden, welche im Ingenieurwesen am weitesten verbreitet sind; mit steigender Beliebtheit für instationäre Feldprobleme aus der Theorie der Wärmeleitung [Maj05]. Das Gebiet, für welches die Differentialgleichung gelöst werden soll (z. B. ein Festkörper in 2D oder 3D), wird diskretisiert durch eine Aneinanderreihung von einfach geformten Teilbereichen, den sogenannten finiten (d. h. endlich großen) Elementen. Je kleiner die Elemente sind, desto genauer wird die Differentialgleichung gelöst. Innerhalb dieser Elemente werden Ansatzfunktionen definiert, welche als Fitfunktionen für die Wärmeverteilung dienen. Je mehr Freiheitsgrade eine Ansatzfunktion hat, desto besser kann die Lösung approximiert werden. Die Bestimmung der Ansatzfunktionen für alle Elemente erfolgt für diskrete Zeitschritte. Für jeden Zeitschritt ist ein lineares Gleichungssystem zu lösen, welches die örtlichen Temperaturverteilung berechnet. Je kleiner die Zeitschritte sind, desto genauer wird die Differentialgleichung gelöst (abgesehen von numerischer Fehlerzunahme). Besonders wenn starke Veränderungen der gesuchten Funktion im Ort oder in der Zeit zu erwarten sind, sollten dort kleine Elemente bzw. kleine Zeitschritte gewählt werden.

### 4.1 Simulationsmodell eines PVC-Nutprobekörpers (2D)

Die FEM löst die zeitabhängige Wärmeleitungsgleichung (vgl. Gl. (2.22)) für temperaturabhängige Materialparameter in 2D und 3D. Das zugrunde liegende Simulationsmodell wird am PVC-Nutprobekörper  $\nabla 120^\circ$  erklärt, bei welchem die Simulation in 2D ausreichte. Durch eine Reduzierung von 3D auf 2D wird die Simulation zeiteffizienter. Die Wärmeleitungsgleichung für eine 2D-Betrachtung lautet:

$$\frac{\partial T(x, z, t)}{\partial t} = \frac{\langle \nabla \lambda(T), \nabla T(x, z, t) \rangle}{c_p(T) \cdot \rho(T)} + a(T) \cdot \Delta T(x, z, t), \quad (4.1)$$

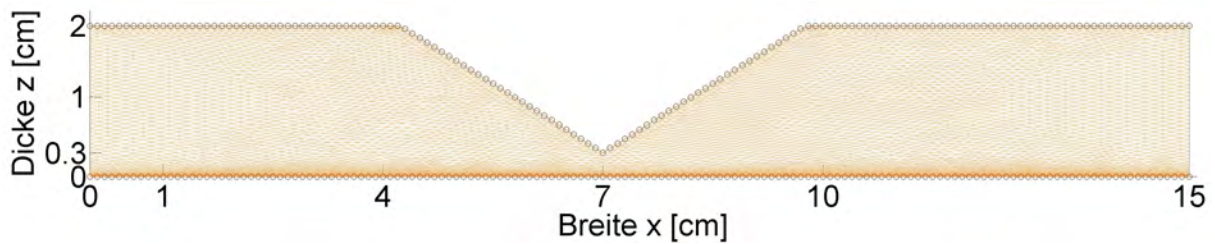
wobei wir von temperaturabhängigen Parametern eines homogenen, isotropen Materials ausgehen. Die Anfangsbedingung der Differentialgleichung lautete: Die Temperatur des Festkörpers ist zum Beginn  $t = 0$  s identisch mit der Raumtemperatur. Die Randbedingung beinhaltet die Erwärmung  $q_0$  durch die Blitzlampen an der Vorderseite des PVCs und die Abkühlung durch Konvektion und linearisierter Strahlungsverluste an allen Oberflächen (Vorder-, Rück- und Seitenwand, vgl. Gl. (2.24) und (2.26)):

$$\lambda(T) \cdot \left\langle \left( \frac{\partial T(x, z, t)}{\partial x}, \frac{\partial T(x, z, t)}{\partial z} \right), \vec{n} \right\rangle = h \cdot (T_{\text{RT}} - T(x, z, t)) + q_0(x, t). \quad (4.2)$$

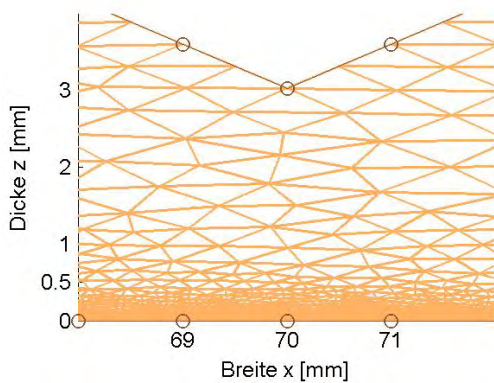
Für die Inversion entsprach die Raumtemperatur  $T_{\text{RT}}$  der Raumtemperatur des Messlabors zum Zeitpunkt der Aufnahme der jeweilig auszuwertenden Messdaten.

Um die Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment zu erhöhen, wurden die Blitzintensität, der Wärmeübergangskoeffizient  $h$  und die Materialparameter für die Simulation angepasst und wichen deshalb von den experimentell ermittelten Parametern ab. Im Folgenden wird das für die Inversion angepasste Simulationsmodell beschrieben. Die Begründung für die Anpassung folgt daran anschließend im Unterkapitel 4.1.1.

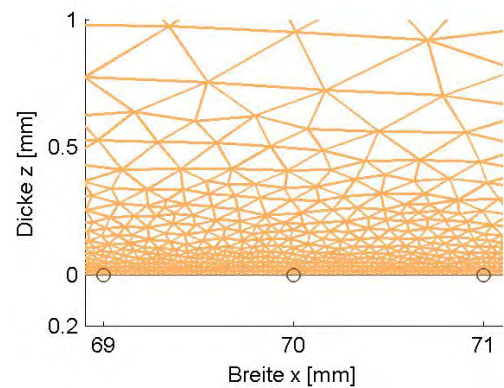
**Gitter in 2D:** Die Anordnung der Elemente wird als Gitter bezeichnet. Die Software besitzt einen Gittergenerator, welcher für 2D-Profilen ein Gitter aus Dreiecken oder Rechtecken erstellt. Für vergleichbare Auflösungen ist es in dieser Anwendung beliebig gewesen, welche Gitterform benutzt wird, und es wurde das Dreiecksgitter gewählt. In Abbildung 4.1 sieht man beispielhaft das Gitter für den Probekörper  $\nabla 120^\circ$ .



(a) Gitter (Vollansicht): gleichmäßiges Dreiecksgitter bis auf eine Erhöhung der Auflösung für geringe Tiefenlage (für ca.  $z < 3$  mm). Dreiecksfläche variiert von  $4 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^2$  bis  $0.15 \text{ mm}^2$ .



(b) Ausschnitt der 3 mm dicken Schicht direkt unter der Vorderseite



(c) Kleiner Ausschnitt der 1 mm dicken Schicht direkt unter der Vorderseite.

**Abbildung 4.1:** Gitter zur FEM-Berechnung des Temperaturfeldes bei  $\nabla 120^\circ$ . Die Krinkel kennzeichnen das 1 mm Raster der Rückwandstützstellen.

Abbildung 4.1(b) und 4.1(c) zeigen Ausschnitte an der Vorderseite: die Auflösung erhöhte sich in der 3 mm dicken oberflächennahen Schicht, experimentell bedingt.

Das Dreiecksgitter für die 2D-Profil der PVC-Nutprobekörper mit Ausmaße von  $15 \times 2 \text{ cm}^2$  hatte folgende Eigenschaften:

- Circa  $3 \cdot 10^4$  Knoten insgesamt.
- Circa  $7 \cdot 10^4$  Dreieckselemente insgesamt.
- An der angeregten Vorderseite des Probekörpers wurde eine erhöhte Gitterauflösung mit stetiger Abnahme in die Tiefe gewählt, d. h. die kleinsten Dreiecke waren die an der Vorderseite angrenzenden Dreiecke und die größten Dreiecke waren die an die Rückseite angrenzenden Dreiecke. Denn die Erwärmung verursachte vor allem in der Schicht nahe der Vorderseite sehr starke Temperaturgradienten, vgl. in Abb. 2.3 den Graphen für  $z = 0$  und  $1 \text{ mm}$ . Die kleinsten Dreiecke waren  $5 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$  breit und  $1.5 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$  hoch. Damit wurde die Vorderseite durch  $3 \cdot 10^3$  Knoten aufgelöst, also ca. 6-mal feiner als durch die 457 Pixel der Messdaten. Die kleinste Dreiecksfläche (an der Vorderseite) betrug

$$A_0 = 1/2 \cdot (5 \cdot 10^{-2}) \cdot (1.5 \cdot 10^{-2}) \text{ mm}^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^2. \quad (4.3)$$

- Die tief liegenden Dreiecke (für  $z > 3 \text{ mm}$ ) waren  $1 \text{ mm}$  breit und  $0.3 \text{ mm}$  hoch. Die größte Dreiecksfläche (an der Rückseite) betrug

$$A_0 = 0.15 \text{ mm}^2. \quad (4.4)$$

- Jedes Dreieck war etwa 3-mal breiter als hoch, da die Temperaturgradienten in den meisten Fällen eher senkrecht als waagrecht ins Material gerichtet waren; ähnlich zu [Sus09].
- Konkrete Einstellungen des COMSOL-Gittergenerators: *free mesher* mit dem globalen Parameter *extremely fine*, mit der maximalen Elementgröße für die Vorderseite von  $5 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$  und mit einer Geometrie-Skalierung (d. h. (1) Skalierung der Geometrie mit Faktor 3 in  $z$ -Richtung, (2) Gittergeneration, (3) Skalierung der Geometrie und des Gitters mit Faktor  $1/3$  in  $z$ -Richtung). Der *mapped mesher*, die Alternative zum *free mesher*, erlaubt eine Vorgabe der Gitterstruktur, ist aber nur für rechteckige Elemente nutzbar (2D).
- Die FEM-Software bot keine zusätzliche Adaptionmöglichkeit des Gitters während der FEM-Berechnung.
- Die Ansatzfunktion eines Dreiecks wurde durch ein quadratisches Polynom dargestellt, was für Wärmeleitungsprobleme einen geeigneten Kompromiss zwischen Einfachheit und Präzision darstellt [Sus09].

Für die zuverlässige Gittergeneration wurden die diskreten Waddickenangaben für das Simulationsmodell auf die dritte Zentimeter-Nachkommastelle gerundet, z. B.  $1.1234 \text{ cm} \approx 1.123 \text{ cm}$ .

**Erwärmung:** Das Modell der Erwärmung in der Simulation basiert auf den Untersuchungsergebnissen der Blitzlampen in Kapitel 3.2. Es folgt das zeitliche Verhalten und das örtliche Verhalten:

- In Abbildung 4.2 sieht man das Modell für die Simulation der normalisierten Wärmestromdichte an der Probekörpervorderseite (Erwärmungsmodell, schwarzer Kurve) und die mit der Si-Diode gemessene Intensität der Blitzlampe (rote Kurve, im spektralen Fenster  $0.4\text{--}1.1 \text{ }\mu\text{m}$ , vgl. Abb. 3.14(d)). Die Abweichung des Erwärmungsmodells von der gemessenen Intensität wurde in Kauf genommen, um schneller simulieren zu können, mehr dazu in Unterkapitel 4.1.1.

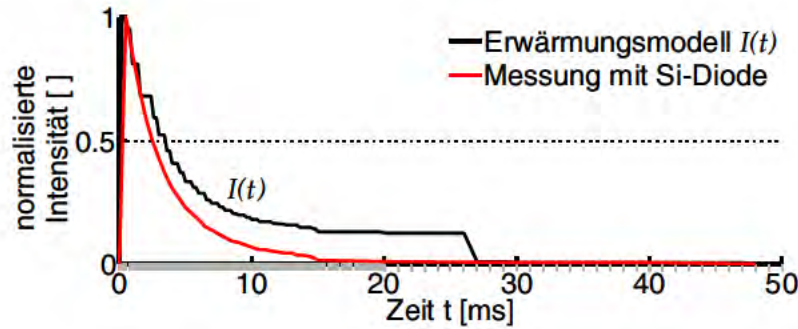


Abbildung 4.2: Erwärmung durch Blitzlampen: Erwärmungsmodell und gemessene Intensität der Blitzlampe (graue Striche: maximale Zeitschrittvorgabe für Löser).

Die mehrstufige Treppenfunktion  $I(t)$  mit unterschiedlichen Intensitäten modelliert den zeitlichen Verlauf des Impulses (eine analytische Darstellung wurde weder benötigt noch ermittelt). Im Zeitintervall  $[0, 15]$  ms war die Treppenstufe  $\Delta t = 0.5$  ms breit; ab  $t = 15$  ms war sie  $\Delta t = 10$  ms breit. Die Erwärmung wurde in der Simulation durch die folgende Wärmestromdichte  $q_0(t)$  erzeugt:

$$q_0(t) = 60.4 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2} \cdot I(t), \quad (4.5)$$

wobei  $I(t)$  das Erwärmungsmodell in Abbildung 4.2 ist. Die zeitlich maximale Wärmestromdichte in der Simulation betrug also  $q_{\max,0} = 60.4 \text{ W/cm}^2$ .

- Die örtliche Verteilung der Blitz-erwärmung war inhomogen – trotz der Mittelung von Datensätzen, bei welchen der Probekörper unterschiedlich ausgerichtet wurde. Bei einer Einzelmessung mit einer minimal ungünstigen Ausrichtung der Blitzlampen wurde ein nahezu linearer Temperaturanstieg entlang der Breite um bis zu 10% gemessen (für  $t = 0$  s). Bei sorgfältigster Vorbereitung konnte dieser Temperaturanstieg entlang der Breite vermieden werden. Stattdessen wurden Temperaturverteilungen mit mittigem Maximum gemessen. In Abbildung 4.3 sieht man die

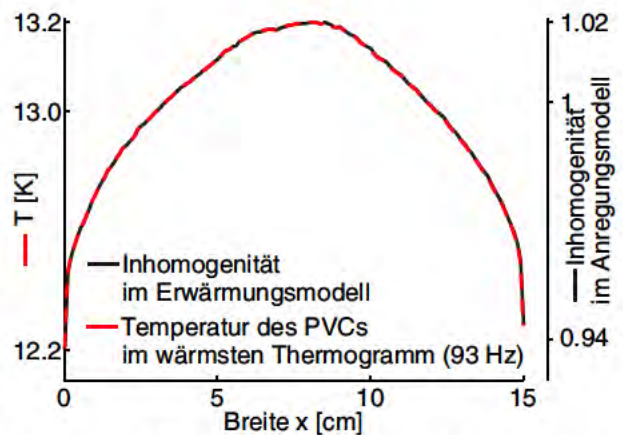


Abbildung 4.3: Örtliche Verteilung der Erwärmung für  $q_0(x, t)$

Temperaturverteilung auf der Breite des PVC-Probekörpers im wärmsten Thermogramm, welches mit der Bildwiederholrate von 93 Hz aufgenommen wurde (durch Mittelung über die Länge von Abb. 3.12(b)). Da die Erwärmung der Vorderseite nicht nur inhomogen sondern auch unterschiedlich bei wiederholtem Auslösen war, wurde das Erwärmungsmodell im Ort für jede Durchführung einer Inversion an die jeweilig auszuwertenden Messdaten angepasst. Auch wenn in diesem Thermogramm Störstrahlung durch die Reflexion des Strahlung des Blitzes an der PVC-Vorderseite möglich ist, stimmt die Temperaturverteilung in den nachfolgenden Thermogrammen, für welche der Blitz ausgeschaltet ist, mit der gezeigten Verteilung überein. Das rechtfertigt die Gewichtung der Wärmestromdichte im Ort. Durch die Division um die durchschnittliche Erwärmung von ca. 13.0 K wird



die Gewichtung des inhomogenen Erwärmungsmodells erzeugt, siehe rechtsseitige Skala in Abb. 4.3. Die Inhomogenität wird für ein 1 mm Raster der Vorderseite erzeugt. Damit ist die Erwärmung durch  $q_0(x, t)$  vollständig beschrieben.

**Wärmeübergangskoeffizient und Materialparameter:** Die FEM löste die zeitabhängige Wärmeleitungsgleichung für temperaturabhängige Materialparameter, welche von den experimentell ermittelten Materialparametern abweichen (vgl. Tabelle 3.3), so dass die Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment hoch war (Unterkapitel 4.1.1). Für Raumtemperatur wurden folgende Werte genommen:

Material	PVC
Wärmeübergangskoeffizient $h$	6 W/(m <sup>2</sup> K)
spezifische Wärmekapazität $c_p$	975 J/(kg K)
Temperaturleitfähigkeit $a$	$1.78 \cdot 10^{-7}$ m <sup>2</sup> /s
Dichte $\rho$	$1.31 \cdot 10^3$ kg/m <sup>3</sup>
Wärmeleitfähigkeit $\lambda$	0.228 W/(m K)

**Tabelle 4.1:** Für die Simulation angepasste PVC-(Material-)Parameter für Raumtemperatur  $T_{RT} = 20^\circ\text{C}$

Die Temperaturabhängigkeit wurde entsprechend Tabelle 3.4 implementiert.

**Lösungsverfahren:** Die zeitabhängige Differentialgleichung wurde für diskrete Zeitschritte gelöst. Für jeden Zeitschritt ist ein lineares Gleichungssystem zu lösen, welches durch eine quadratische, unsymmetrische und dünnbesetzte Matrix beschrieben wird; Details dazu folgen:

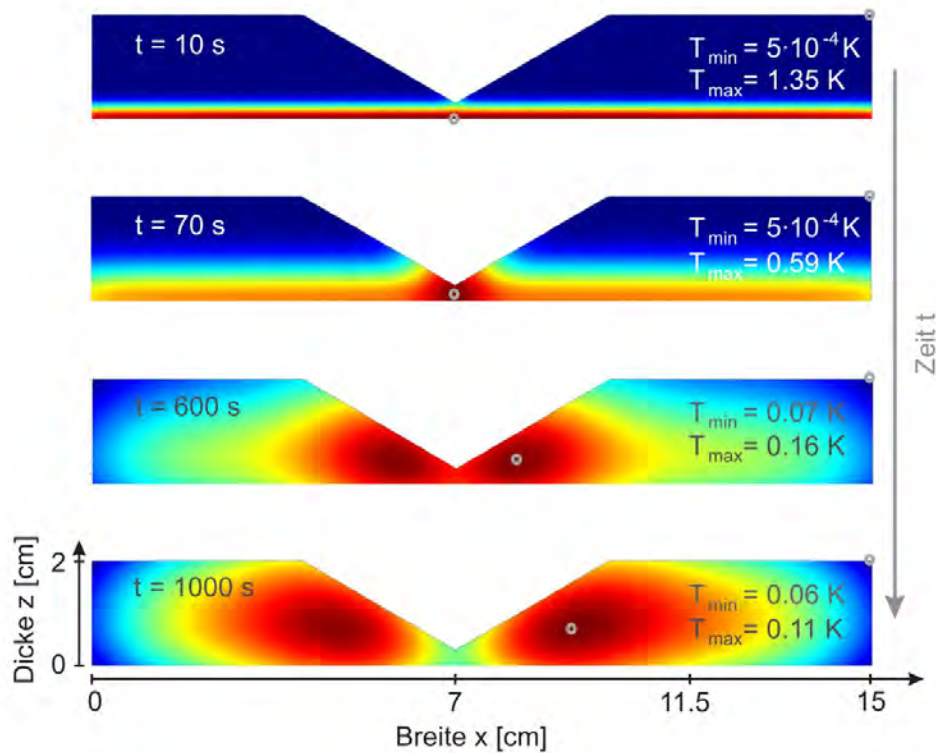
- Das lineare Gleichungssystem ist bei einer 2D-Betrachtung meist klein (im Vergleich bei einer 3D-Betrachtung). Deswegen reichte der Arbeitsspeicher des Rechners aus, um eine stabile direkte Methode anstatt einer iterativen Methode zur Lösung des linearen Gleichungssystems zu wählen. Außerdem benötigen die direkten Methoden meist weniger Feinjustierung und sind zeiteffizienter als iterative Methoden. Es wurde die gängige direkte Methode UMFPACK (*Unsymmetric MultiFrontal method*) benutzt [Dav04], welche z. B. in MATLAB das Standardverfahren zur Lösung von Gleichungssystemen mit quadratischer, unsymmetrischer und dünnbesetzter Matrix ist.
- Die Zeitabhängigkeit der Differentialgleichung wurde mit dem Mehrschrittverfahren BDF (*backward differentiation formulas*) gelöst. Das BDF ist ein sehr robustes, implizites Verfahren, welches für eine große Bandbreite an Problemen geeignet ist, unter anderem für die Wärmeleitungsgleichung [Maj05]. Angepasst an die Stufenbreite der Erwärmung und an die Physik wurden feinere maximale Zeitschrittvorgaben in der FEM-Berechnung gewählt, vgl. [Sus09]. Diese Vorgaben sind in Tabelle 4.2 und in Abbildung 4.2 mit grauen Strichen gekennzeichnet.

Zeitintervall	[0, 20] ms	[20, 200] ms	[0.2, 2] s	[2, 10] s	[11, 240] s	[250, 600] s
max. Schritte $\Delta t$	0.2 ms	1 ms	10 ms	100 ms	1 s	10 s

**Tabelle 4.2:** Vorgaben für die maximale Zeitschrittweite bei der Lösung mittels BDF



**Simulationsergebnis:** In Abbildung 4.4 ist die simulierte Temperaturverteilung im Innern des Probekörpers  $\nabla 120^\circ$  für die Zeitpunkte  $t = 10, 70, 600$  und  $1000$  s als Falschfarbenbild zu sehen.



**Abbildung 4.4:** Simulierte Temperaturverteilung im Innern des Probekörpers  $\nabla 120^\circ$  als Falschfarbenbild für vier unterschiedliche Zeitpunkte nach einer impulsartigen Erwärmung an der Vorderseite zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  s. Die Punkte bezeichnen den wärmsten (rot) und kältesten (blau) Bereich; mit  $T$  ist die Temperaturdifferenz zur Raumtemperatur gemeint; mit Energieverlusten durch Konvektion und linearisierter Strahlung.

Die Wärme ist nach 10 s immer noch innerhalb einer dünnen Schicht nahe der Vorderseite verteilt. Nach 70 s ist eine relative Erwärmung am Defekt zu sehen. Nach 600 s ist der Bereich der relativen Erwärmung am Defekt breiter geworden. Außerdem ist am Defekt bei  $x = 7$  cm eine geringfügige relative Abkühlung zu sehen. Nach 1000 s ist diese Umkehrung von der relativen Erwärmung zur relativen Abkühlung am Defekt noch deutlicher. An der Oberfläche findet ein Energieverlust durch Konvektion und linearisierter Strahlung statt.

### 4.1.1 Anpassung der experimentell ermittelten Parameter

Mit dem Erwärmungsmodell aus Kapitel 3.2 und den (Material-)Parametern (Tabelle 3.3 und 3.4) ist das Simulationsmodell theoretisch bestimmt. Das zeitliche Intensitätsverhalten wurde jedoch aus physikalischen und numerischen Gründen in veränderter Form in die Simulation übernommen. Der daran anschließende Vergleich der Messung und der Simulation zeigte, dass das Simulationsmodell in weiteren Punkten optimiert werden musste (z. B. die Temperaturleitfähigkeit).

**Zeitliches Intensitätsverhalten:** Das Modell der Erwärmung in der Simulation weicht von der gemessenen Intensität der Blitzlampen in Kapitel 3.2 um eine zusätzliche Erhöhung im Zeitintervall [2, 27] ms ab, und zwar um 12% der maximalen Intensität, vgl. Abb. 4.2. Die Gründe für die ausgeglichene Impulsform sind folgende:

- Die Intensität wurde im spektralen Fenster 0.4-1.1  $\mu\text{m}$  gemessen. Dadurch wird die Gesamtintensität für Wärmequellen mit niedriger Temperatur (unter 600 K) unterschätzt, vgl. Abb. 3.14(c). Da die Blitzlampen bis zu 6000 K warm werden und dann abkühlen, kann man von für das gesamte spektrale Fenster 0.4-3.0  $\mu\text{m}$  auf einen gebremsten Intensitätsabfall schließen.
- Die Simulation ist durch die ausgeglichene Impulsform zeiteffizienter [VBK10]. Das Modell bildet einen Kompromiss zwischen dem spitzen, messbaren Impuls und einem rechteckigen Puls, welcher zu einem besonders zeiteffizienten Modell führt [VBK10].

Für die Wärmestromdichte  $q_0(t)$ , welche durch die Erwärmung durch die Blitzlampen an der PVC-Vorderseite erzeugt wird, gilt mit Gl. (3.14) theoretisch:

$$q_0(t) = \epsilon \cdot i_{\max}(t) \cdot I(t) = \epsilon \cdot \frac{e}{\int_t I(t) dt} \cdot I(t) = 0.963 \cdot \frac{0.477 \frac{\text{J}}{\text{cm}^2}}{0.0068 \text{ s}} \cdot I(t) \approx 67.3 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2} \cdot I(t), \quad (4.6)$$

wobei

- $\epsilon$  der Emissionskoeffizienten des PVCs ist (Tabelle 3.3),
- $I(t)$  das zeitliche Erwärmungsmodell ist und  $\int_t I(t) dt = 0.0068 \text{ s}$  gilt,
- $e$  die Wärmeenergiedichte im Objektbereich für zwei Blitzlampen ist (Tabelle 3.2).

Aus Gleichung 4.6 folgt, dass  $i_{\max} = 70.1 \text{ W/cm}^2$  die maximale Leistungsdichte für das Erwärmungsmodell ist. Nota bene, dieser Wert ist um  $(118 - 70.1)/118 = 40\%$  geringer als die maximale Leistungsdichte von  $118 \text{ W/cm}^2$  für den gemessenen Intensitätsverlauf (vgl. Tabelle 3.2). Dadurch wurden mit dem Erwärmungsmodell geringere maximale Temperaturen (maximale Temperatur 46 K bei einer Zeitauflösung von  $\Delta t = 0.2 \text{ ms}$  des Zeitintervallbeginns  $t = [0, 20] \text{ ms}$ ) und damit geringere maximale Temperaturgradienten simuliert, als wenn der gemessene Intensitätsverlauf implementiert worden wäre (maximale Temperatur 69 K). Damit wird die automatische FEM-Zeitschrittverfeinerung der Zeitschrittvorgabe (siehe Tabelle 4.2) in einem geringeren Maße ausgelöst. Folglich dauerte die Simulation nur 279 min anstatt 322 min (Unterschied von  $(322 - 279)/322 = 13\%$ ) bei identischer Zeitvorgabe. Der Unterschied liegt jedoch eher über 13%, denn u. U. wäre bei der Implementierung des gemessenen Intensitätsverlaufes eine Zeitvorgabe mit noch kleineren Zeitschritten am Zeitintervallbeginn sinnvoller als die Vorgabe in Tabelle 4.2. Diese Anpassung der Zeitvorgabe ist sinnvoll, wenn die simulierte Temperatur für eine minimale Änderung in der Zeitvorgabe starke Abweichungen aufweist. Mit einer Zeitvorgabe mit noch kleineren Zeitschritten würde die Simulation jedoch länger dauern. Zusammengefasst gilt: Die Abweichung des Erwärmungsmodell von dem gemessenen Intensitätsverlauf sorgte dafür, dass die FEM-Berechnung schneller war, entsprechend [VBK10].

Theoretisch ist das Erwärmungsmodell nun bestimmt. Jedoch zeigte ein Vergleich der Messung und der Simulation, dass die Wärmestromdichte durch Skalierung angepasst werden musste.

**Vergleich der Messung und der Simulation:** Der Vergleich wurde an dem Probekörper  $\sqrt{120^\circ}$  (Abb. 4.4) durchgeführt, da an diesem Defekt ein starker Kontrast zu sehen war. In Abbildung 4.5 und 4.6 sieht man den Vergleich der Messdaten (braune Kurve) und der synthetischen Daten (blaue Kurve), d. h. die Simulation für den Probekörper  $\sqrt{120^\circ}$ , welche auf die Bildrate von 1 Hz gemittelt wurde. Die blaue Kurve zeigt die synthetischen Daten für das Erwärmungsmodell aus Gl. (4.6) und die experimentell bestimmten (Material-)Parametern (Tabelle 3.3 und 3.4). Die optimierte Simulation, welche in Kapitel 4.1 beschrieben wurde, ist als rosa Kurve zu sehen. In Abbildung 4.5 sieht man den zeitlichen Temperaturabfall für die Referenzstelle bei Breite  $x = 11.5$  cm und den Kontrast dazu des Temperaturabfalls der Defektstelle bei Breite  $x = 7$  cm.

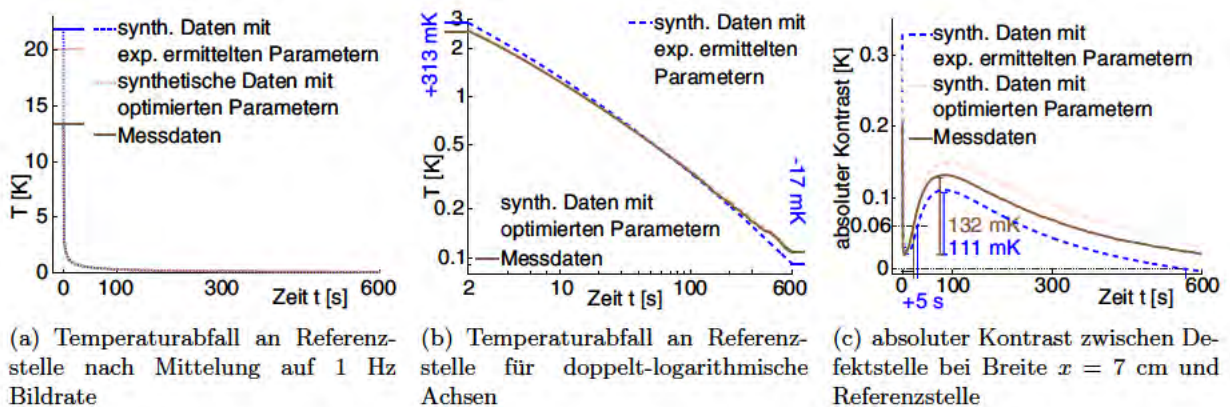


Abbildung 4.5: Vergleich des zeitlichen Verhaltens von Messung und Simulation für den Probekörper  $\sqrt{120^\circ}$  (Referenzstelle bei Breite  $x = 11.5$  cm)

Durch den Vergleich der braunen und blauen Kurve (d. h. der Messung und der zu optimierenden synthetischen Daten) in Abbildung 4.5 ist folgendes zu beobachten und zu verbessern:

- In Abbildung 4.5(a) sieht man, dass die maximale Temperatur der synthetischen Daten zu hoch ist. Es wurden maximal 13.37 K gemessen (mit 93 Hz), aber maximal 21.90 K simuliert.
- In Abbildung 4.5(b) sieht man, dass die synthetischen Daten für das Zeitintervall  $[0, 10]$  s zu hoch (um 312 mK für  $t = 2$  s) und für das Zeitintervall  $[100, 600]$  s zu niedrig (um 17 mK für  $t = 600$  s) sind. Die synthetische Temperaturkurve fällt stärker als die gemessene Temperaturkurve.
- In Abbildung 4.5(c) sieht man, dass der maximale Kontrast der synthetischen Daten mit 111 mK zu niedrig ist; der gemessene Kontrast lag bei 132 mK. Außerdem fällt der Kontrast der synthetischen Daten zu früh unter Null.
- In Abbildung 4.5(c) sieht man, dass der Kontrast der synthetischen Daten zu einem späten Zeitpunkt steigt, (ca. 5 s später als bei den Messdaten, welche zum Zeitpunkt  $t = 22$  s anstiegen, gemessen für den Schwellwert 0.06 mK).

Die experimentell gewonnenen Temperaturdaten beschränken sich bei den Nutprobekörpern aufgrund des Linienfilters auf eine Temperaturlinie je Messzeitpunkt. In Abbildung 4.6 sieht



man diese Temperaturlinie für die fünf Zeitpunkte von  $t = 10$  bis 600 s. Die Beobachtungen aus Abb. 4.5 werden in Relation zur Gesamtbreite gezeigt.

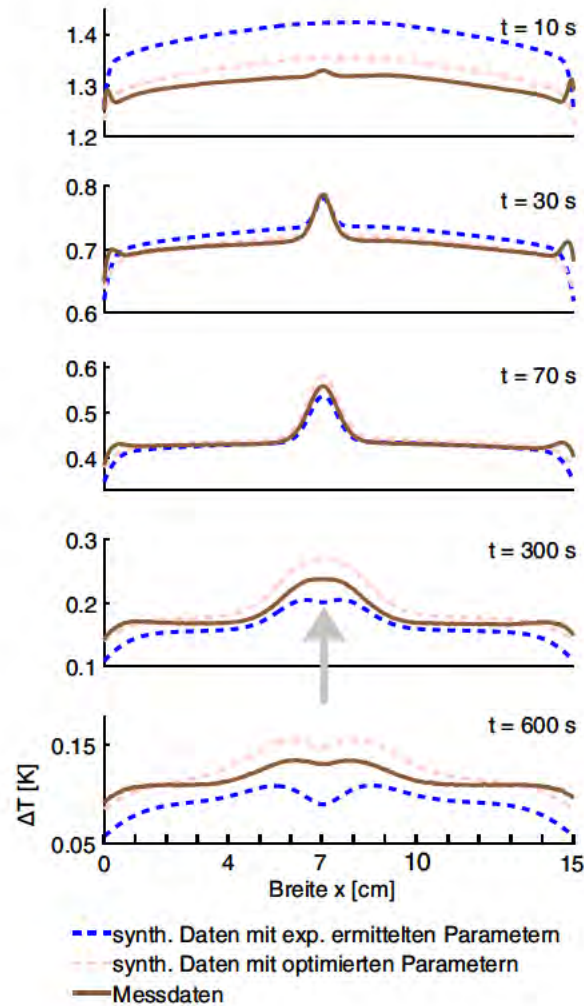


Abbildung 4.6: Vergleich von Messung und Simulation der vorderseitigen Temperaturlinie zu unterschiedlichen Zeitpunkten bei Probekörper V120°

Der Pfeil in Abb. 4.6 zeigt auf die gemessene Temperatur am Defektzentrum bei  $x = 7$  cm für  $t = 300$  s, welche eine kleine Delle aufweist. Diese Beobachtung steht im Zusammenhang mit obigen Beobachtungen zum Kontrastfall unter Null und dem Wärmeverlust, wie gleich gezeigt wird. Vorher noch eine Bemerkung zu einer Unregelmäßigkeit: Die Messdaten zeigen am Probekörperperrand nahe  $x = 0$  und 15 cm eine relative Erwärmung für  $t \leq 70$  s. Die Ursache ist wahrscheinlich die Reflexion von Störstrahlung. Die Plexiglashalterung an den Blitzlampen wurde sehr heiß und deren Wärmestrahlung konnte trotz einer Ummantelung aus Aluminium nur teilweise abgeschirmt werden. Man kann also davon ausgehen, dass der Probekörper am Rand relativ kühl blieb.

**Anpassung:** Die einzelnen Optimierungsschritte und die jeweiligen Veränderungen werden im Folgenden gezeigt. Sukzessiv wurden die Parameter aus Tabelle 3.3 geändert. Zuerst die Faktoren, welche die Referenztemperatur verbesserten, dann die Faktoren, welche den absoluten Kontrast verbesserten, d. h. im Zusammenhang mit der Defektgeometrie standen. Bei der Referenztemperatur wurde zuerst für den Beginn des Zeitintervalls verbessert (mittels der Blitzintensität) und erst anschließend für das Ende (mittels dem Wärmeübergangskoeffizienten  $h$ ),

da sich gewisse Fehler (Fehlerfortschritt durch das iterative Verfahren, idealisierte Modellvorstellungen über den Energieverlust) hauptsächlich erst zu einem späteren Zeitpunkt auswirken. Der absolute Kontrast der synthetischen Daten zeigt am Beginn des Zeitintervalls eine Abweichung von den Messdaten, welche mit der Änderung der Temperaturleitfähigkeit  $a$  korrigierbar ist. Die daraus notwendigerweise folgenden Änderungen für die abhängigen Parameter spezifische Wärmekapazität  $c_p$ , Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  und Dichte  $\rho$  werden auf ausgewogene Weise gewählt (Temperatur für  $t = 70$  s ist dabei wichtig).

- Die Blitzintensität wurde geringer gewählt:

$$q_0(t) = 60.4 \cdot I(t) \frac{\text{J}}{\text{cm}^2} \quad (4.7)$$

anstatt  $67.3 \cdot I(t) \text{ J/cm}^2$ . Damit wird die Simulation für das Zeitintervall  $[0, 10]$  s optimiert: die maximale Temperatur ist geringer (von 21.90 mK auf 20.06 mK). In Abbildung 4.7 sieht man die Verbesserung im Zeitintervall  $t = [2, 10]$  s. Die optimierte Simulation bzgl. des Blitzes (grüne Kurve) ist den Messdaten (braune Kurve) ähnlicher als es die synthetischen Daten mit experimentell ermittelten Parametern (blaue Kurve) ist.

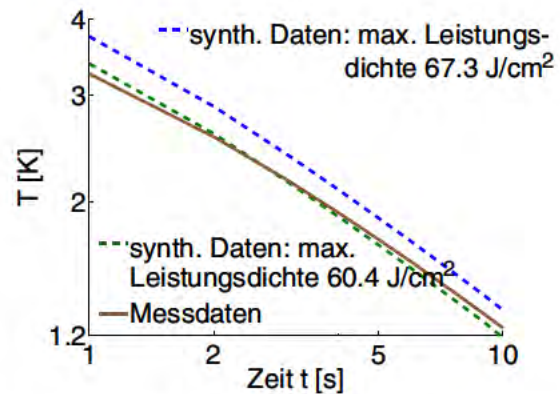
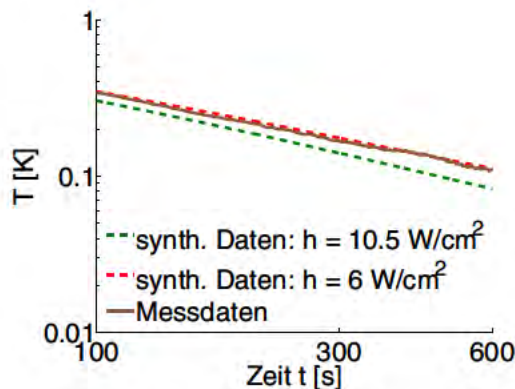


Abbildung 4.7: Simulierte Referenztemperatur mit einer Änderung der Leistungsdichte  $q_0$  (bei  $\sqrt{120^\circ}$ )

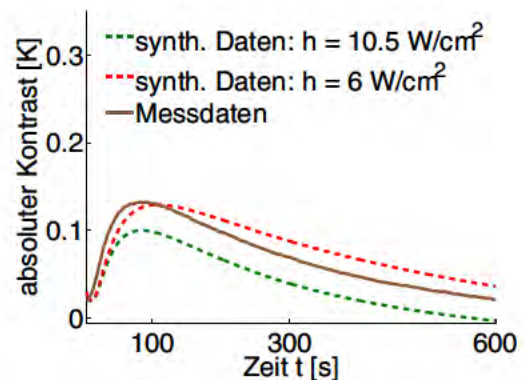
- Der Wärmeübergangskoeffizient wurde geringer gewählt:

$$h = 6 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2} \quad (4.8)$$

anstatt  $h = 10.5 \text{ W/cm}^2$ . Diese große Änderung ist damit zu erklären, dass der Wärmeübergangskoeffizient sich nicht so einfach bestimmen lässt. In Abbildung 4.8(a) und 4.8(b) sieht man die Auswirkungen dieser zusätzlichen Änderung (mit  $q_0(t) = 60.4 \cdot I(t) \frac{\text{J}}{\text{cm}^2}$ ).



(a) Temperaturabfall an der Referenzstelle



(b) Kontrast im Defektzentrum

Abbildung 4.8: Simulierter Temperaturabfall und Kontrast mit einer Änderung des Wärmeübergangskoeffizienten  $h$  bei  $\sqrt{120^\circ}$



Durch die Änderung wird der Wärmeverlust geringer. Der Temperaturabfall für die Referenzstelle wird gebremst, d. h. die Steigung ist geringer, Abb. 4.8(a). Außerdem tritt dadurch die Umkehrung des relativ warmen Bereichs (bei einem Defekt) zu einem relativ kalten Bereich später auf. Das heißt auch, dass der Kontrast später unter Null fällt, Abb. 4.8(b). Durch weniger Wärmeverlust wird auch der maximale Kontrast stärker.

- Die Temperaturleitfähigkeit  $a$  wurde höher gewählt ( $a = \lambda / (c_p \cdot \rho)$ ):

$$a = 1.78 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (4.9)$$

anstatt  $a = 1.45 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ . Dies war heikel, da die FEM-Software nur die Eingabe der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  und der Dichte  $\rho$  fordert.

In Abbildung 4.9 und 4.10 sieht man die Auswirkung der zusätzlichen Änderung der Temperaturleitfähigkeit  $a$ ; jeweils verursacht durch eine Änderung nur in der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , in der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  bzw. in der Dichte  $\rho$ . In allen drei Fällen wird das gewünschte Ziel erreicht: Die Wärmeenergie verteilt sich schneller ins Innere (in  $z$ -Richtung) und damit steigt der Kontrast früher (um 4 s, gemessen für den Schwellwert 0.06 mK, Abb. 4.9). Jedoch ist in Abbildung 4.9 zu sehen, dass in allen drei Fällen die Durchschnittstemperatur für  $t = 70 \text{ s}$  ungünstig ist. Die zu optimierenden Daten (rote Kurve) sind den Messdaten (braune Kurve) deutlich ähnlicher als es die anderen Daten sind.

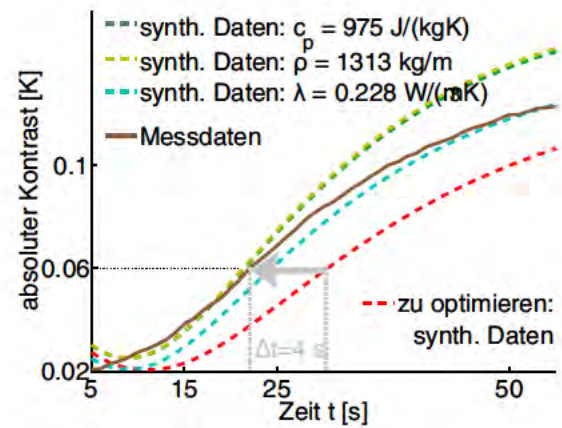


Abbildung 4.9: Simulierter Kontrast im Defektzentrum für Änderungen in  $a = 1.45 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ , d. h. in  $\lambda = 0.208 \text{ W/(m K)}$ , in  $c_p = 1020 \text{ J/(kg K)}$  bzw. in  $\rho = 1410 \text{ kg/m}^3$  (bei  $\sqrt{120^\circ}$ )

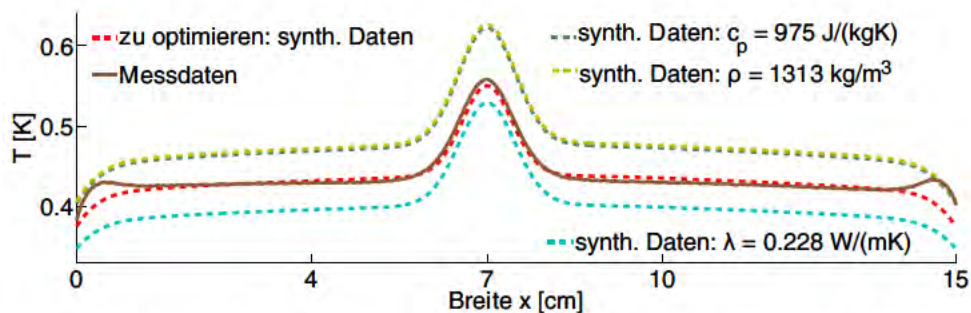


Abbildung 4.10: Simulierte vorderseitige Temperaturlinie für  $t = 70 \text{ s}$  für Änderungen in  $a = 1.45 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ , d. h. in  $\lambda = 0.208 \text{ W/(m K)}$ , in  $c_p = 1020 \text{ J/(kg K)}$  bzw. in  $\rho = 1410 \text{ kg/m}^3$  (bei  $\sqrt{120^\circ}$ ). Nota bene, der Mangel der zu optimierenden synthetischen Daten ist nur in Abb. 4.9 erkenntlich.



Der jeweils ähnliche Abstand zu den Messdaten, aber in unterschiedlicher Richtung, legt nahe, die notwendige Änderung in  $a$  durch eine geeignete Mischung in  $\lambda$ ,  $c_p$  und  $\rho$  zu erzeugen.

Die notwendige Änderung in der Temperaturleitfähigkeit  $a = \lambda/(c_p \cdot \rho)$  um den maximal vertretbaren Prozentsatz (Wahl: 23%) wurde folgendermaßen erreicht. Die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  wurde innerhalb des vom Fraunhofer-Institut IKTS angegebenen Fehlerintervalls verändert (um 4%). Die Dichte  $\rho$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  wurden für die Simulation um mehr als die berechneten Fehler von ca. 4% bzw. 8% geändert; und zwar um ca. 7% bzw. 10%. Die Werte sind in Tabelle 4.1 bzw. 3.3 zu finden. Die resultierenden optimierten synthetischen Daten sind in Abbildung 4.5 und 4.6 zu sehen (rosa Kurve), außerdem als Falschfarbenbild der inneren Temperaturverteilung in Abbildung 4.4.

Damit ist die Optimierung der Simulation der PVC-Nutprobekörper detailliert beschrieben worden.

#### 4.1.2 Rechtfertigung für Definition der Sensitivität für die Inversion

In Unterkapitel 2.3.4 wurde erklärt, wie die Sensitivität der Vorwärtsrechnung (der Simulation) für „infinitesimale“ Änderungen berechnet wird. Für eine 2D-Betrachtung wurde ein 20 mm breites und 0.1 mm flaches Dreieck gewählt (Fläche 1 mm<sup>2</sup>, Abb. 2.26). In diesem Unterkapitel wird diese Wahl gerechtfertigt.

Im oberen Teil der Abbildung 4.11 sind drei Skizzen (Rückwandgeometrie und Dreiecksbreite der „infinitesimalen“ Änderungen) abgebildet, deren Breitenverhältnisse mit der Breitenangabe der  $x$ -Achse übereinstimmen. Die Geometrie  $z$  beschreibt einen rückseitigen, schmalen, oberflächennahen Defekt von ca. 25 mm Breite (minimale Restwandstärke 3 mm). Im Graphen (unterer Teil der Abbildung) sieht man die spaltenweise gemittelte Ableitungsmatrix für die Geometrie. Die Ableitungsmatrix wurde mit zwei Varianten einer „infinitesimalen“ Änderung berechnet; und zwar mit Änderungen, welche sich durch unterschiedlich breite und hohe Dreiecke mit gleichem Flächeninhalt beschreiben lassen. Wie erwartet hatten die Dreiecke unterschiedliche Vorteile:

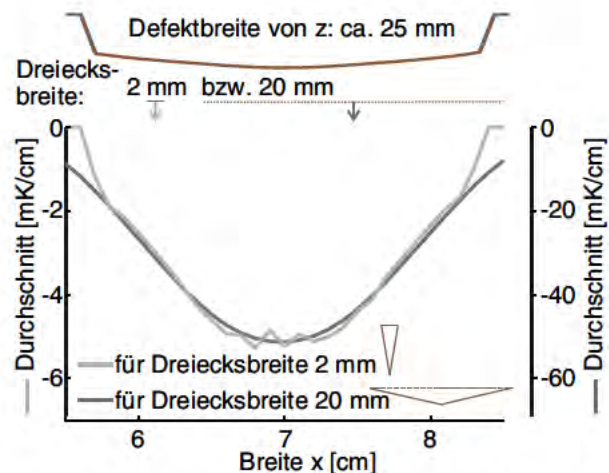


Abbildung 4.11: Durchschnitt der Ableitungsmatrix je Spalte – Vergleich von verschiedenen „infinitesimalen“ Änderungen

- Die erste Variante der „infinitesimalen“ Änderung entsprach einem 2 mm schmalen und 1 mm tiefen Dreieck (hellgraue Kurve). Dieses schmale Dreieck sollte zu einer höheren Ortsauflösung der Durchschnittswerte der Ableitungsmatrix führen. Diese Erwartung wurde erfüllt, wie an den Defekträndern zu sehen ist: die hellgraue Kurve besitzt wie die Geometrie (braun) eine starke Steigung z. B. bei  $x \approx 5.8$  cm. Die dunkelgraue Kurve besitzt dort eine vergleichsweise schwache Steigung.
- Die zweite Variante der „infinitesimalen“ Änderung entsprach einem 20 mm breiten und 0.1 mm flachen Dreieck (dunkelgraue Kurve). Dieses flache Dreieck sollte zu weniger Unregelmäßigkeiten durch Gitterprobleme führen. Das heißt, dass im Defektzentrum mit nahezu konstanter Dicke auch nahezu konstante Durchschnittswerte berechnet werden sollten.

Diese Erwartung wurde erfüllt, wie im Defektzentrum zu sehen ist: die dunkelgraue Kurve ist dort glatt wie die Geometrie (braun). Die hellgraue Kurve ist dort vergleichsweise unregelmäßig, was nur durch eine Gitterverfeinerung hätte vermieden werden können.

Nota bene, die Absolutwerte für die Berechnung mit dem breiten Dreieck waren betraglich 10-mal höher als mit dem schmalen Dreieck. Der Grund ist, dass bei der Berechnung der Ableitungsmatrix die Temperaturdifferenz durch die Dreieckstiefe (1 bzw. 0.1 mm) dividiert wurde. Die beiden Dreiecke identischen Flächeninhalts hatten also ähnliche Temperaturdifferenzen verursacht. Für die Festlegung, dass durch die Dreieckstiefe geteilt werden soll, ist die Berechnung mit dem breiten Dreieck von Vorteil. Gerade bei einem tiefliegenden Defekt, für welchen in jedem Fall kleine Absolutwerte erwartet werden, lassen sich auf diese Weise noch aussagekräftige Ableitungsmatrizen berechnen.

Die Vorteile des breiten Dreiecks überwogen; und damit ist die Wahl der „infinitesimalen“ Änderung (zumindest für das verwendete Gitter) gerechtfertigt. Weitere Untersuchungen der Ableitungsmatrix – speziell im Zusammenhang mit der Anwendung auf die genannten Nutprobekörper – folgen in Unterkapitel 5.3.6, nachdem die Rückwandgeometrien mittels der Levenberg-Marquardt-Methode rekonstruiert worden sind, für welche die Ableitungsmatrix berechnet werden muss.

## 4.2 Simulationsmodell bei Flachbodenbohrungen (3D)

Das Simulationsmodell für die Flachbodenbohrungen war dreidimensional, da mit diesen Probekörpern eine dreidimensionale Rekonstruktion durchgeführt wurde.

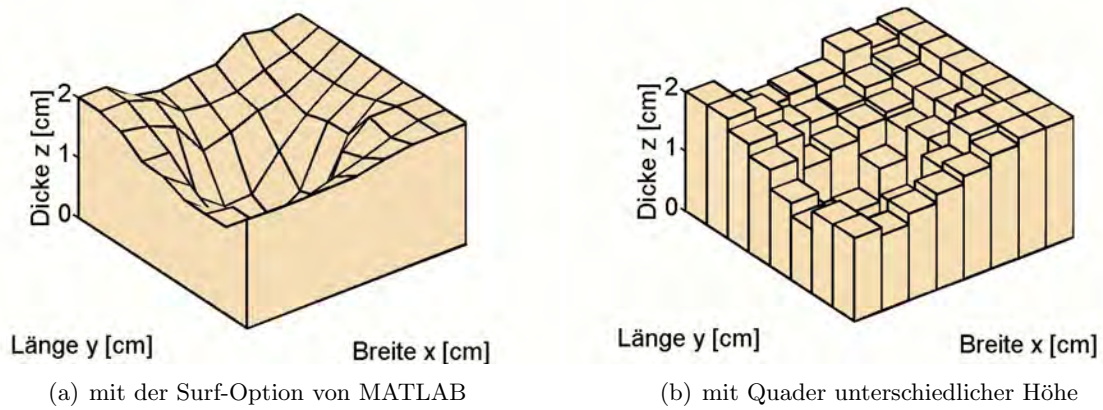
**Randbedingung:** Um zeiteffizient simulieren zu können, wurden die Flachbodenbohrungen isoliert voneinander simuliert. Der jeweilige Ausschnitt des Probekörpers hatte Ausmaße von  $4 \times 4 \times 2 \text{ cm}^3$  und war zentriert um die einzelne Bohrung. Zur Vereinfachung wurde an den Seitenwänden des Modells, welche nicht mit den Seitenwänden des Probekörpers übereinstimmten, Isolation als Randbedingung angenommen:

$$\lambda(T) \cdot \left\langle \left( \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x}, \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y}, \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} \right), \vec{n} \right\rangle = 0, \quad (4.10)$$

d. h. die Wärmestromdichte war dort Null, vgl. Gl.(2.24).

**Geometrie:** Die diskrete Rückwandgeometrie des 2 mm Rasters wurde auf zwei Arten interpoliert: linear bzw. konstant; diese werden beispielhaft an einer gewölbten Rückwandgeometrie skizziert. In Abbildung 4.12 sieht man links die glatte Variante (Surf-Option in MATLAB) und rechts die Variante, bei welcher der Probekörper durch unterschiedlich hohe Quader zusammengesetzt wird.

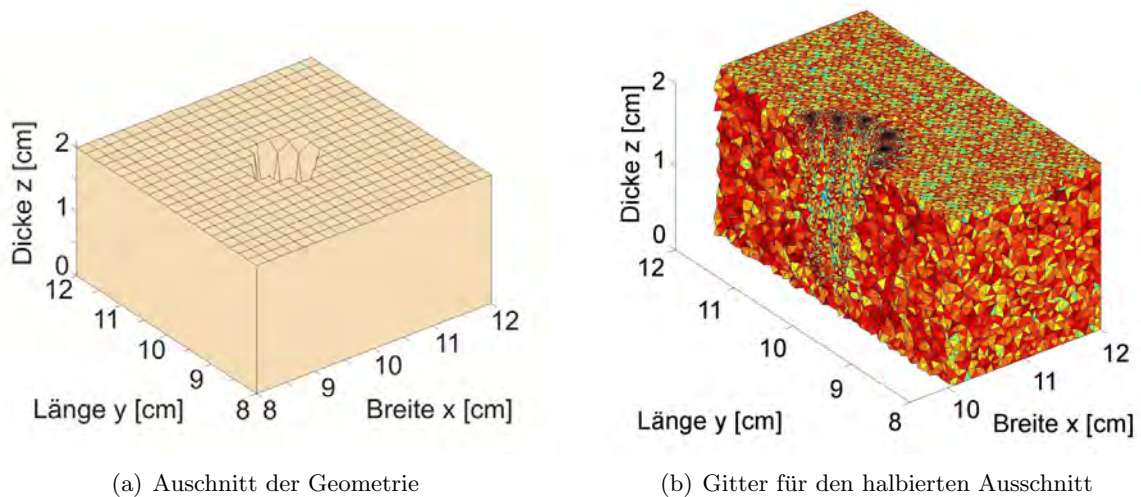




**Abbildung 4.12:** Interpolationsarten der diskreten 3D-Geometrie (Skizze)

Es wurden beide Varianten getestet und die Surf-Option führte zu einer zeiteffizienteren FEM-Berechnung. Das liegt daran, dass bei der Darstellung durch ähnlich hohe Quader viele sehr kleine Gitterelemente an der Rückseite des PVCs erzwungen werden. Diese Gitterelemente existieren nur aus geometrischen Gründen und sind für die Simulationsgenauigkeit von geringer Bedeutung. Die Surf-Option hatte den Vorteil, dass die Anzahl der rückseitigen, kleinen Elemente geringer war. In dieser Arbeit werden die 3D-Simulationen mit der Surf-Option modelliert.

**Gitter:** Der Probekörper-Ausschnitt für die Flachbodenbohrung mit 8 mm Durchmesser und Restwandstärke 3 mm ist in Abbildung 4.13(a) zu sehen. Das zugehörige Tetraedergitter wird in Abbildung 4.13(b) gezeigt.



**Abbildung 4.13:** Gitter beim Probekörper FBB8mm für den Ausschnitt um die Bohrung mit RWS 3 mm

Das Tetraedergitter für die 3D-Geometrie der Ausschnitte der PVC-Flachbodenbohrungen mit Ausmaße von  $4 \times 4 \times 2 \text{ cm}^3$  hatte folgende Eigenschaften:

- Circa  $4 \cdot 10^4$  Knoten insgesamt.
- Circa  $2 \cdot 10^5$  Tetraederelemente insgesamt.

- Die maximale Seitenlänge eines vorderseitigen Tetraeders war 1 mm; für einen rückseitigen und für einen innen liegenden Tetraeder ebenso.
- Konkrete Einstellungen des COMSOL-Gittergenerators: *free mesher* mit dem globalen Parameter *extra fine* (d. h. eine Stufe gröber als *extremely fine*) und mit der maximalen Elementgröße für die Vorderseite von 1 mm.

Das Gitter war also etwas gröber gewählt worden als für die 2D-Betrachtung, da bei der 3D-Rekonstruktion die Machbarkeit der 3D-Rekonstruktion im Vordergrund lag und nicht die Simulations- und Rekonstruktionsgenauigkeit. Außerdem bildete die Stabilität des Gittergenerators eine Begrenzung der Verfeinerung.

**Erwärmung:** Es musste auf die örtlich inhomogene Erwärmung im Simulationsmodell verzichtet werden, da die Kombination des groben Gitters mit der implementierten Inhomogenität zu unbefriedigenden Simulationsergebnissen führte.

**Lösungsverfahren:** Für das lineare Gleichungssystem einer 3D-Betrachtung war der iterative Löser GMRES (*generalized minimal residual*) gewählt worden, da er für allgemeine Gleichungssysteme (ohne Symmetrieeigenschaften) geeignet ist [Kel87]. Für den iterativen Löser wurde der schnelle und speicher-effiziente Vorkonditionierer *geometric multigrid* gewählt, welcher als gängiges Verfahren gilt [DW11].

**Sensitivität:** Die Ableitungsmatrix wurde mit der „infinitesimalen“ Änderung um

$$d = 1 \text{ mm} \quad (4.11)$$

berechnet. Bei der 3D-Berechnung war eine stärkere Änderung als um  $d = 1 \cdot 10^{-1} \text{ mm}$  (2D) nötig, da Wärmeverluste in  $y$ -Richtung stattfanden.

**Materialparameter:** Die Temperaturabhängigkeit wurde bei der 3D-Simulation vernachlässigt. Der Gebrauch der Materialparameter bei Raumtemperatur beschleunigte die Berechnung.

Die restlichen Definitionen des Simulationsmodells in 3D entsprechen dem in 2D.

### 4.3 Simulationsmodell bei Stahl-Probekörpern (2D)

Die Stahl-Probekörper wurden als 2D-Profile simuliert, um den Querschnitt an einem Defekt zu rekonstruieren. Die Krümmung der Rohrteile blieb bei dem Simulationsmodell unberücksichtigt.

**Gitter:** Das Gitter wurde wie bei den PVC-Nutprobekörpern erstellt, bis auf den Zusatz, dass die maximale Seitenlänge eines Dreieckselements auf  $1.5 \cdot 10^{-1} \text{ mm}$  beschränkt wurde. Damit lag die Gesamtanzahl der Dreieckselemente bei ca.  $2 \cdot 10^5$ . Dieses feinere Gitter ist notwendig, da die Stahl-Probekörper stärker erwärmt wurden als die PVC-Probekörper.

**Wärmeübergangskoeffizient und Materialparameter:** Bei der Simulation der Stahl-Probekörper wurden die temperaturabhängigen und experimentell ermittelten (Material-) Parameter aus Kapitel 3.3 verwendet; bis auf den Wärmeübergangskoeffizienten  $h$ . Hier wurde

$$h = 6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \quad (4.12)$$



gewählt.

**Erwärmung:** Die Stahl-Probekörper wurden mit vier Blitzlampen erwärmt. Für den zugehörigen Messaufbau wurde erwartungsgemäß eine fast doppelt so hohe Wärmeenergiedichte experimentell ermittelt wie bei dem Messaufbau mit zwei Blitzlampen, vgl. Tabelle 3.2. In der Simulation musste jedoch mit einer mehr als doppelt so hohen Wärmeenergiedichte erwärmt werden, damit die synthetischen Daten und Messdaten eine hohe Übereinstimmung hatten. Die Blitzintensität mit vier Blitzlampen wurde in der Simulation mit

$$q_0(t) = 152.8 \cdot I(t) \frac{\text{W}}{\text{cm}^2} \quad (4.13)$$

modelliert, vgl. mit Gl. (4.6) bzw. (4.5). Die Inhomogenität der Erwärmung wurde bei den Stahl-Probekörpern vernachlässigt, da die starke Inhomogenität im wärmsten Thermogramm nicht mit der Wärmeverteilung der darauffolgenden Thermogramme übereinstimmt. Starke Reflexionen an Stahlsplittern (wegen des relativ niedrigen Emissionsgrads von Stahl im Vergleich mit der Plakafarbe) an und innerhalb der Plaka-Beschichtung verhindern die Analyse der Inhomogenität der Erwärmung. Da die Krümmung der Rohrteile in der Simulation vernachlässigt wurde und im Experiment für eine Verstärkung der mittigen Erwärmung sorgte, sind die lateralen Wärmestromdichten der Simulation u. U. geringer als im Experiment.

**Sensitivität:** Da die maximale Wanddicke der Stahl-Probekörper geringer war als bei den PVC-Probekörpern, wurden zunächst geringere „infinitesimale“ Änderungen getestet:  $d = 3 \cdot 10^{-2}$  mm und  $d = 1 \cdot 10^{-2}$  mm (anstatt  $d = 1 \cdot 10^{-1}$  mm). Die Ableitungsmatrizen – spaltenweise gemittelt – ergaben jedoch für eine glatte Rückwandgeometrie keine glatten Kurven. Damit wurde der Ansatz verworfen, wie für die PVC-Probekörper eine „infinitesimale“ Änderung zu finden, welche so klein ist, dass die Gitterstruktur vor und nach der Änderung identisch ist (bis auf eine Deformation der angrenzenden Elemente, d. h. bis auf eine stetige Änderung des Gitters). Der alternative Ansatz war, eine „infinitesimale“ Änderung zu finden, welche so groß ist, dass die zugehörigen Temperaturänderungen stark genug sind, um von unstetigen Gitterstrukturänderungen unbeeinträchtigt zu bleiben. Eine zufriedenstellende Ableitungsmatrix (glatt nach spaltenweiser Mittelung) ergab bei den Stahl-Probekörpern die Berechnung mit der „infinitesimalen“ Änderung um

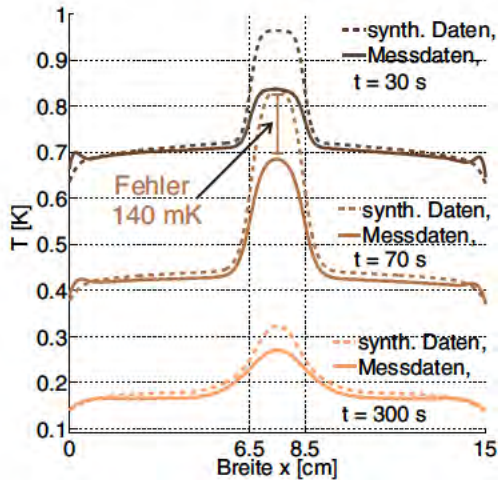
$$d = 5 \cdot 10^{-1} \text{ mm}. \quad (4.14)$$

Abgesehen davon sind die 2D-Simulationsmodelle für die PVC- und die Stahl-Probekörper identisch.

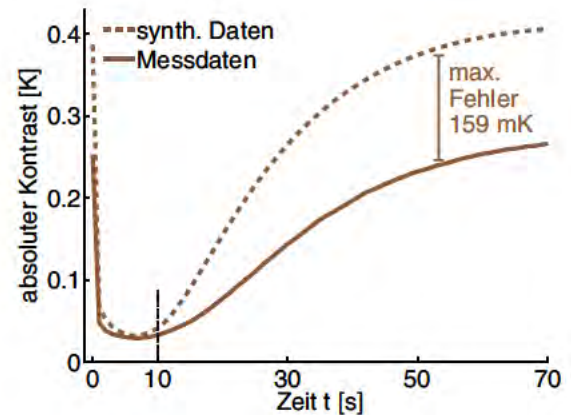
## 4.4 Simulationengenauigkeit

Simulierte Daten beinhalten eine Reihe von Fehlerquellen: Fehlerfortschritt bei iterierten Verfahren, Quantisierungsrauschen, systematischer Fehler, d. h. idealisierte Modellvorstellung und Vernachlässigen komplexer physikalischer Wirkmechanismen.

Im Unterkapitel 4.1.1 wurde die Simulation für die PVC-Probekörper am Probekörper  $\vee 120^\circ$  optimiert. Der zugehörige Vergleich der synthetischen Daten mit den Messdaten wurde z. B. in Abb. 4.6 gezeigt. Nun wird in Abbildung 4.14 der Vergleich für den Nutprobekörper  $\sqcup 3\text{mm}$ , bei welchem die Abweichung sehr groß war, gezeigt. In Abbildung 4.14(a) sieht man die Temperaturlinie für  $t = 30, 70$  und  $300$  s: Die Temperaturabweichung war vor allem am Defekt für kontraststarke Zeitpunkte sehr groß, z. B.  $140$  mK für  $t = 70$  s. In Abbildung 4.14(b) sieht man die maximale Temperaturabweichung von  $159$  mK zum Zeitpunkt  $t = 53$  s.



(a) vorderseitige Temperaturlinie für  $t = 30$ , 70 und 300 s



(b) absoluter Kontrast im Defektzentrum

Abbildung 4.14: Vergleich von synthetischen Daten mit den Messdaten am Probekörper  $\sqcup 3\text{mm}$

In Abbildung 4.14(b) sieht man den zeitlichen Verlauf des absoluten Kontrastes der synthetischen Daten und der Messdaten, welcher auch vor  $t = 10$  s große Abweichungen aufweist. Die Temperaturen der PVC-Probekörper wurden in der Inversion deshalb erst ab  $t = 10$  s ausgewertet (bei Stahl ab  $t = 0.1$  s). Die für die Rekonstruktion relevanten Temperaturen treten ohnehin später auf.

In Tabelle 4.3 wird für jeden Probekörper die maximale Abweichung der synthetischen Daten von den Messdaten (im Ort und in der Zeit für  $t = [10, 600]$  s) aufgelistet; diese Abweichung wird auch kurz als maximaler Fehler des Punktes der synthetischen Daten bezeichnet. Relativ zum jeweiligen Nutzsignal – aus Tabelle 3.7 oder 3.11 – wird der relative Fehler des Punktes (= max. Fehler / Nutzsignal) der synthetischen Daten gelistet.

Probekörper	$\nabla 120^\circ$	$\nabla 90^\circ$	$\sqcup 3\text{mm}$	$\sqcup 6\text{mm}$	$\sqcup 3\text{mm}$	$\sqcup 6\text{mm}$	$\emptyset$
max. Fehler des Punktes [mK]	39	32	95	49	159	67	73
Nutzsignal [mK]	133	68	178	51	272	75	130
relativer Fehler des Punktes [%] (mit Zeile 1 und 2)	29	47	54	97	59	90	56
Simulationsfehler mit Gl. (2.57) [mK]	15.4	10.2	15.6	15.2	28.2	21.1	17.6

Tabelle 4.3: Simulationsfehler (d. h. durchschnittliche Abweichung) und maximaler Fehler des Punktes der synthetischen Daten von den Messdaten (im Ort und in der Zeit für  $t = [10, 600]$  s)

Die Simulationsgenauigkeit wird durch den Simulationsfehler quantifiziert. Der Simulationsfehler wird als die durchschnittliche Abweichung zwischen den synthetischen Daten und den Messdaten für das Zeitintervall  $[10, 600]$  s mit Gl. (2.57) definiert. Damit liegt der Simulationsfehler im Mittel (über alle Nutprobekörper), bei ca. 17.6 mK, also in der gleichen Größenordnung wie die Messgenauigkeit von 20 mK der IR-Kamera; auch wenn zugegebenermaßen der maximale Fehler des Punktes der synthetischen Daten bei 130 mK liegt. Der Simulationsfehler ist eine Hilfe, ein geeignetes Stoppkriterium der Inversion zu bestimmen und beeinflusst außerdem – neben dem Messfehler – den jeweiligen Rekonstruktionsfehler.

Der Simulationsfehler im Mittel je Messkonfiguration ist:

Messkonfiguration	I	II	III und IV
Probekörper	PVC-Nut	PVC-FBB-Ausschnitt	Stahl-Probe
Simulationsfehler [mK]	17.6	16.3	327.3
$\varnothing T$ [K]	0.24	0.24	0.69
relativer Simulationsfehler [%] (mit Zeile 1 und 2)	7.4	6.8	47.4
Simulationsdauer [min]	4.7-6	18-40	ca. 17
Dimension	2D	3D	2D

**Tabelle 4.4:** Simulationsfehler und Simulationsdauer (auf PC mit acht Doppelkernen, 2.4 GHz Taktfrequenz) für synthetische Daten je Messkonfiguration. Mit  $\varnothing T$  wird die Durchschnittstemperatur (bzgl. Ort, Zeit und Raumtemperatur) der Messdaten bezeichnet, welche auch in der Iteration ausgewertet werden, d. h. bei PVC für das Zeitintervall  $t = [10, 600]$  s und bei Stahl für  $[0.1, 6]$  s.

Die Stahl-Proben wurden also deutlich schlechter simuliert, was aber an den höheren Temperaturen des Probekörpers und der stärkeren Erwärmung lag. Für die Dauer der 3D-Simulation der Flachbodenbohrungen ist der Unterschied sehr groß, ob für die reale Geometrie oder für abgeflachte Variationen der Bohrungen simuliert wird. Bei der Inversion dauerte eine 3D-Simulation einer approximierten Flachbodenbohrung etwa 18 min. Die Simulationen wurden auf einem PC mit acht Doppelkernen mit 2.4 GHz Taktfrequenz (64-Bit-Architektur, 72 GB RAM Arbeitsspeicher und Ubuntu 10.04 LTS als Betriebssystem) durchgeführt. COMSOL rechnete parallel auf den acht Doppelkernen.

## Kapitel 5

# Rekonstruktion in 2D (PVC)

Mit der Levenberg-Marquardt-Methode wird für folgende Fälle die Wanddicke aus experimentell ermittelten thermografischen Daten rekonstruiert:

- 2D- und 3D-Rekonstruktionen der Probekörpergeometrie
- Probekörper aus PVC und Stahl
- Probekörper mit künstlichen und mit auf natürlichem Wege entstandenen Defekten.

In diesem Kapitel 5 werden 2D-Rekonstruktionen an den sechs PVC-Probekörpern mit Nutdefekten durchgeführt. Die detaillierte Untersuchung der Levenberg-Marquardt-Methode für diese Anwendung wird anhand den Nutdefekten unternommen. In Kapitel 6 werden die 3D-Rekonstruktionen an den zwei PVC-Probekörpern mit je drei Flachbodenbohrungen vorgenommen. In Kapitel 7 werden 2D-Rekonstruktionen an den vier Stahl-Probekörpern vorgenommen, welche u. a. die auf natürlichem Wege entstandenen Defekte besitzen.

In diesem Kapitel 5 wird die 2D-Rückwandgeometrie der PVC-Nutprobekörper rekonstruiert. Dafür wird zuerst der optimale Startwert für die Levenberg-Marquardt-Methode gesucht: Ergebnisse direkter Methoden werden in Kapitel 5.1 miteinander verglichen. Dann werden die optimalen Rekonstruktionsergebnisse der Levenberg-Marquardt-Methode in Kapitel 5.2 gezeigt. Darauf folgt in Kapitel 5.3 die Diskussion dieser Ergebnisse. Die Diskussion umfasst die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse, das Konvergenzverhalten und den Vergleich mit der Auswertung von synthetischen, rauschfreien Daten. Dieser Teil der Diskussion stärkt das Vertrauen in die Inversionsmethode. Darauf folgt die Diskussion der Ableitungsmatrizen, der Regularisierung der Pseudo-Inversen, der Glättung der Messdaten und der Glättung der Startwerte und u. U. der berechneten Geometrien. Dies rechtfertigt die Art und Weise der Definition der infinitesimalen Änderung für die Ableitungsmatrix und die anderen Parameter, welche die optimierte Anwendung der Levenberg-Marquardt-Methode garantieren. Außerdem wird gezeigt, wie die Inversion korrekte Rückwandgeometrien als Startwert verändert und wie z. B. flache Defektkanten verbessert werden. Dadurch wird der Vorteil der 2D-Betrachtung der Wärmeleitungsgleichung deutlich (gegenüber den direkten Verfahren, welche meist auf 1D-Betrachtungen basieren). Ferner wird der Einfluss der Qualität des Startwertes auf die Ergebnisse anhand schlechter Startwerte gezeigt. Das Ende der Diskussion bildet der Vergleich mit der Anwendung der iterativen Echo-defect-shape-Methode. Zum Teil wird die Diskussion anhand einer variierten, zeiteffizienteren Inversionskonfiguration geführt; und zwar wird die Ableitung approximativ mit der Broyden-Methode bestimmt, wie in Kapitel 5.3.4 beschrieben.



## 5.1 Optimaler Startwert

In diesem Kapitel wird der optimale Startwert für die Iteration der Levenberg-Marquardt-Methode gesucht. Dafür werden die direkten Rekonstruktionsmethoden (Kapitel 2.2) an den Messdaten der Nutprobekörper angewendet und miteinander verglichen. Die Rekonstruktionsergebnisse der für diese Messdaten optimalsten Methode werden am Ende des Kapitels gezeigt.

**Temperaturkontraste:** Zuerst sollen die Temperaturdaten näher untersucht werden. Die experimentell gewonnenen Temperaturdaten beschränkten sich bei den Nutprobekörpern aufgrund des Linienfilters auf eine Temperaturlinie je Messzeitpunkt. Besonders aussagekräftig ist der Zeitpunkt, für welchen der Kontrast (die Temperaturdifferenz an der Oberfläche) zwischen dem Defekt und einer Referenzstelle am stärksten ist. Grundsätzlich gilt, dass der Kontrast für tiefer liegende Defekte später zu sehen ist als für oberflächennahe Defekte. In Abbildung 5.1 sieht man die Temperaturlinie für den jeweils kontraststarken Zeitpunkt für alle Nutprobekörper. Folgende Informationen waren daraus nicht ablesbar:

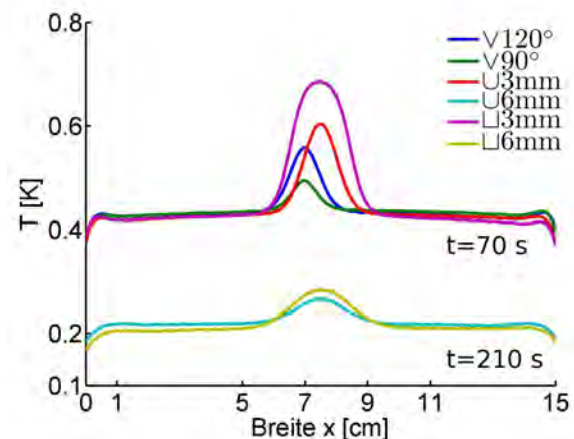


Abbildung 5.1: kontraststärkste, gemessene Temperaturlinie

- Defektgeometrie. Ohne weitere Auswertung konnte man nicht auf ein V-, U- oder eine Rechteckprofil schließen.
- Defektbreite. Der Kontrast war breiter bei den schmalen Defekten (U- und Rechteckprofile mit Breite 2 cm) als bei den breiten Defekten (V-Profile mit Breite > 3 cm).
- Restwandstärke (d. h. Wanddicke über Defektzentrum). Der Kontrast für  $t = 70$  s ist unterschiedlich stark, obwohl sie für gleich tiefe Defekte (Restwandstärke 3 mm) gemessen wurden.

**Vergleich von sieben direkten Methoden:** Mittels direkter Methoden kann man schnell quantitative Angaben über die Rückwandgeometrie erhalten. Die verschiedenen direkten Methoden aus Kapitel 2.2 wurden am Probekörper  $\sqcup 6\text{mm}$  angewendet und verglichen, da dieser einen schwer zu rekonstruierbaren, tief liegenden Defekt besitzt. In Abbildung 5.2 sieht man die Ergebnisse, welche mit der realen Geometrie (braune Kurve) verglichen werden müssen. Zusätzlich wurde auch die skalierte kontraststärkste Temperaturlinie abgebildet (gelbe Kurve).

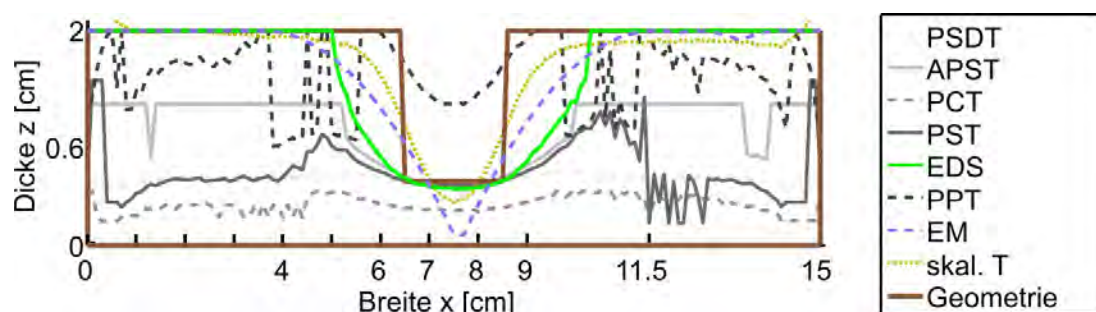


Abbildung 5.2: Rekonstruktion der Rückwand bei Probekörper  $\sqcup 6\text{mm}$  mittels direkter Methoden (Kapitel 2.2.1), welche die experimentellen Daten auswerten



Es fällt auf, dass das Referenzgebiet in Breite  $x = [0, 4]$  und  $[11, 15]$  cm von allen Methoden schlecht approximiert wurde – bis auf zwei Methoden. Die besten Ergebnisse lieferten also

- die Echo-defect-shape-Methode (EDS) und
- die Envelope-Methode (EM).

Details zu den Methoden: Je Methode wurde eine optimal angepasste Glättung der Messdaten gewählt, z. B. mittels *Thermal Signal Reconstruction* oder eines Gauss-Filters. Trotzdem sorgte das Rauschen der Messdaten für Falschanzeigen von Defekten in den Referenzgebieten. Außerdem wurde die u. U. benötigte Referenztemperatur je nach Methode optimal gewählt (mit Tests von unterschiedlichen Referenzstellen oder -gebieten oder mit der durchschnittlichen Temperatur als Referenztemperatur). Zum Beispiel wurde für die Echo-defect-shape-Methode der Punkt  $x = 11.5$  cm als Referenzstelle gewählt. Ferner wurde der Schwellwert optimiert: Die EDS und EM ergaben die besten Rekonstruktionsergebnisse für  $C_0 = 0.07$  bzw.  $0.002$ .

**Vergleich von EDS und EM:** Um sich zwischen den zwei Methoden EDS und EM zu entscheiden, wurden die anderen Nutprobekörper untersucht. Abbildung 5.3 zeigt die Ergebnisse bei zwei Probekörpern von EDS für den Schwellwert  $C_0 = 0.07$  und von EM für die Schwellwerte  $C_0 = 0.002$  und  $0.02$ .

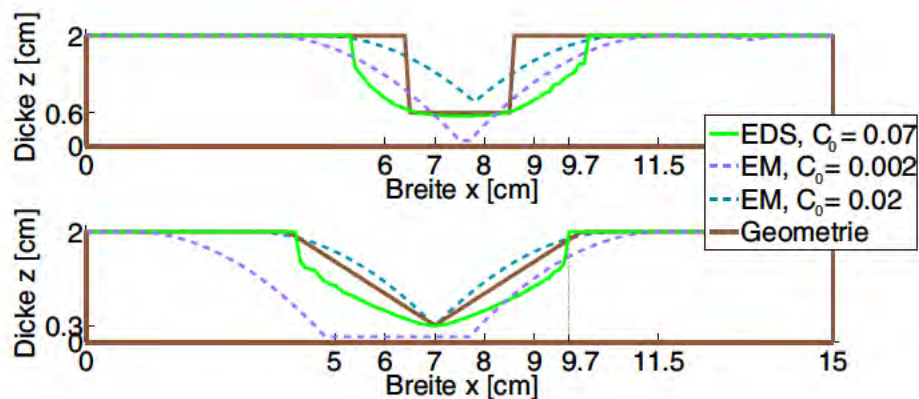


Abbildung 5.3: Ergebnisse für  $\sqcup 6\text{mm}$  (oberes Bild) und  $\sphericalangle 120^\circ$  (unteres Bild) mit EDS und EM für verschiedene Schwellwerte  $C_0$

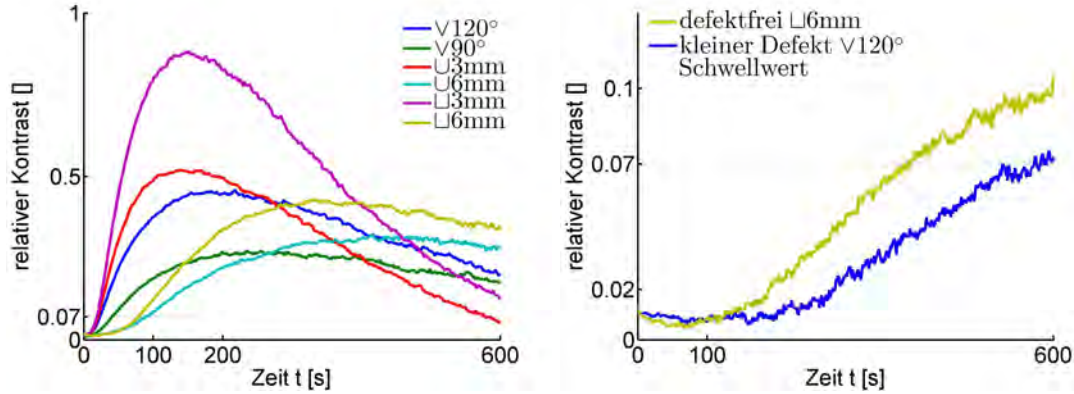
Bei EM fällt auf, dass für den zweiten Probekörper  $\sphericalangle 120^\circ$  ein anderer Schwellwert optimal war als für  $\sqcup 6\text{mm}$ . Das beste Ergebnis lieferte also die

Echo-defect-shape-Methode (EDS) mit Schwellwert  $C_0 = 0.07$ .

Details zur EM: Mit der EM wurden oft spitze Defektformen (V-Profil) rekonstruiert, unabhängig davon ob die reale Rückwandgeometrie eine V-, U- oder Rechteckform besaß. Das verschärft das Problem, dass der Schwellwert von der Defektform abhängig ist. Die Ursache für die V-Profile der EM ist die Berücksichtigung von lateral auftreffenden thermischen Wellen aus den Referenzgebieten. Diese Wellen sorgen für eine hohe Wahrscheinlichkeit, dass ein V-Profil rekonstruiert wird. Für das U- und das Rechteckprofil wurde die Defektform also schwer erkannt.

**Details zum Schwellwert bei EDS:** Die Echo-defect-shape-Methode wertet den relativen Kontrast aus, Definition in Gl. (2.41). Abbildung 5.4 zeigt die relativen Kontrastkurven am Defektzentrum für alle Nutprobekörper. Für oberflächennahe Defekte erreicht die Kurve meist ein hohes Maximum zu einem frühen Zeitpunkt im Vergleich für tiefliegende Defekte. Zum Beispiel wurde bei  $\sqcup 3\text{mm}$  der Wert  $K_r = 0.9$  für einen früheren Zeitpunkt  $t < 300$  s erreicht;

tiefliegende Defekte ( $\sqcup 6\text{mm}$  und  $\sqcup 6\text{mm}$ ) erreichten dagegen ein Maximum von ca.  $K_r = 0.4$  für einen Zeitpunkt  $t > 300$  s.



**Abbildung 5.4:** Kontrast am Defektzentrum **Abbildung 5.5:** Kontrast bei Breite  $x = 9.7$  cm je Probekörper

Es wurde der Zeitpunkt, für den die Kurve den Schwellwert 0.07 überschreitet, ausgewertet (mit Gl. (2.50)). Auf diese Weise war schon in der Abbildung eine Gruppierung zwischen den zwei Restwandstärken 3 mm und 6 mm möglich.

In Abbildung 5.5 wird der Kontrast bei Breite  $x = 9.7$  cm (abseits des Defektzentrums) gezeigt; und zwar für die Probekörper  $\sqcup 6\text{mm}$  und  $\nabla 120^\circ$ , vgl. Abb. 5.3. Beide Kontrastkurven erreichten den Schwellwert, obwohl in einen Fall eine Defektstelle und im anderen Fall eine defektfreie Stelle hätte rekonstruiert werden sollen. Bei  $\sqcup 6\text{mm}$  wurde wegen dem lateralen Wärmefluss fälschlicherweise im defektfreien Gebiet ein Defekt rekonstruiert. Bei  $\nabla 120^\circ$  wird der Defektrand detektiert. Ein kleinerer Schwellwert hätte zu einer besseren Rekonstruktion der flachen Defektkante bei  $\nabla 120^\circ$  geführt, jedoch auch zu einer schlechteren Rekonstruktion der scharfen Defektkante bei  $\sqcup 6\text{mm}$ . Für einen größeren Schwellwert hätte man umgekehrte Vor- und Nachteile. Deswegen bot der Schwellwert  $C_0 = 0.07$  einen guten Kompromiss zwischen Defekten mit flach ansteigenden und steil ansteigenden Defektkanten.

Wenn die gesamte Messzeit 600 s betrug, war mit Gl. (2.50) die Bestimmung der Dicke grundsätzlich beschränkt auf maximal

$$z = \sqrt{-a \cdot t_{\max} \cdot \ln C_0} = \sqrt{-a \cdot 600 \text{ s} \cdot \ln 0.07} = 1.52 \text{ cm}, \quad (5.1)$$

wobei  $a$  die Temperaturleitfähigkeit von PVC und  $C_0 = 0.07$  der Schwellwert war. Eine höhere Schranke für die Bestimmung der Dicke (z. B. bis zu 2 cm) würde theoretisch durch eine längere Messzeit (1000 s) oder einen kleineren Schwellwert ( $C_0 = 0.01$ ) erreicht werden. In der Praxis führte dies jedoch zu vermehrten Fehlinterpretationen durch Rauschen und durch laterale Wärmeflüsse. Wegen der Beschränkung der Bestimmung der Dicke auf 1.52 cm ist eine künstliche Unstetigkeit zu erwarten: Eine Wanddicke ist entweder 2 cm oder kleiner als 1.52 cm dick. Damit waren Glättungen der Rückwandgeometrie an den künstlichen Defekträndern gerechtfertigt.

**Ergebnisse der direkten Methode:** Die Auswertung der experimentell gewonnen Temperaturdaten der Nutprobekörper mittels der Echo-defect-shape-Methode mit dem Schwellwert  $C_0 = 0.07$  und den (Material-)Parametern aus Tabelle 3.3 ergab folgende Rückwandrekonstruktionen, die in Abb. 5.6-5.8 dargestellt sind. Diese bildeten den Startwert für die Iteration der Levenberg-Marquardt-Methode.



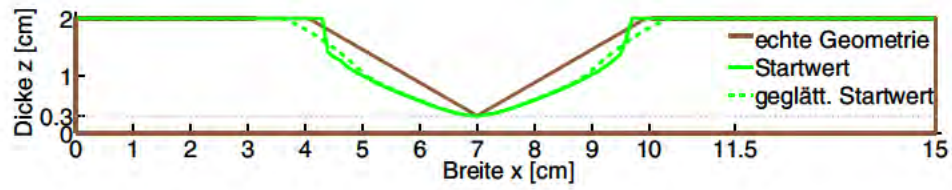
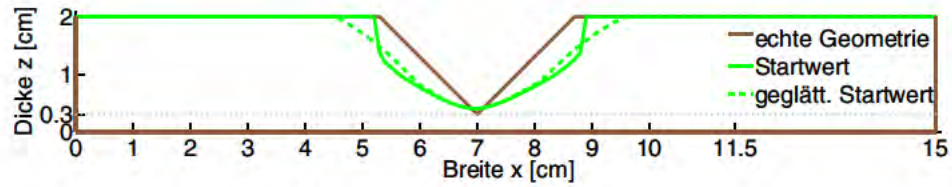
(a)  $\nabla 120^\circ$ (b)  $\nabla 90^\circ$ 

Abbildung 5.6: Rückwandgeometrie mit der Echo-defect-shape-Methode berechnet (Startwert) beim V-Profil (geglättet mit  $s = 40$ , siehe Abb. 5.9)

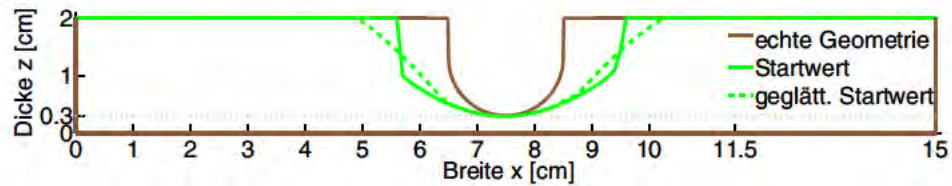
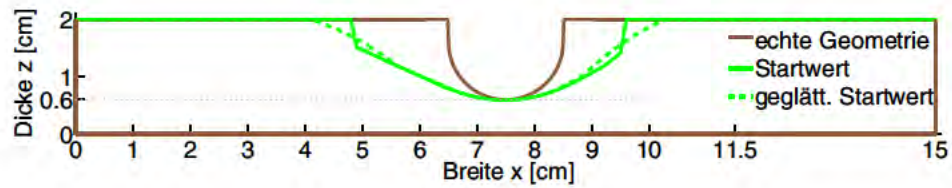
(a)  $\cup 3\text{mm}$ (b)  $\cup 6\text{mm}$ 

Abbildung 5.7: Rückwandgeometrie mit der Echo-defect-shape-Methode berechnet (Startwert) beim U-Profil (geglättet mit  $s = 40$ , siehe Abb. 5.9)

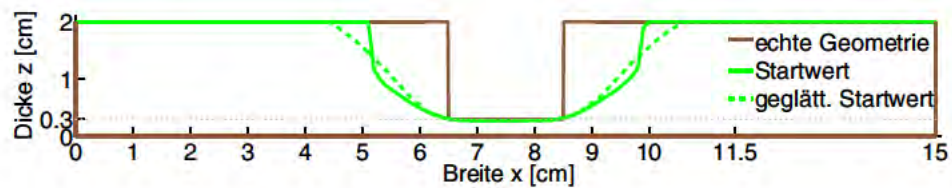
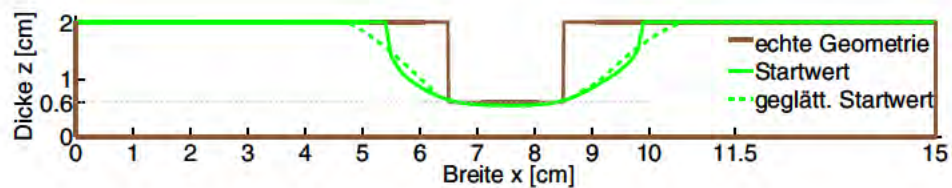
(a)  $\sqcup 3\text{mm}$ (b)  $\sqcup 6\text{mm}$ 

Abbildung 5.8: Rückwandgeometrie mit der Echo-defect-shape-Methode berechnet (Startwert) beim Rechteckprofil (geglättet mit  $s = 40$ , siehe Abb. 5.9)

Als Referenzpunkt wurde  $x = 11.5$  cm gewählt; mit der *a priori* bekannten Materialdicke von 2 cm. Da die Temperaturdaten durch die Mittelung von 10 Messzyklen und die Anwendung eines Linienfilters ein geringes Rauschen besaßen, hätte eine weitere Glättung des Temperaturfeldes durch einen Gauss-Filter – wie er für die Flachbodenbohrungen angewendet worden ist – zu keinen nennenswerten Unterschieden in der Startwertgeometrie geführt. Der ungeglättete Startwert wird erst bei der iterativen Echo-defect-shape-Methode in Kapitel 5.3.13 seine Anwendung finden. Für die Levenberg-Marquardt-Methode, welche hauptsächlich untersucht wurde, musste der Startwert geglättet werden. Damit wurden bessere Rekonstruktionsergebnisse der Levenberg-Marquardt-Methode erzielt, was in Kapitel 5.3.9 erläutert wird.

**Glättung des Startwertes:** Für die Glättung des Startwertes wurde ein Gauss-Filter mit Standardverteilung  $s = 40$  Werte auf  $n = 15$  benachbarte Werte angewendet (1 mm pro Rückwandstützstellenwert). In Abbildung 5.9 sieht man die Anwendung des Gauss-Filters auf einen Testdatensatz, welcher im Punkt  $x = 0$  cm einen Peak besaß. Da die Standardabweichung relativ zur Größe des Filters hoch ist, ähnelt der Effekt des Gauss-Filters (hellblaue Kurve) stark dem Effekt eines gleitenden Mittelwertes (lila Punkte). Von der Filterung ausgespart waren die Defektzentren, definiert durch die Rückwandstützwerte, welche eine minimale Rückwanddicke oder eine um maximal 2 mm davon abweichende Rückwanddicke besaßen. Denn der ungeglättete Startwert stimmte im Defektzentrum mit der realen Geometrie überein, dank der hier vernachlässigbaren lateralen Wärmefflüsse. Diese Beobachtung wird im Folgenden als zweites *a priori* Wissen betitelt. Eine Veränderung diesen Bereiches des Startwertes durch die Glättung musste vermieden werden.

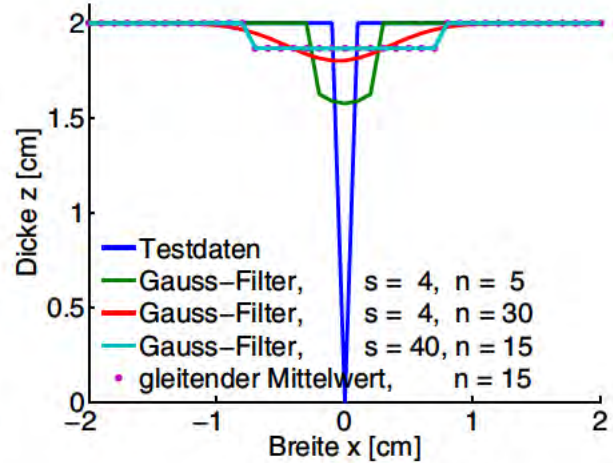


Abbildung 5.9: Glättung von Testdaten mit verschiedenen Filtern und Parametern (Standardabweichung  $s$ , Größe  $n$ )

**Auflösung des Startwertes:** Auch wenn die Echo-defect-shape-Methode eine Auflösung des 15 cm breiten Profils durch 475 Pixel (Anzahl der Einträge einer Temperaturlinie) erlauben würde, beschränkte sich die Start-Wanddicke auf die Auflösung für ein 1 mm Raster. Insbesondere die zeitintensive Berechnung der Ableitung mittels der Differenzenmethode innerhalb der Levenberg-Marquardt-Methode erforderte eine Begrenzung der Auflösung: Je gröber die Auflösung, desto schneller die Rekonstruktion.

**Zusammenfassung:** Die Echo-defect-shape-Methode mit Schwellwert  $C_0 = 0.07$  lieferte die besten, direkt berechenbaren Rückwandrekonstruktionen. Diese gehen als Startwerte in die Iteration der indirekten Rekonstruktion mittels der Levenberg-Marquardt-Methode ein.



## 5.2 Rekonstruktionsergebnisse

In diesem Kapitel wurde die Levenberg-Marquardt-Methode an den sechs Nutprobekörpern zur 2D-Rekonstruktion angewendet. Die geglätteten Startwerte des vorigen Kapitels wurden verbessert, indem in jedem Iterationsschritt die Ableitung aufs Neue mit der zeitaufwendigen Differenzenmethode berechnet wurde. Deswegen wird diese Inversionskonfiguration mit „Differenzenmethode“ betitelt.

Die Iteration wurde mit dem Diskrepanzprinzip beendet, Details in Unterkapitel 5.3.2. Die Stützpunkte für die Wanddickenauflösung sind mit dem Abstand 1 mm äquidistant gewählt worden und erlaubten dadurch eine zufriedenstellende örtliche Auflösung. Eine Adaption der Trust-Region durch Variation des Regularisierungsparameter war nicht erforderlich, also blieb der Regularisierungsparameter innerhalb der Iteration konstant, Details in Unterkapitel 5.3.7. Weitere Inversionsparameter folgen in Tabelle 5.1.

Parameter	Wert oder Methode
Abstand der Stützwerte	1 mm
Schwellwert für Echo-defect-shape-Methode	$C_0 = 0.07$
Gesplitteter Regularisierungsparameter für Levenberg-Marquardt-Methode	$\alpha = [40, 150, 40]$
Diskrepanzwert	17 mK
Methode zur Berechnung der Ableitung	Differenzenmethode

**Tabelle 5.1:** Parameter der Inversionskonfiguration „Differenzenmethode“

**Das *a priori* Wissen:** Um optimale Rekonstruktionsergebnisse zu ermöglichen, wird für Inversionen im Allgemeinen *a priori* Wissen, d. h. in diesem Fall hilfreiche Annahmen oder Vorwissen über die reale, zu rekonstruierende Rückwandgeometrie, benötigt. Eine Übersicht des angewendeten *a priori* Wissens folgt in Tabelle 5.2:

<i>a priori</i> Wissen Nr.	Inhalt des <i>a priori</i> Wissens	Folgerung
Erstes	Die Materialdicke ist maximal 2 cm.	$z_k \leq 2 \text{ cm}$
Zweites	Das Defektzentrum, d. h. die geringste Dicke, wird zuverlässig durch die Echo-defect-shape-Methode berechnet.	gesplittetes $\alpha$
Drittes	Der Defektbereich wird zuverlässig durch die Echo-defect-shape-Methode bestimmt, d. h. eine mit dieser Methode gewonnene Information über die Abwesenheit eines Defektes ist zuverlässig.	Ableitung wird nur im Defektbereich berechnet.
Viertes	Die Form des Defektes ist schlicht, d. h. die Restwandstärke nimmt zum Defektzentrum hin monoton ab.	$z_k$ wird bei Bedarf und in Abhängigkeit der Defektbreite geglättet.

**Tabelle 5.2:** Das *a priori* Wissen für die Inversion um die genaue Rückwandgeometrie  $z$  zu rekonstruieren (Inversionskonfiguration „Differenzenmethode“)



Details zu dem *a priori* Wissen:

- **Erstes *a priori* Wissen:** In der Praxis der zerstörungsfreien Prüfung ist die Maximaldicke des Materials (das erste *a priori* Wissen) meist bekannt; und die Kenntnis der Maximaldicke ist schon allein für die Anwendung der Echo-defect-shape-Methode notwendig. Innerhalb der Iteration verursachte die Anwendung des ersten *a priori* Wissens nur geringfügige Änderungen von maximal 1 mm in der berechneten Materialdicke.
- **Zweites *a priori* Wissen:** Die Auswirkung des zweiten *a priori* Wissens, d. h. des gesplitteten Regularisierungsparameters, wird in einem gesonderten Unterkapitel 5.3.7 diskutiert.
- **Drittes *a priori* Wissen:** Durch das dritte *a priori* Wissen, dass die Angabe durch die Echo-defect-shape-Methode über die Defektfreiheit zuverlässig ist, wurde der Algorithmus zeiteffizienter, denn die Berechnung der Ableitung für Änderungen an defektfreien Oberflächenpunkten wurde überflüssig. Eine komplette Berechnung der Ableitung hätte ohnehin zu einer – laut des ersten *a priori* Wissens – unerlaubten und geringen Verdickung der Materialdicke geführt, z. B. im ersten Iterationsschritt um maximal 0.6 mm für beliebigen Nutprobekörper.
- **Viertes *a priori* Wissen:** Mit dem vierten *a priori* Wissen wurde die Inversion für einfache Defektgeometrien optimiert, d. h. dass man eine schlichte Rückwandgeometrie zu rekonstruieren erwartete, deren Restwandstärke zum Defektzentrum hin monoton abnimmt. Wenn diese Erwartung der Monotonie innerhalb der Iteration nicht erfüllt wurde, durfte die Rückwandgeometrie geglättet werden. Diese Glättung, welche speziell für die Inversionskonfiguration mit der Differenzenmethode notwendig war, entspricht einer zusätzlichen Regularisierung des Verfahrens, Diskussion und weitere Details in Unterkapitel 5.3.3. Auf die berechnete Rückwandgeometrie ( $k > 2$ ) wurde ein Gauss-Filter (Tiefpassfilter) mit Standardabweichung von 40 Werten (also 40 mm) auf eine variable Anzahl von benachbarten Werten angewandt. Wenn die Breite des berechneten Defektes größer als 6.5 cm war, wurde der Filter auf 15 benachbarte Werte angewandt (also auf 15 mm – nur bei  $\sqrt{120^\circ}$ ); für kleinere Defekte wurde der Filter auf 5 benachbarte Werte angewandt (also 5 mm).

**Rekonstruktionsergebnisse:** Die Abbildungen 5.10-5.12 zeigen die reale, echte Geometrie, den geglätteten Startwert der Rückwandgeometrie, welcher mit der Echo-defect-shape-Methode berechnet wurde, und die daraus resultierende rekonstruierte Rückwandgeometrie (Rekonstruktion), welche mit der Levenberg-Marquardt-Methode berechnet worden ist.

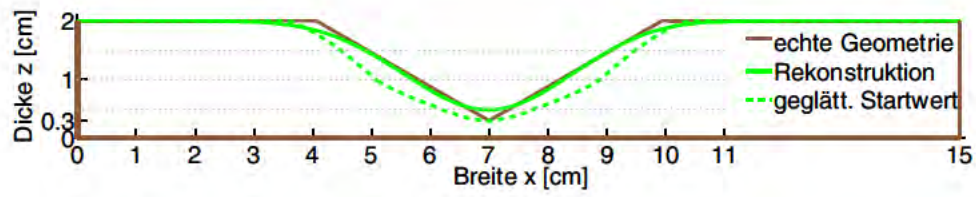
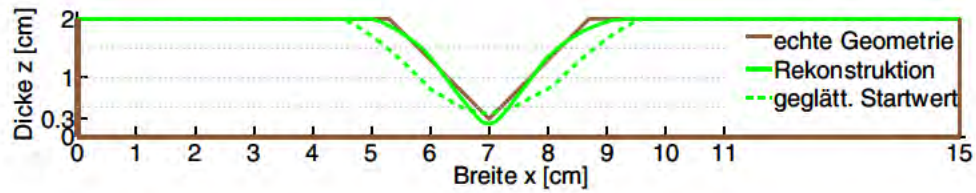
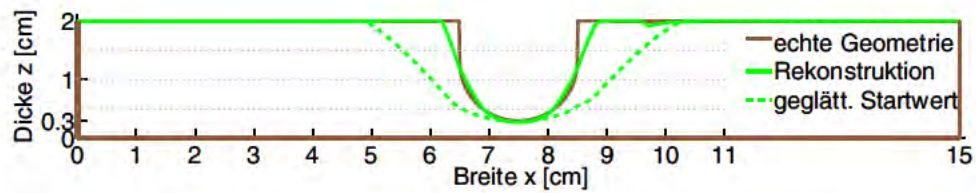
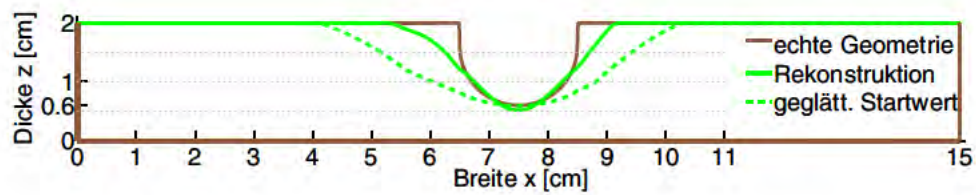
(a)  $\vee 120^\circ$ (b)  $\vee 90^\circ$ 

Abbildung 5.10: Rekonstruktionsergebnis beim V-Profil

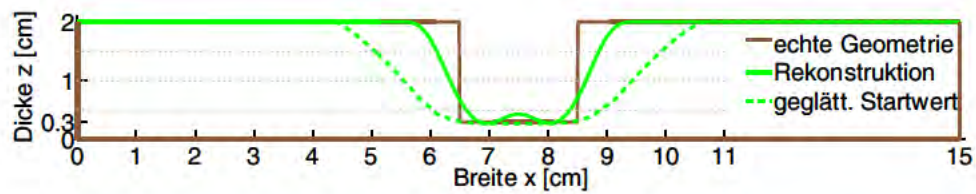


(a) U3mm

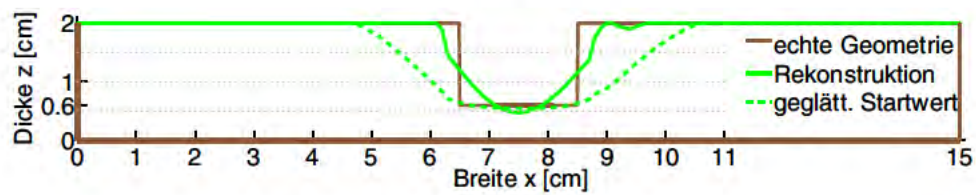


(b) U6mm

Abbildung 5.11: Rekonstruktionsergebnis beim U-Profil



(a) L3mm



(b) L6mm

Abbildung 5.12: Rekonstruktionsergebnis beim Rechteckprofil

**Details zu dem Rekonstruktionsergebnis:**

- Der Probekörper  $\vee 120^\circ$  wurde in seinem Defektbereich und seinem Referenzbereich sehr gut rekonstruiert, Abb. 5.10(a). Die Defektbreite wurde für beinahe alle Tiefenlagen gleich gut rekonstruiert.
- Der Probekörper  $\vee 90^\circ$  war durch sein im Vergleich zu  $\vee 120^\circ$  kleineres Defektvolumen eine hilfreiche Herausforderung während des Optimierungsprozesses der Inversionsparameter, Abb. 5.10(b). Sogar bei der Breite  $x = 5$  cm wurde der Startwert verbessert, sodass die Defektbreite gut rekonstruiert werden konnte. Das Defektzentrum wurde bei  $\vee 120^\circ$  etwas zu dünn und bei  $\vee 90^\circ$  etwas zu dick rekonstruiert.
- Der Probekörper  $\cup 3\text{mm}$  wurde für den ganzen Defektbereich  $x = [6.5, 8.5]$  cm gut rekonstruiert: Die Rundung der Defektform war klar erkennbar, Abb. 5.11(a). Die scharfen Kanten wurden fast vollständig rekonstruiert, d. h. die reale Defektbreite in der Tiefe  $z = 2$  cm war nur um 0.6 cm schmaler als die rekonstruierte Defektbreite.
- Der Probekörper  $\cup 6\text{mm}$  war komplexer, da die Restwandstärke größer war, Abb. 5.11(b). Nichtsdestotrotz ist die runde Form in der Rekonstruktion erkennbar und die Defektbreite ist durch die Iteration stark verbessert worden.
- Am Probekörper  $\sqcup 3\text{mm}$  sind – für eine relativ schwache Regularisierung – typische Schwingungen der Levenberg-Marquardt-Methode sichtbar, mehr dazu in Kapitel 5.3.3 und 5.3.6. Außerdem sieht man an diesem Probekörper die Bedeutung der zweiten *a priori* Wissen: der Startwert war gut für den Defektbereich  $x = [6.5, 8.5]$  cm, Abb. 5.12(a). Um die guten, minimalen Dickenangaben zu konservieren, wurde eine starke Regularisierung für diesen Bereich gewählt. Dennoch wurden durch die Anwendung der Levenberg-Marquardt-Methode diese Werte um 2 mm verändert. Mit einem größeren Regularisationsparameter ( $\alpha \geq 150$ ) hätte man ein in diesem Aspekte leicht besseres Ergebnis erwarten können, dennoch wurde die schnelle Konvergenz mit  $\alpha = 150$  bevorzugt. Die Rekonstruktion des Rechteckprofils war im Ganzen nahe an der realen Geometrie.
- Der Probekörper  $\sqcup 6\text{mm}$  war aufgrund seines relativ kleinen Defektvolumens eine besondere Herausforderung, aber seine Defektbreite war gut bei der Tiefe  $y = 1$  cm rekonstruiert, Abb. 5.12(b). Die Abweichung der Rekonstruktion zur realen Geometrie bei Breite  $x = 6.7$  cm war überraschend, da die Dicke hier gering und der Startwert sehr gut war; die rekonstruierten Kanten bei  $x \approx 6.5$  und  $\approx 8.5$  cm sind verwischt.

**Durchschnittlicher Fehler:** Zur Übersicht sind in der folgenden Tabelle für jeden Probekörper die Anzahl der benötigten Iterationsschritte, der maximale Fehler des Punktes und der durchschnittliche Fehler des Startwertes und der Rekonstruktion gelistet. Der maximale Fehler des Punktes wurde für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq 1$  cm bzw.  $z < 1$  cm) getrennt betrachtet, da man für dünne Bereiche einen kleineren Fehler erwartet als für dicke Bereiche. Der durchschnittliche Fehler einer Rückwandgeometrie wird mit Gl. (2.56) berechnet. Im Folgenden wird „im Mittel aller Probekörper“ als arithmetischer Mittelwert berechnet und mit „im Mittel“ oder  $\emptyset$  abgekürzt.

Probekörper	V120°	V90°	U3mm	U6mm	⊥3mm	⊥6mm	Ø
Fehler des geglätteten Startwertes							
max. Fehler für $z \geq 1$ cm [mm]	4.22	5.74	14.12	11.45	16.68	13.36	10.93
max. Fehler für $z < 1$ cm [mm]	3.48	3.44	3.98	1.93	0.29	0.55	2.28
Durchschnittlicher Fehler [mm]	1.12	1.09	1.73	1.78	2.38	1.66	1.63
Fehler der Rekonstruktion							
max. Fehler für $z \geq 1$ cm [mm]	1.52	1.62	5.35	6.80	11.32	7.36	5.66
max. Fehler für $z < 1$ cm [mm]	-1.83	1.73	-1.29	0.83	-4.01	-6.01	-1.76
Durchschnittlicher Fehler [mm]	0.28	0.21	0.21	0.44	0.62	0.51	0.38
Iterationsschritte	6	8	16	9	14	12	11

**Tabelle 5.3:** Anzahl der Iterationsschritte und der Fehler des geglätteten Startwertes und der Rekonstruktion („Differenzenmethode“) – jeweils der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq 1$  cm bzw.  $z < 1$  cm) und der durchschnittliche Fehler mit Gl. (2.56) für die gesamte Breite

Das beste Ergebnis ist bei dem runden, oberflächennahen Defekt U3mm mit einem durchschnittlichen Fehler von 0.21 mm hervorgehoben. Die Rekonstruktionen der ersten drei Probekörper besaßen sehr kleine durchschnittliche Fehler und zeigten das große Potential der Levenberg-Marquardt-Methode. Die letzten drei Probekörper, welche scharfe Kanten oder mehr Restwandstärke über den Defekten besitzen, kennzeichneten die Herausforderungen und die Einschränkungen der Inversionsmethode. Insgesamt wurde der durchschnittliche Fehler im Mittel aller Probekörper von 1.63 mm auf 0.38 mm verbessert (hervorgehobene Werte in Tabelle 5.3), d. h. um

$$(1.63 - 0.38)/1.63 = 77\%. \quad (5.2)$$

**Vergleich mit Stand der Technik:** Ein Vergleich mit den 2D-Rekonstruktionen der Literatur aus experimentell gewonnenen Messdaten beschränkt sich auf Probekörper aus Stahl [BKW90][LN07], welche eine glatte Defektform besitzen. Das heißt, die Defektformen besitzen weder spitze Formen im Defektzentrum wie das V-Profil noch steile Defektkanten wie das U- und das Rechteckprofil. Damit weisen die Nutprobekörper dieser Arbeit wesentlich schwieriger zu rekonstruierende Charakteristiken auf.

- Es wurden sechs 20 mm dicke Probekörper aus PVC untersucht, welche Defekte mit Restwandstärke 3 mm bzw. Restwandstärke 6 mm besaßen (15% und 30% der Gesamtdicke). Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie betrug im Mittel 0.38 mm, also 13% bzw. 6% der Restwandstärke, siehe auch [RMK13].
- [BKW90]: Es wird ein 1.4 mm dicker Probekörper aus Stahl untersucht, welcher einen Defekt mit Restwandstärke 0.63 mm besitzt (45% der Gesamtdicke). Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie beträgt 0.16 mm, also 25% der Restwandstärke. Der Vergleich mit dem durchschnittlichen Fehler dieser Arbeit ist schwierig, da die Anregung des Infrarotstrahlers nicht quantifiziert wurde und der Schwierigkeitsgrad einer Rekonstruktion davon abhängt [AP12]. Die Rekonstruktion wurde mit einer regulierten Trust-Region-Optimierungsmethode (*Sequential quadratic programming (SQP)*) durchgeführt.
- [LN07]: Es wird ein 5 mm dicker Probekörper aus Stahl untersucht, welcher zwei Defekte mit Restwandstärke 1.5 mm und 2.2 mm besitzt (30% und 44% der Gesamtdicke). Der

Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie ist nicht quantitativ gegeben; auch nicht in der zugehörigen Dissertation [Lug07]. Der maximale Fehler im Punkt war bei der rekonstruierten Rückwandgeometrie schätzungsweise 0.4 mm und der durchschnittliche Fehler bei circa 0.11 mm, also 7% bzw. 5% der Restwandstärke. Die Rekonstruktionsmethode entspricht Gl. (2.94), also der originalen (nicht optimierten) iterativen Echo-defect-shape-Methode.

**Inversionsdauer:** Die Inversionsdauer war – gemessen an industriellen Taktzeiten – noch sehr zeitintensiv. Die Inversion und die zugehörigen Simulationen wurden auf einem PC mit acht Doppelkernen mit 2.4 GHz Taktfrequenz durchgeführt. COMSOL rechnete parallel auf den acht Doppelkernen. Abhängig von der Defektgeometrie lag die Inversionsdauer für einen 2D-Probekörper mit einem 1 mm Raster mit der Levenberg-Marquardt-Methode als Inversionskonfiguration „Differenzenmethode“ bei circa 41 Stunden. Zum Beispiel beim Probekörper  $\sqrt{90^\circ}$ : die durchschnittliche Defektbreite der rekonstruierten Rückwandgeometrien lag bei circa 4.5 cm. In jedem der 8 Iterationsschritte wurde also im Durchschnitt ca. 46-mal simuliert (1-mal für das zugehörige Temperaturfeld und 45-mal für die „infinitesimalen“ Änderungen für die Berechnung der Ableitungsmatrix). Bei einer Simulationsdauer von z. B. 4.7 min, dauerte die Iteration  $8 \cdot 46 \cdot 4.7/60 \approx 29$  h.

Um dessen Zeiteffizienz zu steigern, ist ein zeitlich adaptives Gitter, Computercluster, iterativ adaptive Wahl der Rückwandstützstellen und vor allem eine Implementierung eines alternativen Simulationsmodells wirkungsvoll. Die Berechnungszeit der Simulation (und damit der Inversion) kann – z. B. allein durch eine semi-analytische Umformulierung der Wärmeleitungsgleichung – um den Faktor 500-1000 verringert werden [WRAE10]. Damit würde z. B. eine 2D-Rekonstruktion nur weniger als 5 min dauern (anstatt 41 h). Das Potential der in dieser Arbeit untersuchten Inversionsmethode für eine industrielle Anwendung in der zerstörungsfreien Prüfung wird an dieser Stelle nochmal deutlich.

## 5.3 Diskussion

Die Inversion soll auf verschiedene Aspekte hin untersucht werden, z. B. auf die Stabilität der Konvergenz, auf den Nutzen des *a priori* Wissens, auf den Einfluss einer variierten Regularisierung oder anderer variierten Inversionsparameter. Da die angewandte Inversionskonfiguration, Kapitel 5.2, gemessen an industriellen Taktzeiten noch sehr zeitintensiv war, war eine direkte Untersuchung aller interessanten Aspekte unpraktikabel. Für eine leicht variierte, effizientere Inversionskonfiguration war es möglich, diese Aspekte zu untersuchen, Unterkapitel 5.3.4-5.3.7.

### 5.3.1 Reproduzierbarkeit der Inversion

In diesem Unterkapitel wird untersucht, wie reproduzierbar ein Iterationsschritt berechnet wurde. Das heißt, es wird folgende Frage gestellt: Wie stark unterscheiden sich die Rekonstruktionsergebnisse für eine Wiederholung des identischen Iterationsschrittes, bei welchem das Temperaturfeld erneut simuliert wird und die Ableitung erneut berechnet wird?



Es wurden 20 Wiederholungen des ersten Iterationsschrittes für den Probekörper  $\sqrt{90^\circ}$  untersucht. Dabei ergaben sich nahezu identische Geometrien. In Abbildung 5.13 sieht man die Abweichung der Norm (nach Gl. (2.56)) dieser 20 Geometrien von ihrem Mittelwert: Die Abweichungen lagen unterhalb des Pikometer-Bereiches ( $\leq \pm 10^{-9}$  mm). Nota bene: Da der Gittergenerator der Simulationssoftware teilweise Schwierigkeiten für Wanddickenwerte mit vielen Nachkommastellen hatte, wurde in jedem Iterationsschritt die rekonstruierte Wanddicke gerundet, d. h. die Zentimeter-Angabe wurde auf drei Nachkommastellen gerundet, z. B. 1.1234 cm  $\approx$  1.123 cm.

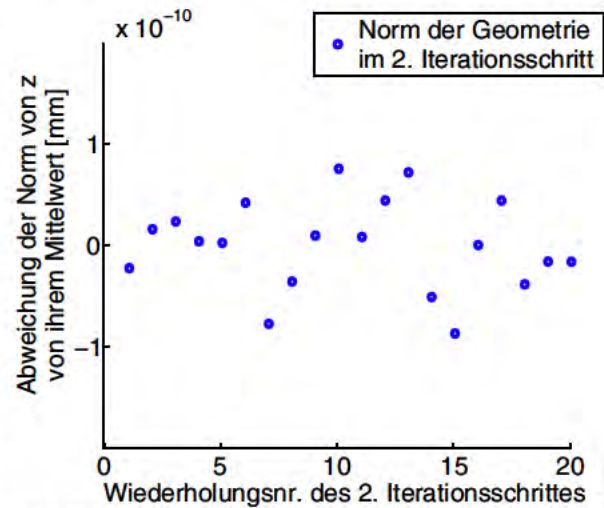


Abbildung 5.13: Wiederholung des ersten Iterationsschrittes (Differenzenmethode)

**Zusammenfassung:** Durch die Rundung kann der Algorithmus als 100% reproduzierbar betrachtet werden. Das zeigt, dass die FEM-Simulation und die numerische Bildung der regulisierten Pseudo-Inversen stabil erfolgt.

### 5.3.2 Konvergenzverhalten

In diesem Unterkapitel wird das Konvergenzverhalten des simulierten Temperaturfeldes und der rekonstruierten Rückwandgeometrie detailliert beschrieben. An den unterschiedlichen Hindernissen für eine ideale Approximation je Probekörper lässt sich vor allem eines ablesen: Es gibt keine daraus ableitbare Schlussfolgerung zur weiteren Verbesserung der Implementierung der Levenberg-Marquardt-Methode. Einer Vermutung über eine Ursache der Konvergenzschwierigkeiten (z. B. in der Simulation ist ein bestimmtes Zeitintervall schlecht modelliert), zu welcher die Untersuchung des einen Probekörpers führt, wird bei der Untersuchung eines anderen Probekörpers widersprochen, wie im Folgenden zu sehen sein wird.

Der Startwert, welcher mit der Echo-defect-shape-Methode berechnet wurde, wird mit  $z_0$  bezeichnet. Die im  $k$ -ten Iterationsschritt berechnete Rückwandgeometrie wird mit  $z_k$  gekennzeichnet ( $k = 1, \dots, k_{\max}$ ). Im Allgemeinen ist die echte, reale Rückwandgeometrie  $z_{\text{real}}$  bei der Rückwandrekonstruktion unbekannt. Demzufolge ist es unmöglich, innerhalb der Iteration den Fehler der aktuell berechneten Rückwand  $z_k$  im  $k$ -ten Iterationsschritt zu berechnen. Auch wenn der Algorithmus die Minimierung des Fehlers der Rückwand bezweckt, wird mittels der Levenberg-Marquardt-Methode die Minimierung einer Kostenfunktion erzielt – siehe Gl. (2.84), welche die Abweichung des simulierten Temperaturfeldes zu den Messdaten (kurz: den Fehler des simulierten Temperaturfeldes) minimiert.

Das simulierte Temperaturfeld für die rekonstruierte Geometrie  $z_k$  wird mit  $T_k$  bezeichnet:  $T_k = F(z_k)$  (und wird im  $(k+1)$ -ten Iterationsschritt simuliert). Der Begriff Konvergenz bezieht sich auf die Konvergenz der Folge  $(T_k)_{k=0, \dots, k_{\max}}$ . Die Konvergenz kann dabei auf den durchschnittlichen Fehler von  $T_k$  mit Gl. (2.57) bezogen werden oder auf einen punktuellen Fehler (z. B. für einen bestimmten Zeit- oder Oberflächenpunkt). Wenn mit dem Fortschreiten der Iteration der durchschnittliche Fehler von  $T_k$  fällt, bedeutet das, dass sich das simulierte Temperaturfeld in seiner Gesamtheit verbessert (Konvergenz gegen die Messdaten). Entsprechend kann bei bekannter realer Rückwandgeometrie die Konvergenz von  $(z_k)_{k=1, \dots, k_{\max}}$  betrachtet werden, wobei die Folgenglieder die im  $k$ -ten Iterationsschritt rekonstruierten Rückwandgeometrien sind.



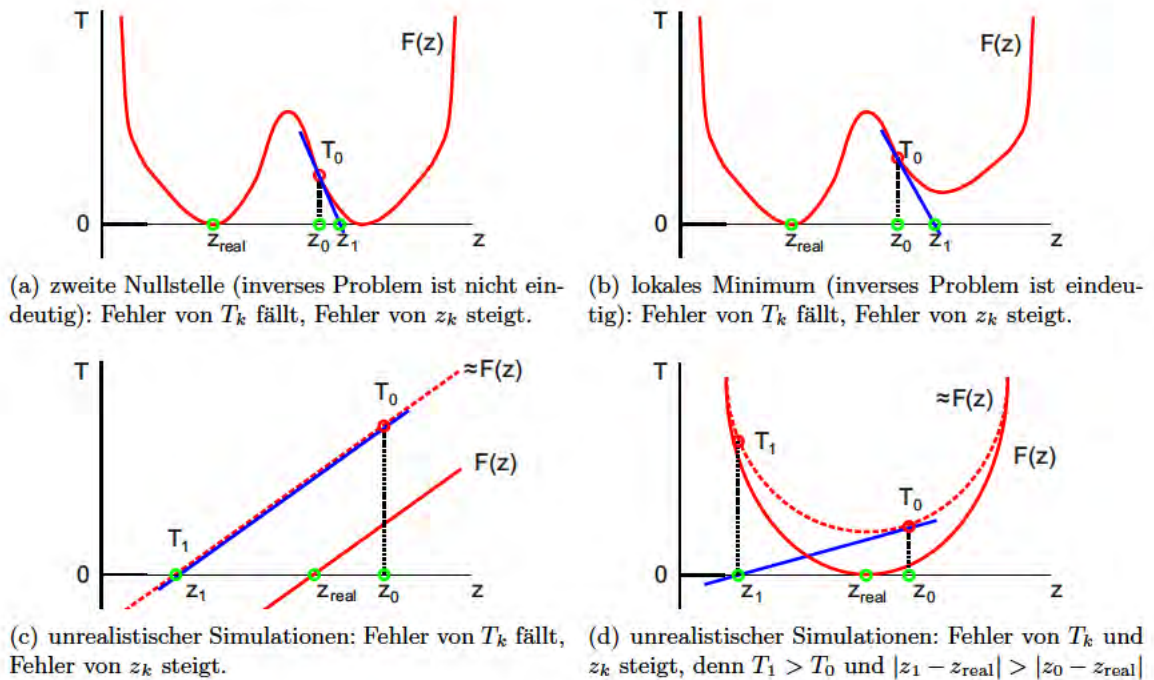
Der durchschnittliche Fehler für Rückwandgeometrien bzw. Temperaturfelder wurden immer mit Gl. (2.56) bzw. mit Gl. (2.57) definiert.

Welche allgemeinen Konvergenzschwierigkeiten können auftreten?

- Es ist möglich, dass der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes fällt, der durchschnittliche Fehler der zugehörigen Rückwandgeometrie jedoch steigt. Im eindimensionalen Beispiel der Nullstellensuche würde dies u. U. passieren, wenn das inverse Problem nicht eindeutig lösbar wäre und es daher mehrere Nullstellen geben könnte, siehe Abb. 5.14(a). In diesem Fall könnte es passieren, dass sich  $z_k$  der falschen Nullstelle nähert (anstatt sich dem gewünschten  $z_{\text{real}}$  zu nähern).

Bei einem eindeutig lösbaren inversen Problemen gibt es zwar nicht mehrere Nullstellen, aber dennoch kann sich der Algorithmus z. B. in einem lokalen Tal verirren, siehe Abb. 5.14(b). Dann wird erstmal ein lokales Minimum approximiert anstatt eine Nullstelle.

Eine weitere Möglichkeit ist in Abbildung 5.14(c) gezeigt: Die Simulationen sind grundsätzlich unrealistisch und definieren dadurch eine falsche Kurve „ $\approx F$ “ (gestrichelte rote Gerade). Der Algorithmus findet für die falsche Kurve eine Nullstelle, welche mit der gesuchten Nullstelle nicht übereinstimmt.

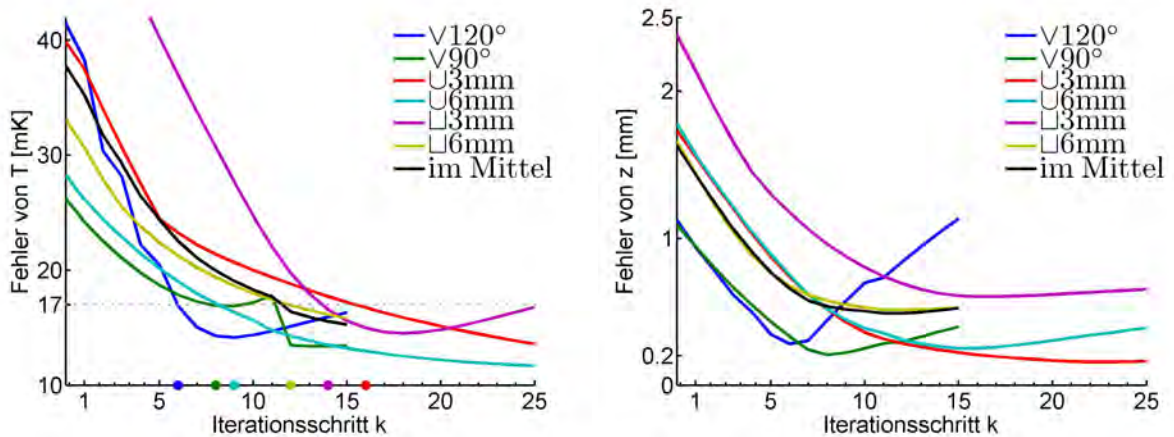


**Abbildung 5.14:** Allgemeine Konvergenzschwierigkeiten des Fehlers des simulierten Temperaturfeldes  $T_k$  und der rekonstruierten Rückwandgeometrie  $z_k$  (1D); und zwar wegen (a) einer zweiten Nullstelle (b) einem lokalem Minimum (c und d) unrealistischer Simulationen (Startwert  $z_0$ , Rekonstruktion  $z_1$  als Approximationsversuch der gesuchten Nullstelle  $z_{\text{real}}$  mit dem Newton-Verfahren Gl. (2.53))

- Ferner ist möglich, dass nicht einmal der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes fällt. Das ist im eindimensionalen Fall möglich, wenn der Startwert sehr schlecht gewählt ist und sich die Kurve zwischen Startwert und Nullstelle nicht näherungsweise linear verhält. Eine zweite Möglichkeit ist, dass die Nullstelle der Kurve ein die Achse berührender Extrempunkt ist. Wenn in diesem Fall die Simulation unrealistisch ist, existiert u. U. keine Nullstelle von „ $\approx F$ “. Sobald man in die Nähe der eigentlichen Nullstelle

kommt, sorgt die geringe Steigung dafür, dass der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes  $T_k$  und der zugehörigen Rückwandgeometrie  $z_k$  steigt, Abb. 5.14(d).

**Das Konvergenzverhalten des durchschnittlichen Fehlers:** Für alle Probekörper fiel der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes und der zugehörigen Rückwandgeometrie vor allem in den ersten Iterationsschritten sehr drastisch, schwarze Kurve in Abb. 5.15. Hier und in den später folgenden Untersuchungen trat die erste allgemeine Konvergenzschwierigkeit häufiger auf (nur der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie steigt). Der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes stieg nur für drei Probekörper ( $\nabla 120^\circ$ ,  $\nabla 90^\circ$ ,  $\sqcup 3\text{mm}$ ). Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie stieg für alle Probekörper ab einer jeweiligen Anzahl  $k$  von Iterationsschritten, z. B. schon ab  $k = 6$  ( $\nabla 120^\circ$ ) oder erst ab  $k = 22$  ( $\sqcup 3\text{mm}$ ). Im Mittel aller Probekörper (schwarze Kurve) stagnierte der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie ab ca. dem 8. Iterationsschritt (mit einer ganz leichten Steigung um maximal 0.02 mm ab dem 13. Iterationsschritt, d. h. Stagnation abgesehen von einer Änderung unter 0.02 mm). Für die Probekörper, für welche der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie bis zum 15. Schritt fiel, wurde bis zum 25. Schritt iteriert. Da im 25. Schritt der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie bei allen Probekörpern stieg, wurde die Iteration beendet. Bevor die Konvergenz an einzelnen Probekörpern untersucht wird und danach die Gründe für die Konvergenzschwierigkeiten genannt werden, wird zuerst das Abbruchverfahren für die Iteration erklärt.



(a) Fehler des simulierten Temperaturfeldes  $T_k$ , welcher durch die Messung auch bei unbekannten Proben bekannt ist  
(b) Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie  $z_k$ , welcher bei unbekannten Proben nicht bekannt aber Ziel der Rekonstruktion ist

**Abbildung 5.15:** Konvergenzverhalten für die fortschreitende Iteration

**Wann soll die Iteration beendet werden?** Im Idealfall fällt der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes auf Null und das Verfahren ist damit beendet. In der Praxis bestimmt die allgemeine Simulationsgenauigkeit (bzw. -fehler) *a priori* einen Diskrepanzwert, für welchen der durchschnittliche Fehler als klein genug definiert wird. Sobald der durchschnittliche Fehler in der Iteration unter diesen Diskrepanzwert fällt, ist das Verfahren beendet. Weitere Iterationsschritte würden kostenintensiv wenig notwendige Verbesserung hervorrufen oder sogar zu weniger guten Rekonstruktionen führen. Eine andere Möglichkeit, den idealen Diskrepanzwert zu wählen, ist ein Testlauf an typischen Probekörpern bestimmbarer

Geometrien durchzuführen. Genau dies ist hier geschehen. Es wurde der größte Iterationsschritt gewählt, für welchen der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie bei allen Probekörpern fiel, also  $k = 6$  wegen  $\sqrt{120^\circ}$ , und der durchschnittliche Fehler 17 mK des zugehörigen simulierten Temperaturfeldes  $T_6$  von  $\sqrt{120^\circ}$  wurde als Diskrepanzwert gesetzt. Zum Vergleich, der Simulationsfehler lag bei 17.6 mK (Tabelle 4.4). Mit der Wahl von 17 mK ist zumindest für  $\sqrt{120^\circ}$  gesichert, dass der ideale Schritt gewählt worden ist. Wenn für die anderen Probekörper der Wert zu unzufriedenstellenden Rekonstruktionsergebnissen führen würde, wäre ein anderes Abbruchkriterium gewählt worden. Alle Probekörper unterschritten diesen Diskrepanzwert bevor Konvergenzschwierigkeiten im durchschnittlichen Fehler des simulierten Temperaturfeldes oder der rekonstruierten Rückwandgeometrie auftraten. Außerdem ist der Inversionsstart bei allen Probekörpern gewährleistet und eine Halbierung / Drittelung des durchschnittlichen Fehlers des simulierten Temperaturfeldes wird gefordert (z. B.  $\sqcup 6\text{mm}$  /  $\sqcup 3\text{mm}$  von ca.  $f_{T_0} = 33\text{ mK}$  /  $58\text{ mK}$  auf 17 mK). Bei einer Anwendung an unbekannten Probekörpern sollte ein zusätzliches Abbruchkriterium eingeführt werden: die Iteration ist spätestens bei Konvergenzschwierigkeiten des durchschnittlichen Fehlers des simulierten Temperaturfeldes beendet (bei Divergenz oder Stagnation). Die sich ergebende Iterationsanzahl je Probekörper ist in Abb. 5.15(a) mit einem Punkt markiert. Die zugehörigen Rekonstruktionsergebnisse sind im vorigen Kapitel gezeigt.

**Das Konvergenzverhalten des punktwisen Fehlers:** Es werden nun zu jedem Probekörper Diskussionen, falls relevant, in folgender Reihenfolge durchgeführt:

- Das Konvergenzverhalten des durchschnittlichen Fehlers der simulierten Temperaturfeldes (und u. U. der rekonstruierten Rückwandgeometrie), anhand Abb. 5.15.
- Das Konvergenzverhalten des Temperaturabfalls (zeitliches Temperaturverhalten) für den Oberflächenpunkt bei der Breite  $x = 6\text{ cm}$ . Der Startwert ist dort sehr schlecht. Deswegen erwartet man dort auch die größte Änderung in der rekonstruierten Rückwandgeometrie und damit im zugehörigen Temperaturfeld.
- Das Konvergenzverhalten der oberflächigen Temperaturverteilung (örtliches Temperaturverhalten) in der Breite für den jeweilig kontraststarken Zeitpunkt.
- Das punktweise (und u. U. durchschnittliche) Konvergenzverhalten der rekonstruierten Rückwandgeometrie, bezogen auf die reale Rückwandgeometrie.

Die Reihenfolge der Probekörper innerhalb der Diskussion weicht von der Reihenfolge der Rekonstruktionsergebnisse ab. Zuerst wird  $\sqcup 3\text{mm}$ , der Probekörper mit dem besten Rekonstruktionsergebnis (kleinster Fehler), diskutiert, dann folgen die anderen zwei Probekörper  $\sqcup 6\text{mm}$  und  $\sqcup 3\text{mm}$  mit gutartigem Konvergenzverhalten, dann die zu leichter und früher Divergenz tendierenden Probekörper  $\sqcup 6\text{mm}$  und  $\sqrt{90^\circ}$ , abschließend wird der Probekörper  $\sqrt{120^\circ}$  diskutiert, welcher durch seine besonders frühe Auffälligkeit den Diskrepanzwert für das Stoppkriterium der Iteration bestimmt hatte.

#### **Das Konvergenzverhalten von $\sqcup 3\text{mm}$ :**

- Die beste Rekonstruktion gelang bei  $\sqcup 3\text{mm}$  mit dem oberflächennahen, runden Defekt. Der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes und der rekonstruierten Rückwandgeometrie fielen auf ausgezeichnete Weise. Der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes fiel bis zum  $k = 25$ . Iterationsschritt auf ein Drittel, rote



Kurve in Abb. 5.15(a). Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie fiel bis zum 23. Iterationsschritt um 12% (bezogen auf den Fehler des Startwertes) und blieb dann unverändert (bis auf Änderungen unter 0.02 mm). Damit wurde der kleinste durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie von 0.16 mm für alle Probekörper erreicht, rote Kurve in Abb. 5.15(b).

- Um das Temperaturfeld  $T_k$  für verschiedene Iterationsschritte im Detail anzuschauen, wurde der Temperaturabfall für den Oberflächenpunkt bei Breite  $x = 6$  cm gewählt (ungestörter Bereich nahe am Defekt). Der Temperaturabfall an diesem Punkt näherte sich für fast das gesamte Zeitintervall  $[60, 600]$  s gleichmäßig an die Messdaten an, Abb. 5.16(a). Für das Zeitintervall  $[10, 60]$  s blieb der Temperaturabfall jedoch nahezu gleich (ohne Bild): Die konstante Differenz zu den Messdaten betrug ca. 25 mK, welche größer als die Differenz von ca. 15 mK von  $T_{25}$  für die darauffolgenden Zeitpunkte war. Des Weiteren ist der synthetische Temperaturabfall, d. h. die simulierten Temperaturen für  $z_{\text{real}}$ , abgebildet, um die Simulationsgenauigkeit für den jeweiligen Probekörper abzuschätzen. Der Temperaturabfall im 25. Iterationsschritt war näher an den Messdaten als es die synthetischen Daten waren.
- Bei der Untersuchung der Temperaturverteilung für den kontraststärksten Zeitpunkt  $t = 70$  s für alle Oberflächenpunkte in  $[4, 8]$  cm Breite sieht man nochmal, dass sich das Temperaturfeld bei  $x = 6$  cm nicht genug änderte, Abb. 5.16(b). Das Gleiche gilt im ganzen Referenzbereich in  $[4, 6]$  cm Breite. In Defektnähe näherte sich die Temperaturverteilung für  $t = 70$  s für jeden Iterationsschritt gleichmäßig den Messdaten an und war dann für  $T_{25}$  zufällig den synthetischen Daten ähnlicher als den Messdaten. Zufällig in dem Sinne, dass die synthetischen Daten dem Algorithmus unbekannt waren und dass diese Übereinstimmung nicht im Zusammenhang mit dem Schritt  $k$  steht, für welchen der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes oder der rekonstruierten Rückwandgeometrie am kleinsten war, siehe nächstes Beispiel mit tiefer liegendem Defekt.

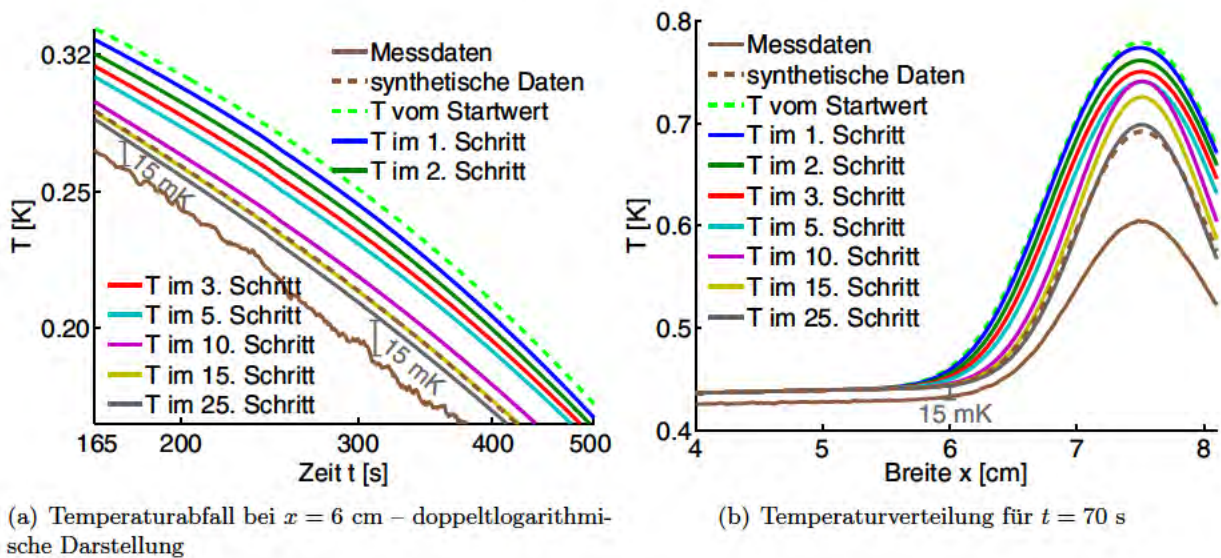


Abbildung 5.16: Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei U3mm

- Die rekonstruierten Rückwandgeometrien von U3mm verbesserten sich ebenso gleichmäßig, Abb. 5.17.



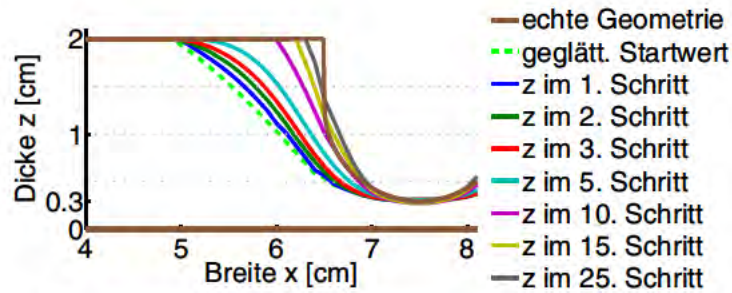


Abbildung 5.17: Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei  $U_{3\text{mm}}$

Am besten wurde die Rundung des Defektes von  $U_{3\text{mm}}$  für  $k = 10$  abgebildet, dargestellt als lila Kurve in Abb. 5.17. In anderen Worten, wenn man nur die Tiefeninformation an den Stellen betrachtet, an welchen die reale Rückwandgeometrie dünner als 1 cm ist, dann lieferte der 10. Iterationsschritt das beste Rekonstruktionsergebnis. Vor bzw. nach dem 10. Iterationsschritt war der Defekt im oberflächennahen Bereich zu breit bzw. zu schmal rekonstruiert. Diese Aussage steht im Gegensatz zum Konvergenzverhalten des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie, vgl. Abb. 5.59(b), welcher bis zum 25. Iterationsschritt stetig fiel. Dieses Beispiel illustriert die in Kapitel 2.3.2 genannte Schwäche des gewählten Fehlermaßes für die Rückwandgeometrie, Gl. (2.56): Die oberflächennahe Information könnte stärker gewichtet werden als die tiefer liegende Information. Diese komplexe Definition mit einer Gewichtung würde jedoch zu einer unklaren Angabe des Fehlermaßes bzgl. der physikalischen Einheit führen. Deshalb wurde auf eine Gewichtung des Fehlermaßes verzichtet.

Ferner gilt, dass die Definition des Fehlermaßes nicht den Iterationsverlauf beeinflusst, da für den Algorithmus die Probegeometrie ohnehin als unbekannt angenommen wird. Die Definition beeinflusst unter Umständen die Wahl des Diskrepanzwertes. Bei einem Test zeigte sich jedoch keine Änderung im Diskrepanzwert (Mit der komplexen Definition wäre der minimale durchschnittliche Fehler der Rückwandgeometrie weiterhin im 6. Iterationsschritt für  $\sqrt{120^\circ}$  erreicht worden). Die komplexe Definition hätte also zu einem identischen Algorithmus der Inversion und zu identischen Rekonstruktionsergebnissen geführt.

#### Das Konvergenzverhalten von $U_{6\text{mm}}$ :

- Beim Probekörper  $U_{6\text{mm}}$  mit tiefer liegendem Defekt fiel der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes am tiefsten (im Vergleich zu den anderen Probekörpern), hellblaue Kurve in Abb. 5.15: der durchschnittliche Fehler von  $T_{25}$  lag bei 12 mK.
- Eine detaillierte Untersuchung zeigt, dass vor allem im mittleren, kontrastreichen Zeitintervall  $[200, 280]$  s der Temperaturabfall bei  $x = 6$  cm sehr gut approximiert war (mit einer Differenz von 5 mK, Abb. 5.18(a)).
- Ein weiteres Qualitätsmerkmal ist die örtliche Verteilung. Nach dem letzten Iterationsschritt war die Temperaturverteilung für den kontrastreichen Zeitpunkt  $t = 210$  s sehr gut (also sehr ähnlich zu den Messdaten), Abb. 5.18(b). Die Absolutwerte besaßen eine hohe Übereinstimmung mit den Messwerten für den gesamten Defektbereich (mit einer Differenz von ca. 5 mK). Um die obige Behauptung, dass die synthetischen Daten zufällig mit den besten simulierten Temperaturen übereinstimmen, zu belegen, sei hier die lila Kurve für den 10. Iterationsschritt betrachtet, Abb. 5.18(b). Die Übereinstimmung von simulierter Temperaturverteilung und synthetischen Daten war für ca.  $k = 10$  am besten, d. h. weder für  $k = 25$ , dem Schritt des simulierten Temperaturfeldes mit kleinstem durchschnittlichen Fehler, noch für  $k = 15$ , dem Schritt der rekonstruierten Rückwandgeometrie mit kleinstem durchschnittlichen Fehler, vgl. Abb. 5.15(a).



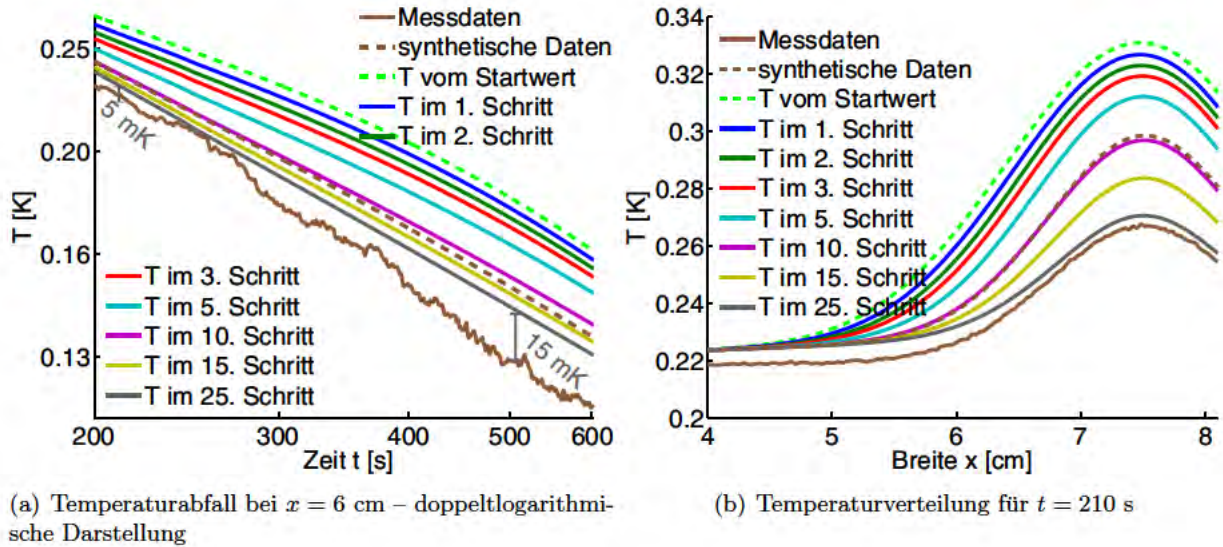


Abbildung 5.18: Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei U6mm

- Abbildung 5.19 zeigt, dass – wie erwartet – die exakte Geometrie eines tiefer liegenden Defektes, welchen der Probekörper U6mm besitzt, schwerer zu rekonstruieren war als z. B. die Geometrie des Defektes von U3mm. Am besten wurde die Rundung des Defektes von U6mm für  $k = 10$  abgebildet (lila Kurve in Abb. 5.19), auch wenn der Zahlenwert des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie für  $k = 15$  am kleinsten war, siehe Minimum der hellblauen Kurve in Abb. 5.15(a), siehe U3mm in Abb. 5.17.

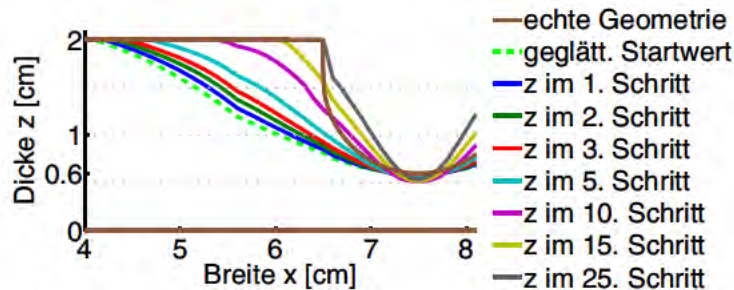


Abbildung 5.19: Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei U6mm

### Das Konvergenzverhalten von U3mm:

- Der Probekörper U3mm hat zwar einen oberflächennahen Defekt, aber er besitzt die stärkste und steilste Wanddickenänderung an der Defektkante. Bei starken Wanddickenänderungen treten starke laterale Wärme Flüsse auf, der Startwert war daher eine schlechte Approximation und damit hatte das zugehörige simulierte Temperaturfeld  $T_0$  den größten Fehler. Deswegen bestand bei U3mm die Hoffnung, dass die Iteration zu einem starken prozentualen Fall im durchschnittlichen Fehler des simulierten Temperaturfeldes und der rekonstruierten Rückwandgeometrie bringen könnte. Für das Temperaturfeld ist dies korrekt: Bei U3mm fiel der zugehörige durchschnittliche Fehler am stärksten (von allen Probekörpern); und zwar um 75% von 58 mK auf 15 mK, lila Kurve in Abb. 5.15(a). Ab dem 18. Iterationsschritt steigt der durchschnittliche Fehler des Temperaturfeldes.
- Am Beispiel des Temperaturabfalls am Punkt  $x = 6$  cm sieht man eine Zeitabhängigkeit: ab ca. dem 15. Iterationsschritt fiel der punktweise Fehler im ersten Zeitintervall, und stieg im



Zeitintervall  $[450, 600]$  s an bis zu 25 mK (bei  $T_{25}$ ), Abb. 5.20(a). Im ersten Zeitintervall kam es um den kontrastreichsten Zeitpunkt  $t = 70$  s sogar zu einem Übertreffen der Messdaten.

- Das Übertreffen der Messdaten kam nicht nur für  $x = 6$  cm vor, sondern in der gesamten Breite, graue Kurve in Abb. 5.20(b). Diese Charakteristiken der Temperaturverteilung  $T_{25}$  waren typisch für einen breiten und tief liegenden Defekt.

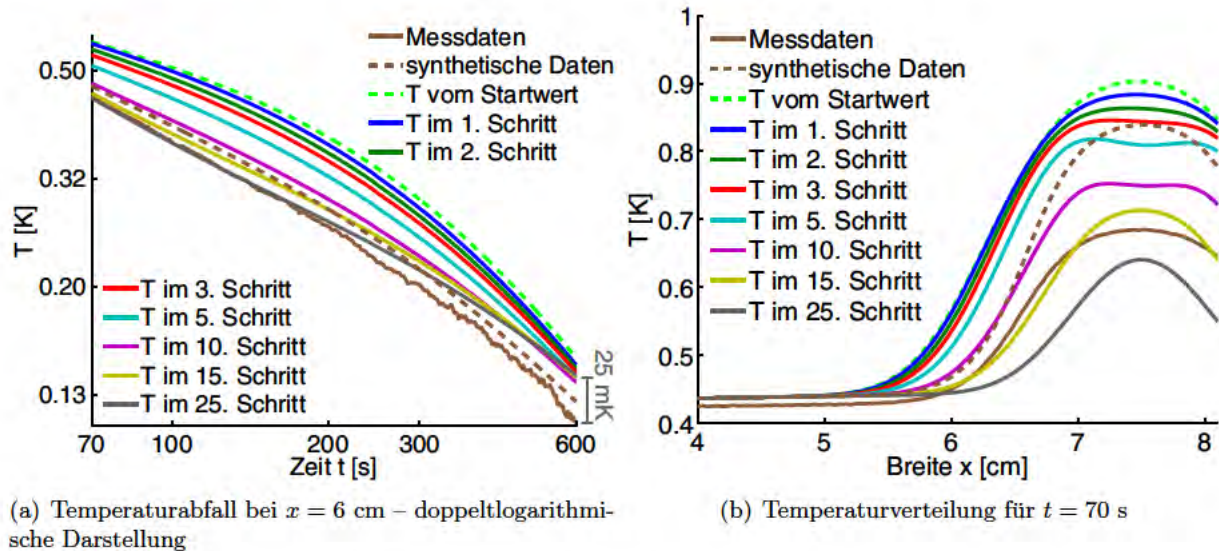


Abbildung 5.20: Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei 3mm

- Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie von 3mm verbesserte sich bis zum 17. Iterationsschritt und stagnierte dann. Die Iteration veränderte im Defektbereich  $x = [6.5, 8.5]$  cm den zufriedenstellenden Startwert auf ungleichmäßige Weise, Abb. 5.21. Während der Startwert im Defektbereich nahezu die identische Wanddicke von 2.8 mm angab, wurde der Defektbereich teilweise verdickt und im Defektzentrum bei  $x = 7.5$  cm verdünnt. Im 10. Iterationsschritt war die rekonstruierte Rückwandgeometrie im Defektbereich am welligsten.

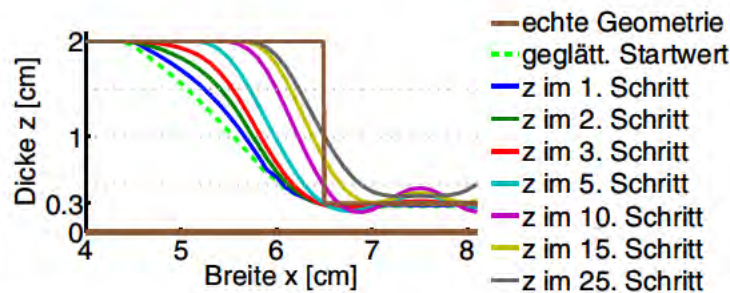


Abbildung 5.21: Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei 3mm

### Das Konvergenzverhalten von 6mm:

- Der Probekörper 6mm besaß einen tief liegenden Defekt mit scharfen Kanten und war daher schwer zu rekonstruieren; nicht nur für die Echo-defect-shape-Methode sondern auch mit Methoden wie der Levenberg-Marquardt-Methode, welche laterale Wärmeflüsse berücksichtigt. Der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes und rekonstruierten Rückwandgeometrie war im Vergleich mit den anderen Probekörpern hoch –



absolut und relativ zum Startwert –, aber dennoch unter 1 mm, gelbe Kurve in Abb. 5.15. Bei  $\sqcup 6\text{mm}$  stagnierte der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie früher als bei den drei bereits besprochenen Probekörpern, und zwar ab ca. dem 12. Iterationsschritt. Bei diesem Probekörper und den V-Profilen wurde die Inversion deshalb nur bis zum 15. Iterationsschritt durchgeführt.

- Wie bei dem anderen tief liegenden Defekt bei  $\sqcup 6\text{mm}$  war der Temperaturabfall für das Ende des Zeitintervalls auffällig schlecht, Abb. 5.22(a).
- Die Temperaturverteilung für den kontrastreichen Zeitpunkt zeigte keine Auffälligkeit, Abb. 5.22(b).

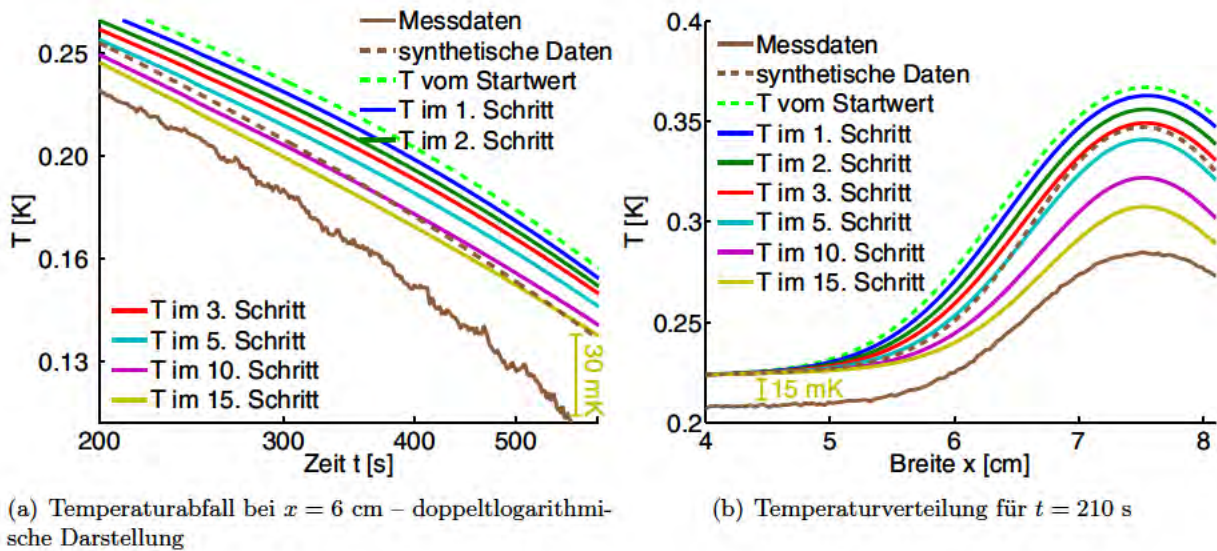


Abbildung 5.22: Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei  $\sqcup 6\text{mm}$

- Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie von  $\sqcup 6\text{mm}$  verbesserte sich bis zum 12. Iterationsschritt. Der Defekt war gut umrissen (Tiefe, Breite). Die exakte Defektform war grob erkennbar und zeigte daher die Grenzen der Levenberg-Marquardt-Methode, Abb. 5.23.

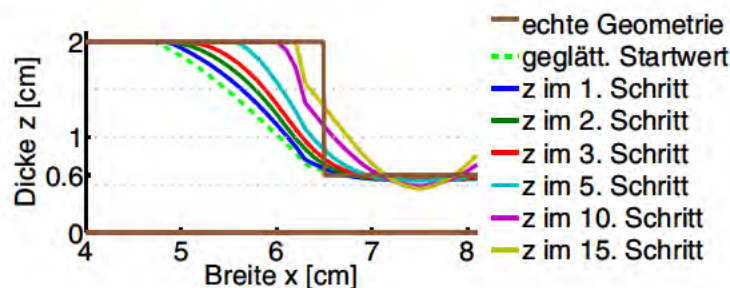


Abbildung 5.23: Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei  $\sqcup 6\text{mm}$

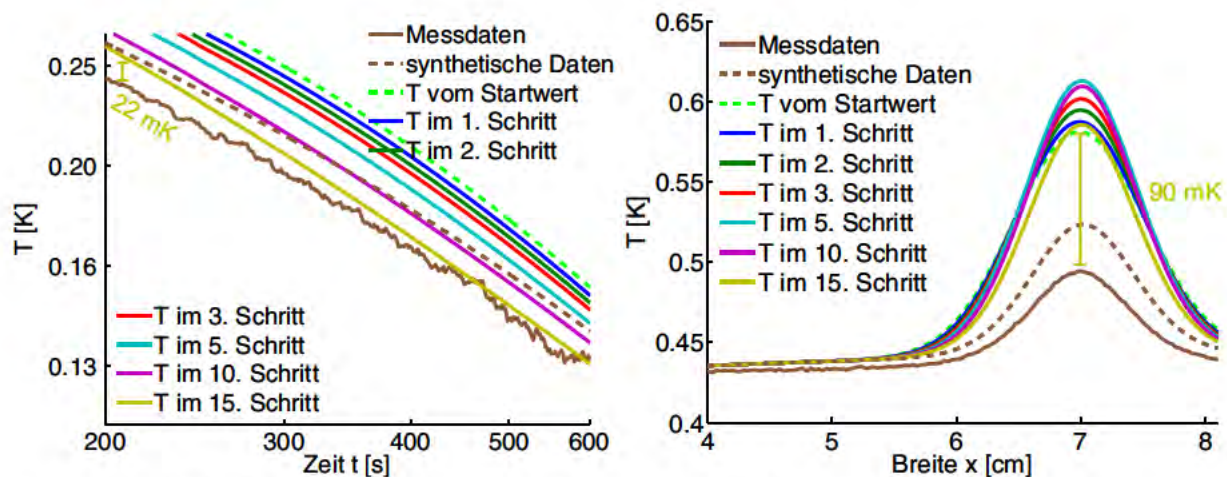
#### Das Konvergenzverhalten von $\nabla 90^\circ$ :

- Bei den V-Profilen gilt: Ab einer bestimmten Anzahl von Iterationsschritten stieg der durchschnittliche Fehler sehr deutlich – anstatt weiter zu fallen. Während der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeld von  $\nabla 90^\circ$  relativ gemäßigt anstieg, stieg der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie auffällig stark an, grüne



Kurve in Abb. 5.15. Wie bei den anderen Profilen konnte der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie in den ersten 7 Iterationsschritten am deutlichsten reduziert werden. Im Gegensatz zu den anderen Profilen, bei denen mindestens 25 Iterationsschritte ohne drastischen Anstieg des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie möglich waren, fällt auf, dass in den Iterationsschritten  $k = 7$  bis 15 dieser durchschnittliche Fehler bei den V-Profilen drastisch anstieg.

- Im Detail wurde der Temperaturabfall bei Breite  $x = 6$  cm deutlich verbessert, vor allem für späte Zeitpunkte, Abb. 5.24(a). Dies Verhalten gilt für alle Oberflächenpunkte, abgesehen von der Defektspitze bei  $x = 7$  cm inklusive einer fast 1 cm breiten Umgebung. Im Detail veränderte sich die Temperaturverteilung innerhalb der Iteration sehr breitenabhängig.
- Für die Defektspitze gab es zum kontrastreichen Zeitpunkt zuerst eine Entfernung von den Messdaten und dann wieder eine Annäherung, obgleich keine Verbesserung der 90 mK Differenz von  $T_0$  entstand, Abb. 5.24(b).



(a) Temperaturabfall bei  $x = 6$  cm – doppeltlogarithmische Darstellung

(b) Temperaturverteilung für  $t = 70$  s

Abbildung 5.24: Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei  $\nabla 90^\circ$

- Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie von  $\nabla 90^\circ$  fällt erst auf vorbildliche Weise. Dank des Diskrepanzwertes wurde die rekonstruierte Rückwandgeometrie des 8. Iterationsschrittes als Rekonstruktionsergebnis gewählt, d. h. bevor der zugehörige durchschnittliche Fehler anstieg, Abb. 5.25.

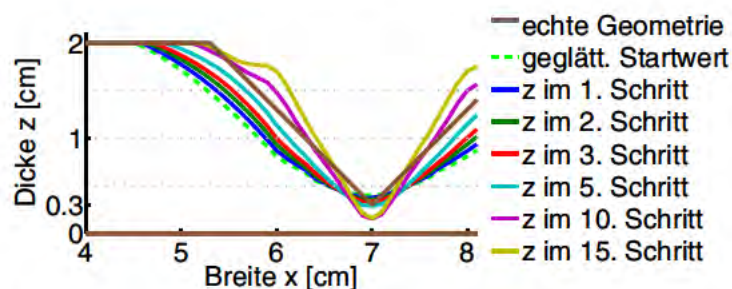


Abbildung 5.25: Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei  $\nabla 90^\circ$



### Das Konvergenzverhalten von $\nabla 120^\circ$ :

- Die Inversion bei  $\nabla 120^\circ$  sorgte erst für einen Abfall des durchschnittlichen Fehlers des simulierten Temperaturfeldes und der rekonstruierten Rückwandgeometrie bis zum ca. 6. Iterationsschritt und dann für einen auffälligen Anstieg, dunkelblaue Kurve in Abb. 5.15.
- Der Temperaturabfall im Detail bei  $\nabla 120^\circ$  zeigte ab  $k = 10$  eine Verschiebung der Kurve nach unten (niedrige Temperaturen) und nach rechts (späte Zeitpunkte), Abb. 5.26(a).
- Die niedrigen Temperaturen ab  $k = 10$  sind in der ganzen Breite zu sehen, Abb. 5.26(b). Das veranschaulicht, dass der zugehörige Defekt zu tief lag.

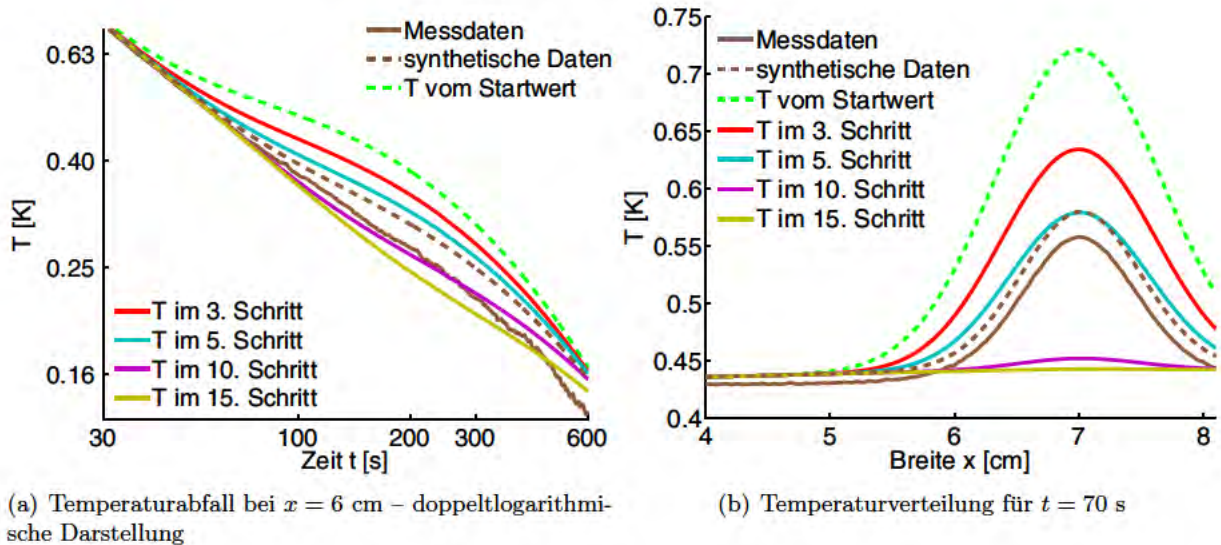


Abbildung 5.26: Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei  $\nabla 120^\circ$

- Die rekonstruierte Rückwandgeometrie wurde gut im 6. Iterationsschritt rekonstruiert, ab  $k = 10$  wurde die Dicke in der Rekonstruktion überbewertet, d. h. der Defekt lag sehr tief, Abb. 5.27. Die Konvergenzschwierigkeiten waren bei diesem Probekörper am auffälligsten, obwohl die Defektkanten am flachsten und die Defektbreite am größten von allen Probekörpern war und daher der Defekt am leichtesten rekonstruierbar hätte sein sollen. Die Ursache der Konvergenzschwierigkeit lag also nicht in den grundsätzlichen Grenzen, welche durch Diffusionsprozesse bereitet werden. Es lag nahe, dass die Glättung für die Divergenz mitverantwortlich war, Untersuchung der Glättung in Unterkapitel 5.3.3.

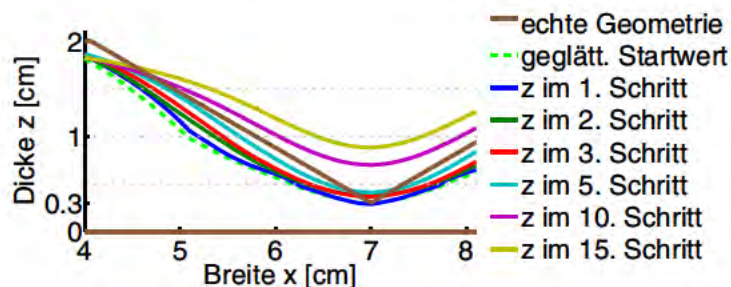


Abbildung 5.27: Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei  $\nabla 120^\circ$

**Ursache der Divergenz:** Nach der detaillierten Betrachtung der einzelnen Fälle von Konvergenzschwierigkeiten kommen wir auf die Ursachen zu sprechen: Die Glättung, welche notwendig war, und der Simulationsfehler. Diese Erklärung belegen die Untersuchungen der Folgen



der Glättung in Unterkapitel 5.3.3 und die Inversionsergebnisse für synthetische Daten in Unterkapitel 5.3.5.

### 5.3.3 Glättung der Rückwandgeometrie innerhalb der Iteration

Auf die rekonstruierte Rückwandgeometrie ( $k > 2$ ) wurde bei Bedarf und in Abhängigkeit der Defektbreite ein Gauss-Filter nach dem vierten *a priori* Wissen angewendet. Zur Wiederholung: Mit dem vierten *a priori* Wissen wurde die Inversion für einfache Defektgeometrien optimiert, d. h. dass man eine schlichte Rückwandgeometrie zu rekonstruieren erwartete, deren Restwandstärke zum Defektzentrum hin monoton abnimmt. Wenn diese Erwartung der Monotonie innerhalb der Iteration nicht erfüllt wurde, durfte die Rückwandgeometrie geglättet werden. Diese Glättung, welche speziell für die Inversionskonfiguration mit der Differenzenmethode notwendig war, entspricht einer zusätzlichen Regularisierung des Verfahrens.

Auf die berechnete Rückwandgeometrie ( $k > 2$ ) wurde ein Gauss-Filter (Tiefpassfilter) mit Standardabweichung von  $s = 40$  Werten (also 40 mm) auf eine variable Anzahl von benachbarten Werten angewandt. Wenn die Breite des berechneten Defektes größer als 6.5 cm war, wurde der Filter auf 15 benachbarte Werte angewandt (dies betraf nur  $\sqrt{120^\circ}$ ); für kleinere Defekte wurde der Filter auf 5 benachbarte Werte angewandt (also auf 15 bzw. 5 mm). Strukturen unter 5 mm können nicht rekonstruiert werden, da der Algorithmus unter Umständen eine Glättung vornimmt.

Ist diese Glättung grundsätzlich wirklich notwendig? Wie oft war die Glättung notwendig? Welchen Einfluss hatte die Glättung auf das Konvergenzverhalten der Iteration? Wieso wurde ein Parameter des Gauss-Filters in Abhängigkeit der Defektbreite gewählt? Welche Alternative gibt es, wenn eine Glättung vermieden werden soll? Diese Fragen werden in diesem Unterkapitel beantwortet.

**Notwendigkeit:** Ohne eine Glättung hätte die rekonstruierte Rückwandgeometrie von  $\sqrt{120^\circ}$  eine feinsellige Struktur entwickelt, welche sich in jedem Iterationsschritt verstärkt hätte, Abb. 5.28. Der durchschnittliche Fehler wäre in den ersten vier Iterationsschritten auf einen großen Fehler von ca. 0.7 mm gefallen und dann gestiegen, anstatt weiter auf ca. 0.3 mm zu fallen (minimaler Fehler bei Glättung). Die Inversion mit der Differenzenmethode war also nur mit Glättung (oder einer anderen Regularisierung, s.u.) erfolgreich.

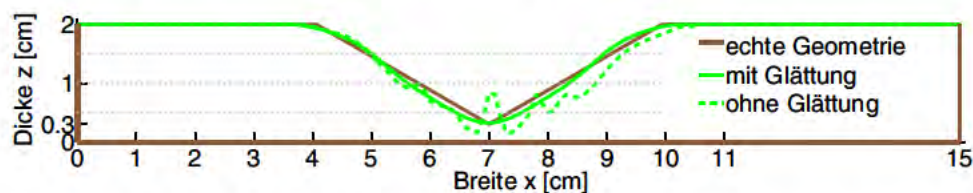
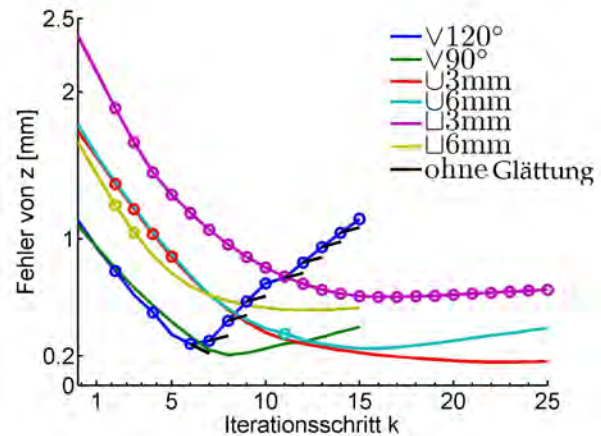


Abbildung 5.28: Auswirkung der Glättung – mit Standardabweichung von  $s = 40$  Werten (also 40 mm) auf 15 benachbarte Werte angewandt (wegen sehr großer Defektbreite) – bei  $\sqrt{120^\circ}$ : Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt

**Anwendungshäufigkeit:** Auch für den Probekörper  $\sqcup 3\text{mm}$  war die Monotonie der Materialdicke (zum Defektzentrum hin) in den meisten Iterationsschritten nicht gegeben und die rekonstruierte Rückwandgeometrie musste deshalb regelmäßig geglättet werden, siehe Kennzeichnung in Abb. 5.29. Für die vier anderen Probekörper musste nur vereinzelt geglättet werden.

**Einfluss auf die Divergenz:** Die Glättung war nicht alleinige Ursache der Divergenz. Die ungeglätteten rekonstruierten Rückwandgeometrien bei  $\nabla 120^\circ$  hatten zwar einen kleineren durchschnittlichen Fehler als die geglätteten rekonstruierten Rückwandgeometrien, aber der durchschnittliche Fehler wäre dennoch gestiegen. Dieser Anstieg wird durch die aufsteigenden, schwarzen Linien in Abb. 5.29 gekennzeichnet.



**Abbildung 5.29:** Anwendungshäufigkeit der Glättung (Kugeln) und Auswirkung des Weglassens der Glättung (schwarze Linien)

**Abhängigkeit der Parameter des Gauss-Filters von der Defektbreite:** Da ein Gauss-Filter auch gewollte, scharf rekonstruierte Kanten glättet, wurde die Größe des Filters, d. h. die Anzahl der benachbarten Werte, auf welche die Mittelung angewendet wird, abhängig von der Defektbreite des Startwertes gewählt. Da bei  $\nabla 120^\circ$  der Gauss-Filter auf  $n = 15$  benachbarte Werte angewandt wurde, was 15 mm entspricht (d. h. stark geglättet wurde) – anstatt auf  $n = 5$ , was 5 mm entspricht (d. h. schwach geglättet wurde) wie bei den anderen Probekörpern –, wird der Einfluss der Filtergröße auf das Konvergenzverhalten an diesem Probekörper untersucht. Beide Filtergrößen wurden angewendet und verglichen:

- Vorteil der starken Glättung: Während der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie sich ähnlich verhielt – Anfall in den ersten 6 Iterationsschritten auf ca. 0,3 mm, dann Anstieg –, fiel der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes schneller bei starker Glättung. Dadurch wurde der Diskrepanzwert für einen frühen Iterationsschritt erreicht, bevor sich die Konvergenzschwierigkeit der rekonstruierten Rückwandgeometrie entwickeln konnte, und das Rekonstruktionsergebnis für  $\nabla 120^\circ$  war damit deutlich besser als bei einer schwachen Glättung (auf  $n = 5$  Werte angewandt, was 5 mm entspricht).
- Die Nachteile der starken Glättung waren die undeutliche Rekonstruktion an der Defektspitze und der starke Anstieg des Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie nach dem 6. Iterationsschritt. Auch wenn die Ursache des Anstieges das Simulationsmodell war, wie in Unterkapitel 5.3.5 gezeigt wird, sorgte die Glättung bei  $\nabla 120^\circ$  für eine Verstärkung des auftretenden Anstieges.

Nichtsdestotrotz überwogen die Vorteile der starken Glättung vor den Nachteilen. Auch bei den anderen Probekörpern mit schmalere Defekt und steileren Defektkanten die starke Glättung anzuwenden war jedoch weder gerechtfertigt noch notwendig.

**Alternative:** Die Glättung der rekonstruierten Rückwandgeometrie entsprach einer zusätzlichen Regularisierung der Inversion. Glatte rekonstruierte Rückwandgeometrien hätten u. U. auch durch einen größeren Regularisierungsparameter der Levenberg-Marquardt-Methode erzeugt werden können. Der Abfall des zugehörigen durchschnittlichen Fehlers wäre damit aber deutlich langsamer gewesen. Dadurch wären mehr Iterationsschritte notwendig gewesen



und der Algorithmus wäre weniger zeiteffizient gewesen, mehr dazu in Unterkapitel 5.3.7. Für die leicht variierte, effizientere Inversionskonfiguration im folgenden Unterkapitel 5.3.4 war es möglich, die nötige Regularisierung allein durch den Regularisierungsparameter zu leisten.

**Zusammenfassung:** In diesem Unterkapitel wurde gezeigt, dass die Glättung grundsätzlich wirklich notwendig war, speziell bei  $\sqrt{120^\circ}$ . Die Glättung wurde hauptsächlich bei  $\sqrt{120^\circ}$  und  $\sqcup 3\text{mm}$  angewendet, d. h. bei den Probekörpern mit den stärksten Temperaturkontrasten. Ohne Glättung wären die Konvergenzschwierigkeiten für  $k > 6$  geringer gewesen (wenn auch andere Konvergenzschwierigkeiten aufgetreten wären – bei  $k < 6$ ). Bei Anwendung eines allgemein gültigen Diskrepanzprinzips war eine Größenabhängigkeit des Gauss-Filters hilfreich. Eine stärkere Regularisierung, als Alternative zu einer Anwendung des Gauss-Filters, war für diese Inversionskonfiguration zu zeitintensiv.

### 5.3.4 Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“

In diesem Unterkapitel wird eine leicht variierte Inversionskonfiguration der Levenberg-Marquardt-Methode, die „Broyden-Methode“, vorgestellt, welche an den sechs Nutprobekörpern zur 2D-Rekonstruktion angewendet wurde. Die Levenberg-Marquardt-Methode verbesserte die geglätteten Startwerte (des Kapitels 5.1), indem die Ableitung nur im 1. Iterationsschritt mit der zeitaufwendigen Differenzenmethode und in den folgenden Iterationsschritten mit der Broyden-Methode berechnet wurde. Diese Inversionskonfiguration stellte eine schnelle Alternative zur Inversionkonfiguration „Differenzenmethode“ dar (Kapitel 5.2), um wesentliche Aspekte der Inversion in den folgenden Kapiteln untersuchen zu können.

In dieser Anwendung war das Diskrepanzprinzip als Stoppkriterium ungeeignet; bessere Ergebnisse erhielt man, durch automatischen Abbruch der Iteration nach dem 6. Iterationsschritt. Die im 6. Iterationsschritt rekonstruierte Rückwandgeometrie bildete das Rekonstruktionsergebnis, Details dazu folgen. Die Inversionsparameter zeigt die Tabelle 5.4:

Parameter	Wert oder Methode
Abstand der Stützwerte	1 mm
Schwellwert für Echo-defect-shape-Methode	$C_0 = 0.07$
Gesplitteter Regularisierungsparameter für Levenberg-Marquardt-Methode	$\alpha = [40, 150, 40]$
Iteration beendet bei Iterationsschritt Nr.	6
Methode zur Berechnung der Ableitung	$k = 1$ : Differenzenmethode $k \geq 2$ : Broyden-Methode

**Tabelle 5.4:** Parameter der Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“

**Das *a priori* Wissen:** Eine Übersicht folgt in Tabelle 5.5:

<i>a priori</i> Wissen Nr.	Inhalt des <i>a priori</i> Wissens	Folgerung
Erstes	Die Materialdicke ist maximal 2 cm.	$z_k \leq 2$ cm
Zweites	Das Defektzentrum, d. h. die geringste Dicke, wird zuverlässig durch die Echo-defect-shape-Methode berechnet.	gesplittetes $\alpha$
Drittes	Wenn der Rand des Startwertes defektfrei ist, wird dies als zuverlässige Information über die reale Rückwandgeometrie angenommen.	Ableitung wird nur im Bereich $x = [2, 13]$ cm berechnet.

**Tabelle 5.5:** Das *a priori* Wissen für die Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“

Details zu dem *a priori* Wissen: Das vierte *a priori* Wissen der „Differenzenmethode“, dass die Rückwandgeometrie eine schlichte Form besitzt (siehe Tabelle 5.2), war bei der Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“ überflüssig. Denn die Anwendung der Broyden-Methode besaß einen regularisierenden Effekt [KNS08] auf die Inversion, so dass die rekonstruierten Rückwandgeometrien auch ohne zusätzliche Glättung eine schlichte Form besaßen. Die Regularisierung der Levenberg-Marquardt-Methode mit dem Regularisierungsparameter  $\alpha$  war nichtsdestotrotz notwendig, im Gegensatz zu dem Hinweis in [KNS08].

**Rekonstruktionsergebnisse:** Die Abbildungen 5.30-5.32 zeigen die reale, echte Geometrie und die rekonstruierte Rückwandgeometrie mittels der „Broyden-Methode“. Zum Vergleich ist die rekonstruierte Rückwandgeometrie des 6. Iterationsschrittes mit der „Differenzenmethode“ abgebildet, Kapitel 5.2.

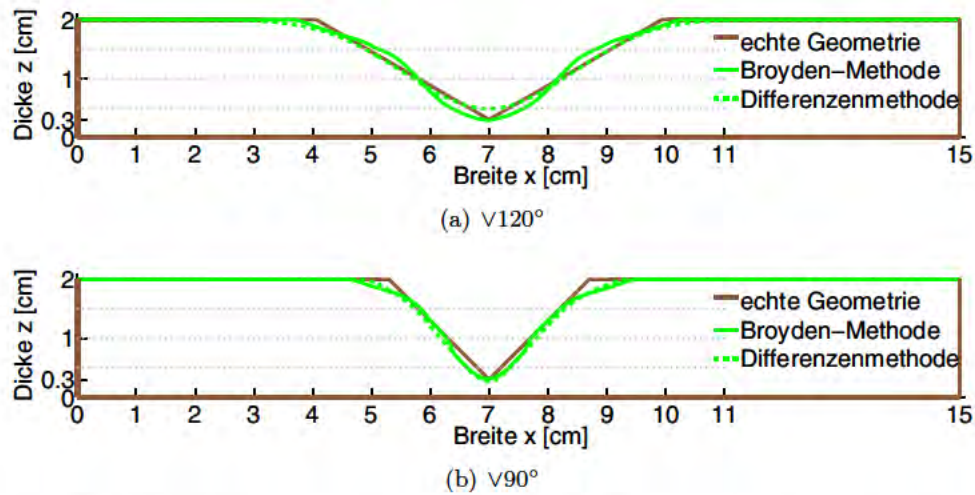


Abbildung 5.30: Rekonstruktionsergebnis für verschiedene Inversionskonfigurationen beim V-Profil

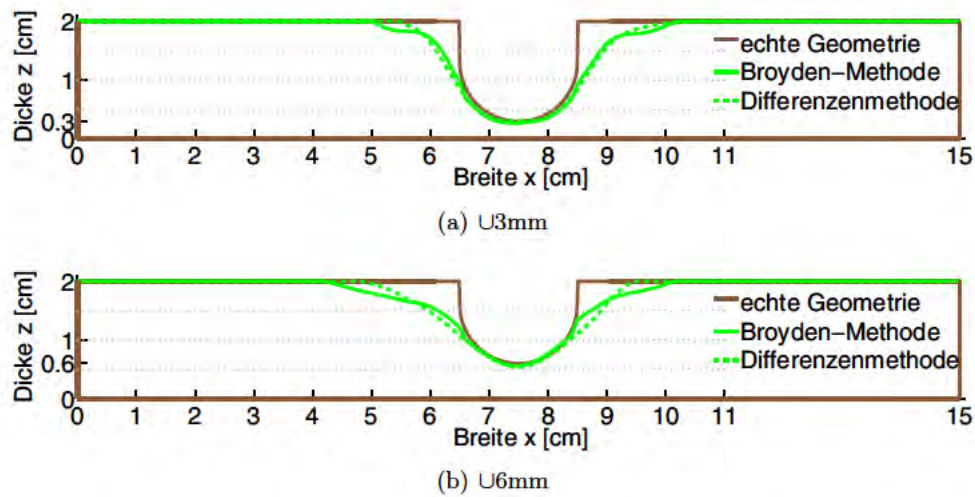


Abbildung 5.31: Rekonstruktionsergebnis für verschiedene Inversionskonfigurationen beim U-Profil

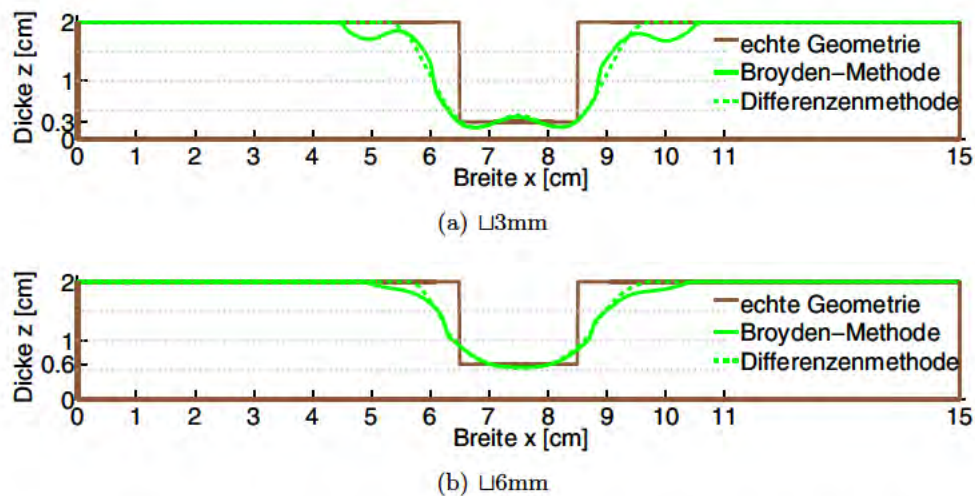


Abbildung 5.32: Rekonstruktion für verschiedene Inversionskonfigurationen beim Rechteckprofil

**Details zu dem Rekonstruktionsergebnis:** Die beiden rekonstruierten Rückwandgeometrien waren für alle Probekörper sehr ähnlich: die grobe Form der Defekte war ähnlich und die Referenzgebiete weitab der Defekte waren sauber rekonstruiert. Ein Unterschied ist in der Tiefeninformation in den Referenzgebieten an den Defektkanten zu sehen: Die approximative Version „Broyden-Methode“ war bei dicken Materialdicken an scharfen Defektkanten weniger präzise als die „Differenzenmethode“, Abb. 5.31 und 5.32, insbesondere bei  $x = 5$  cm Breite in Abb. 5.32(a). Die Defektform der rekonstruierten Rückwandgeometrie „Broyden-Methode“ war bei  $\vee 90^\circ$  und  $\cup 3\text{mm}$  sehr klar erkennbar, bei  $\vee 120^\circ$  und  $\cup 6\text{mm}$  gut erkennbar, und bei  $\sqcup 3\text{mm}$  und  $\sqcup 6\text{mm}$  grob erkennbar, ähnlich zur rekonstruierten Rückwandgeometrie „Differenzenmethode“.

**Durchschnittlicher Fehler:** Zur Übersicht sind in der folgenden Tabelle 5.6 für jeden Probekörper der maximale Fehler des Punktes und der durchschnittliche Fehler der Rekonstruktionen aus Abb. 5.30-5.32 gelistet. Das beste Ergebnis der „Broyden-Methode“ ist bei  $\vee 90^\circ$  mit einem durchschnittlichen Fehler von 0.27 mm hervorgehoben.

Probekörper	$\vee 120^\circ$	$\vee 90^\circ$	$\cup 3\text{mm}$	$\cup 6\text{mm}$	$\sqcup 3\text{mm}$	$\sqcup 6\text{mm}$	Ø
Fehler der Rekonstruktion (BM)							
max. Fehler für $z \geq 1$ cm [mm]	-1.64	2.37	9.25	7.01	16.31	10.70	7.33
max. Fehler für $z < 1$ cm [mm]	1.81	1.71	1.92	0.42	0.94	-3.10	0.62
Durchschnittlicher Fehler [mm]	0.40	0.27	0.76	0.79	1.37	0.84	0.74
Fehler der Rekonstruktion (DM)							
max. Fehler für $z \geq 1$ cm [mm]	1.52	2.17	10.13	8.4	15.81	10.14	8.03
max. Fehler für $z < 1$ cm [mm]	-1.83	1.75	1.60	0.58	-1.17	-3.16	-0.37
Durchschnittlicher Fehler [mm]	0.28	0.33	0.74	0.75	1.17	0.67	0.66
Iterationsschritt	6	6	6	6	6	6	6

**Tabelle 5.6:** Fehler der im 6. Iterationsschritt rekonstruierten Rückwandgeometrie der „Broyden-Methode“ (BM) im Vergleich mit der „Differenzenmethode“ – jeweils der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq 1$  cm bzw.  $z < 1$  cm) und der durchschnittliche Fehler mit Gl. (2.56) für die gesamte Breite

Insgesamt wurde der Fehler im Mittel von 1.63 mm auf 0.74 mm verbessert (hervorgehobene Werte in Tabelle 5.3 bzw. 5.6), d. h. um

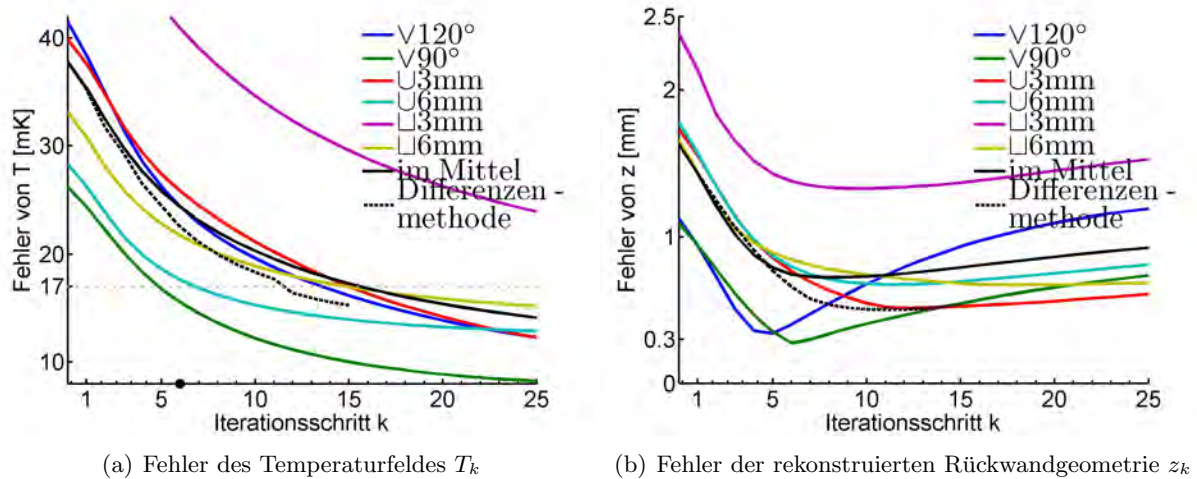
$$(1.63 - 0.74)/1.63 = 55\%. \quad (5.3)$$

Die Auswirkungen auf die rekonstruierte Rückwandgeometrie bei einem Fortschreiten der Iteration über den 6. Iterationsschritt hinaus sind im Folgenden beschrieben.

**Das Konvergenzverhalten des durchschnittlichen Fehlers:** Für alle Probekörper fiel der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes und der rekonstruierten Rückwandgeometrie vor allem in den ersten fünf Iterationsschritten sehr drastisch und im Mittel ähnlich wie bei der „Differenzenmethode“, schwarze Kurven in Abb. 5.33. Nach dem 5. Iterationsschritt traten die Unterschiede zutage: der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes von  $\vee 120^\circ$  und  $\sqcup 3\text{mm}$  fiel langsamer, und der Anstieg des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie begann früher; ab einem Schritt zwischen  $k = 5$  und  $k = 18$ , je nach Probekörper. Also trat nur die erste allgemeine Konvergenzschwierigkeit auf,



Abb. 5.14(c). Das Diskrepanzprinzip hätte bei  $\nabla 120^\circ$  zu einem Abbruch bei  $k = 14$  geführt, so dass der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie sehr hoch gewesen wäre. Außerdem wäre bei  $\square 3\text{mm}$  der durchschnittliche Fehler des simulierten Temperaturfeldes nicht einmal im 25. Iterationsschritt klein genug, dabei stieg der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie von  $\square 3\text{mm}$  schon ab dem 10. Iterationsschritt.



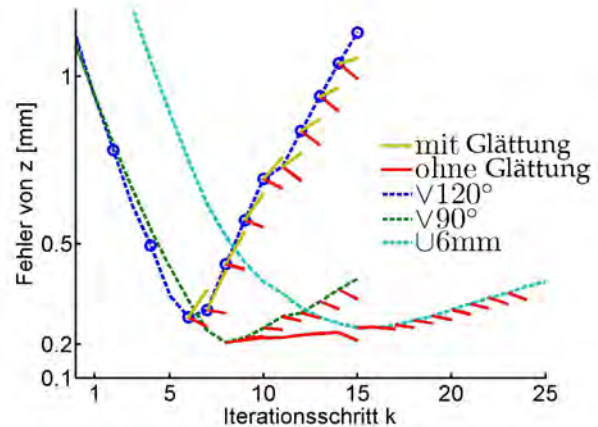
**Abbildung 5.33:** Konvergenzverhalten der Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“

**Inversionsdauer:** Die Inversionsdauer war trotz der Anwendung der Broyden-Methode – gemessen an industriellen Taktzeiten – noch sehr zeitintensiv. Die Inversion und die zugehörigen Simulationen wurden auf einem PC mit acht Doppelkernen mit 2.4 GHz Taktfrequenz durchgeführt. COMSOL rechnete parallel auf den acht Doppelkernen. Unabhängig von der Defektgeometrie lag die Inversionsdauer für einen 2D-Probekörper mit einem 1 mm Raster mit der Levenberg-Marquardt-Methode als Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“ bei circa 9 Stunden. Im ersten Iterationsschritt wurden für die Ableitungsmatrix „infinitesimale“ Änderungen für eine Breite von 11 cm durchgeführt; es musste also 110-mal simuliert werden. Außerdem wurde in jedem Iterationsschritt das Temperaturfeld berechnet. Bei 6 Iterationsschritten wurde also insgesamt 116-mal simuliert: Bei einer Simulationsdauer von z.B. 4.7 min dauerte die Iteration also ca. 9 Stunden.

### 5.3.5 Auswertung von synthetischen Daten

Es wurde gezeigt, dass die Glättung der rekonstruierten Rückwandgeometrie innerhalb der Iteration für eine Verstärkung der Konvergenzschwierigkeiten sorgt. In diesem Kapitel wird die Ursache der Konvergenzschwierigkeit weiter untersucht. Dafür wurden die Iterationen für synthetische Daten anstatt für Messdaten wiederholt. Das zeigt, ob die Ursachen der Konvergenzschwierigkeiten in der eingeschränkten Simulationsgenauigkeit lagen, d.h. an der Machbarkeit, mit der FEM-Berechnung das reale Experiment zu simulieren. Zuerst wurden dafür einige Stichproben mit der zeitaufwendigen Inversionskonfiguration „Differenzenmethode“ durchgeführt, dann für alle Probekörper mit der zeiteffizienten Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“.

**Synthetische Daten bei der „Differenzenmethode“:** Für die drei Probekörper, bei denen der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie am stärksten anstieg, wurden einzelne, isolierte Iterationsschritte für synthetische Daten wiederholt. Die zugehörige Änderung des durchschnittlichen Fehlers wird in Abbildung 5.34 durch kurze Linien beschrieben. Die gestrichelten Kurven gehören zu der Auswertung von Messdaten und sind identisch mit den Kurven in Abb. 5.15(b). Die Farbe der kurzen Linien signalisiert, ob der durchschnittliche Fehler der geglätteten rekonstruierten Rückwandgeometrie (Gauss-Filter) oder der ungeglätteten rekonstruierten Rückwandgeometrie betrachtet wurde. Die geglätteten rekonstruierten Rückwandgeometrien (gelbe Linien) haben einen größeren Fehler als die ungeglätteten rekonstruierten Rückwandgeometrien (rote Linien). Dass das Simulationsmodell eine der Ursachen für den Anstieg des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie war, sieht man an dem Abfall für synthetische Daten: die roten Linien fallen. Dass das Simulationsmodell nicht die alleinige Ursache war, zeigt der Anstieg bei einer Anwendung der Glättung für die gleichen, eingekreisten Iterationsschritte der Messdatenauswertung. Zusammenfassend wurde also gezeigt:



**Abbildung 5.34:** Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie bei Stichproben-Auswertung von synthetischen Daten mit und ohne Glättung der rekonstruierten Rückwandgeometrie (Gauss-Filter)

- Das Simulationsmodell konnte einen Anstieg des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie verursachen (vgl. den Abfall bei synthetischen Daten, rote Linien an  $\nabla 90^\circ$  und  $\cup 6\text{mm}$  in Abb. 5.34).
- Die Glättung konnte einen Anstieg des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie verursachen (Anstieg mit Glättung, gelbe Linien, und Abfall ohne Glättung, rote Linien an  $\nabla 120^\circ$  in Abb. 5.34).
- Im Falle von auftretendem Anstieg des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie konnte das Simulationsmodell alleinige Ursache sein (Anstieg auch für synthetische Daten, gelbe Linien in Abb. 5.34).
- Im Falle von auftretendem Anstieg des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie war die Glättung nicht alleinige Ursache (Anstieg auch ohne Glättung, schwarze Linien in Abb. 5.29).

Um das langfristige Verhalten bei einer iterativen Auswertung von synthetischen Daten zu untersuchen, wurde der Probekörper  $\nabla 90^\circ$  gewählt, bei welchem der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie besonders früh anstieg (für Messdaten) und welcher andererseits eine zügige Ableitungsberechnung wegen seiner schmalen Defektgeometrie erlaubte. Die 7-fache Iteration wurde mit der rekonstruierten Rückwandgeometrie des prekären 8. Iterationsschrittes begonnen (siehe Abb. 5.15(b) oder 5.34); das so entstandene Konvergenzverhalten konnte als stationär beschrieben werden, lange rote Linie in Abb. 5.34. Die rekonstruierte Rückwandgeometrie im letzten Iterationsschritt der synthetischen Daten war deutlich besser als die rekonstruierte Rückwandgeometrie im zugehörigen 15. Iterationsschritt der Messdaten, Abb. 5.35. Auch der durchschnittliche Fehler des zugehörigen simulierten Temperaturfeldes von



$\sqrt{90^\circ}$  fiel für die synthetischen Daten in jedem Iterationsschritt auf einen Fehler von 4 mK (anstatt 14 mK für Messdaten).

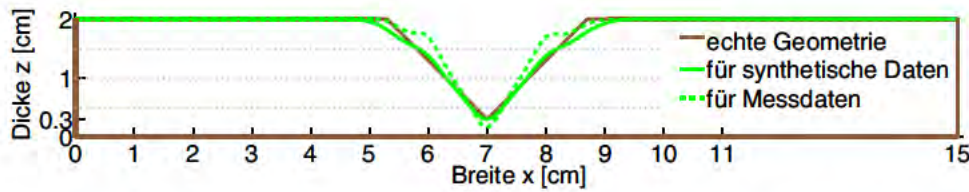


Abbildung 5.35: Konvergenzschwierigkeiten aufgehoben:  $\sqrt{90^\circ}$  im 15. Iterationsschritt

**Synthetische Daten bei der „Broyden-Methode“:** Es wird nun die rekonstruierte Rückwandgeometrie im 30. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ ausgewertet. Die Startwerte waren identisch wie bei der Auswertung der Messdaten, um diesen Einfluss zu unterbinden. Die Inversion für synthetische Daten zeigt in drei Aspekten eine Verbesserung: (1) stärkerer Abfall und kein Anstieg des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie, (2) höhere Schranke für die Bestimmung der Dicke und (3) verbesserte, rekonstruierte Form des Defektes, d. h. speziell scharfe Kanten bei tief liegenden Defekten. Diese drei Aspekte werden im Folgenden veranschaulicht.

- **Konvergenz:** Mit Messdaten traten bei allen Probekörpern spätestens im 18. Iterationsschritt deutliche Konvergenzschwierigkeiten auf: der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie stieg stark an.

In Abbildung 5.36 sieht man – beispielhaft bei drei Probekörpern – das Konvergenzverhalten für synthetische Daten (durchgezogene Kurven) und für Messdaten (gestrichelte Kurven, identisch mit den Kurven in Abb. 5.33(b)). Bei der Iteration für synthetische Daten fiel der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie ohne wieder anzusteigen. Die Verwendung von synthetischen Daten verbesserte das Konvergenzverhalten für alle Probekörper erheblich. Dennoch ist kein Abfall des Fehlers auf Null zu erwarten, denn bei der Regularisierung der Pseudo-Inversen gehen in jedem Iterationsschritt Informationen verloren. Dies erklärt die Stagnation des Abfalles bei Probekörper  $\sqrt{120^\circ}$  für  $k = 15, \dots, 30$ , dunkelblaue Kurve in Abb. 5.36. In Abbildung 5.37 sieht man das Rekonstruktionsergebnis für synthetische Daten und für Messdaten im 30. Iterationsschritt bei  $\sqrt{120^\circ}$ . Die Ergebnisse unterscheiden sich deutlich.

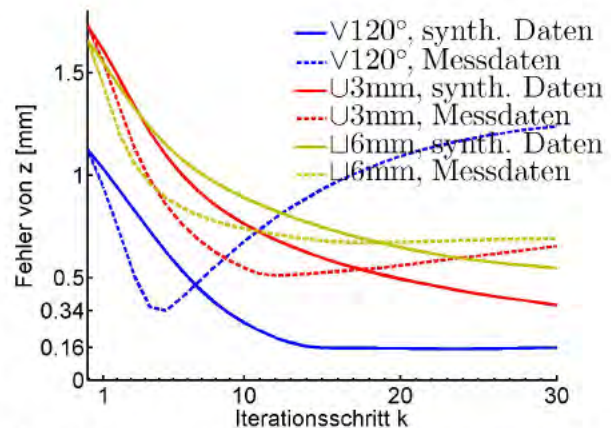


Abbildung 5.36: Konvergenzverhalten für synthetische Daten bzw. für Messdaten

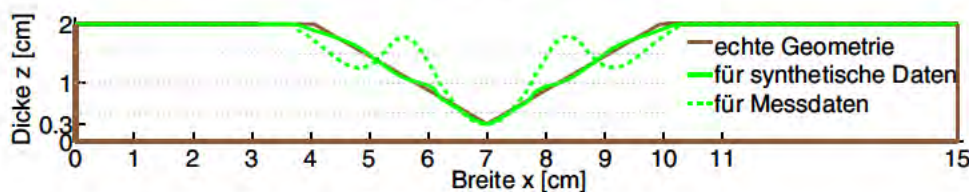
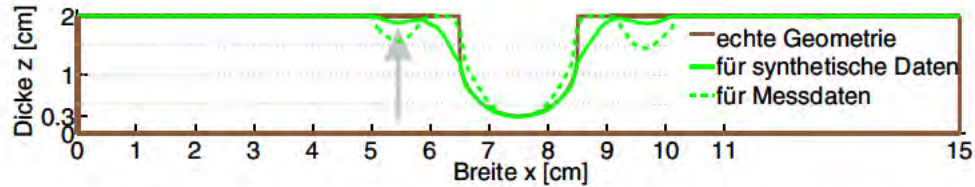


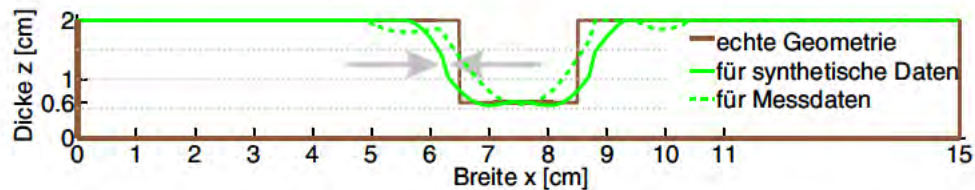
Abbildung 5.37: Rekonstruktion für synthetische Daten bei  $\sqrt{120^\circ}$



- **Schranke für die Bestimmung der Dicke:** Beispielhaft wird in Abbildung 5.38 die höhere Schranke für die Bestimmung der Dicke am Probekörper  $\cup 3\text{mm}$  gezeigt. Der Pfeil weist auf den zugehörigen Bereich für synthetische Daten hin. Die annähernd exakte Formtreue wurde bis zu einer Tiefe von ca.  $z = 12.5\text{ mm}$  erreicht. Ferner wurde für synthetische Daten das gesamte Referenzgebiet gut rekonstruiert.

Abbildung 5.38: Rekonstruktion für synthetische Daten bei  $\cup 3\text{mm}$ 

- **Defektform (scharfe Kanten):** Beispielhaft wird in Abbildung 5.39 die verbesserte, rekonstruierte Form des Defektes am Probekörper  $\sqcup 6\text{mm}$  gezeigt. Die Steigung der Defektkante wurde für synthetische Daten wesentlich besser rekonstruiert als für Messdaten, siehe Pfeile. Dennoch ist eine deutliche Abweichung ab der Tiefe  $z = 0.8\text{ mm}$  zu erkennen.

Abbildung 5.39: Rekonstruktion für synthetische Daten bei  $\sqcup 6\text{mm}$ 

**Durchschnittlicher Fehler:** Durch das verbesserte Konvergenzverhalten wurden kleinere durchschnittliche Fehler erzielt als mit Messdaten. Der durchschnittliche Fehler im 30. Iterationsschritt ist in Tabelle 5.7 zu sehen.

Probekörper	$\vee 120^\circ$	$\vee 90^\circ$	$\cup 3\text{mm}$	$\cup 6\text{mm}$	$\sqcup 3\text{mm}$	$\sqcup 6\text{mm}$	$\emptyset$
Für synthetische Daten							
max. Fehler für $z \geq 1\text{ cm}$ [mm]	0.97	3.05	6.45	5.73	14.73	10.84	6.96
max. Fehler für $z < 1\text{ cm}$ [mm]	-0.83	0.62	0.54	-0.41	-1.14	-2.05	-0.54
Durchschnittlicher Fehler [mm]	0.16	0.34	0.37	0.53	1.06	0.55	0.50
Für Messdaten							
max. Fehler für $z \geq 1\text{ cm}$ [mm]	-7.24	-6.52	5.49	-3.97	11.72	5.01	0.75
max. Fehler für $z < 1\text{ cm}$ [mm]	-7.23	-2.57	-3.15	-3.84	-3.8	-7.8	-4.73
Durchschnittlicher Fehler [mm]	1.24	0.79	0.65	0.85	1.57	0.69	0.97
Iterationsschritt	30	30	30	30	30	30	30

**Tabelle 5.7:** Fehler der im 30. Iterationsschritt rekonstruierten Rückwandgeometrie bei einer Auswertung der synthetischen Daten und der Messdaten (beide Male mit der „Broyden-Methode“) – jeweils der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq 1\text{ cm}$  bzw.  $z < 1\text{ cm}$ ) und der durchschnittliche Fehler mit Gl. (2.56) für die gesamte Breite.

Den kleinsten durchschnittlichen Fehler von 0.16 mm besaß  $z_{30}$  von  $\vee 120^\circ$  (hervorgehoben). Im Mittel halbierte sich fast der durchschnittliche Fehler von 0.97 mm auf 0.50 mm. Ferner wird der



maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq 1$  cm bzw.  $z < 1$  cm) gelistet. Mit synthetischen Daten fiel der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie auf minimal 0.15 mm ( $z_{23}$  bei  $\sqrt{120^\circ}$ ). Das sind 0.8% der gesamten Materialdicke von 2 cm. Zum Vergleich: Mit Messdaten fiel der Fehler auf minimal 0.21 mm („Differenzenmethode“) bzw. 0.27 mm („Broyden-Methode“), d. h. auf ca. 1.1-1.4% der gesamten Materialdicke.

**Additiver Rauschanteil:** Ferner wurden synthetische Daten mit einem additiven, experimentell gewonnenen Rauschen unterlegt, welches auf einem PVC-Probekörper mit konstanter Raumtemperatur aufgenommen wurde. Da an diesen experimentellen Daten die identischen Mittelungen wie an den Messdaten der Nutprobekörper durchgeführt wurden, sollte die Rausch-Standardabweichung im Ort bei ca. 0.2 mK liegen, vgl. Tabelle 3.10 (Schwarzkörperstrahler). Aufgrund der inhomogenen Oberflächenbeschaffenheit und des inhomogenen Emissionsgrades lag die Rausch-Standardabweichung im Ort bei ca. 0.9 mK (maximale Amplituden lagen unter 6 mK). In Tabelle 5.8 sieht man, dass das Rekonstruktionsergebnis bei der Auswertung der verrauschten synthetischen Daten bei allen Probekörpern nahezu identisch war mit dem Ergebnis für synthetische Daten ohne Rauschen, vgl. Tabelle 5.7.

Probekörper	$\sqrt{120^\circ}$	$\sqrt{90^\circ}$	U3mm	U6mm	U3mm	U6mm	Ø
Für verrauschte synthetische Daten							
max. Fehler für $z \geq 1$ cm [mm]	0.97	3.11	6.46	5.70	14.73	10.84	6.97
max. Fehler für $z < 1$ cm [mm]	-0.83	-0.62	0.54	-0.41	-1.14	-2.05	-0.75
Durchschnittlicher Fehler [mm]	0.16	0.35	0.37	0.52	1.06	0.55	0.50
Iterationsschritt	30	30	30	30	30	30	30

**Tabelle 5.8:** Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie bei einer Auswertung für verrauschte synthetische Daten (mit ca. 0.9 mK Rausch-Standardabweichung).

Es gab nur sehr geringfügige Veränderungen: In einem Fall war das Ergebnis für verrauschte synthetische Daten unwesentlich schlechter; im anderen Fall unwesentlich besser (hervorgehobene Fehler in Tabelle 5.8). Der Unterschied der synthetischen Daten zu den Messdaten bestand also aus weit mehr als einem additiven, temperaturunabhängigen Rauschen.

**Zusammenfassung:** In diesem Unterkapitel wurde mittels synthetischer Daten gezeigt, dass die eingeschränkte Simulationsgenauigkeit (vor allem im Zusammenhang mit Glättungen der rekonstruierten Rückwandgeometrie) die Ursache für drei problematische Aspekte bei der Auswertung von Messdaten war: (1) Konvergenzschwierigkeiten, (2) eine auffallende Schranke für die Bestimmung der Dicke und (3) eine besondere Undeutlichkeit bei scharfen Defektkanten in der Rückwandrekonstruktion. Es wurde auch gezeigt, dass der mittels synthetischer Daten erzeugte Fehler um etwa halb so groß war wie der mit experimentellen Daten verursachter Fehler.

Das gilt auch im Fall von einem additiven Rauschanteil, dessen Amplitude der gemessenen Rauschamplitude der gemittelten experimentellen Daten entspricht. Es wurde gezeigt, dass der Unterschied zwischen Simulation und Experiment nicht durch ein additives, temperaturabhängiges Rauschen zu beschreiben war. Daraus folgt, dass – zumindest für die hier vorliegenden Rauschamplituden – der Effekt des systematischen Fehlers auf den Fehler des Rekonstruktionsergebnisses gegenüber den Effekt des Rauschens überwiegt. Es ist natürlich zu erwarten, dass bei höheren Rauschamplituden auch ein Fehlereinfluss auf das Rekonstruktionsergebnis generiert wird, welcher dem systematischen Fehlereinfluss nahe kommt. Ferner ist zu erwarten, dass höhere Rauschamplituden die Rekonstruktionsgenauigkeit der sehr tiefen Profilbereiche deutlich beeinflussen.

### 5.3.6 Sensitivitätsanalyse Teil 1: Ableitungsmatrix

Die Sensitivität, d. h. die Ableitungsmatrix, welche als „Temperaturfeldänderung / Geometrieänderung“ definiert ist, bestimmt grundlegend die Geometrieänderung je Iterationsschritt. Im ersten Teil dieses Unterkapitels wird die Ableitungsmatrix für den Startwert analysiert. Es werden zwei unterschiedliche Möglichkeiten gezeigt, den Schwierigkeitsgrad der zu rekonstruierenden Rückwandgeometrie anhand der Ableitungsmatrix einzuschätzen (Ranking-Verfahren). Im zweiten Teil wird die Ableitungsmatrix für Geometrien weiterer Iterationsschritte analysiert. Unter anderem zeigt das, wie gut die approximative Broyden-Methode die Differenzenmethode ersetzt.

**Größe der Matrix:** Da nur das Temperaturfeld des Zeitintervalls  $[10, 600]$  s in die Iteration eingeht, braucht auch die Ableitungsmatrix nur für dieses Zeitintervall betrachtet zu werden. Damit haben wir Temperaturinformationen von 591 Zeitpunkten und von 475 Pixeln. Die Auflösung der Oberfläche für die Materialdickeninformation ist auf 151 Werte (auf einer Linie) verteilt. Damit besaß die Matrix der Ableitungsmatrix  $591 \cdot 475 \approx 3 \cdot 10^5$  Zeilen und 151 Spalten.

**Ableitungsmatrix im ersten Iterationsschritt:** Als Beispiel wird in Abbildung 5.40 die Ableitungsmatrix für den Startwert von  $\sqcup 3\text{mm}$  betrachtet. In Abbildung 5.40(a) sieht man die vollständige Matrix und in Abbildung 5.40(b) einen mittigen Ausschnitt.

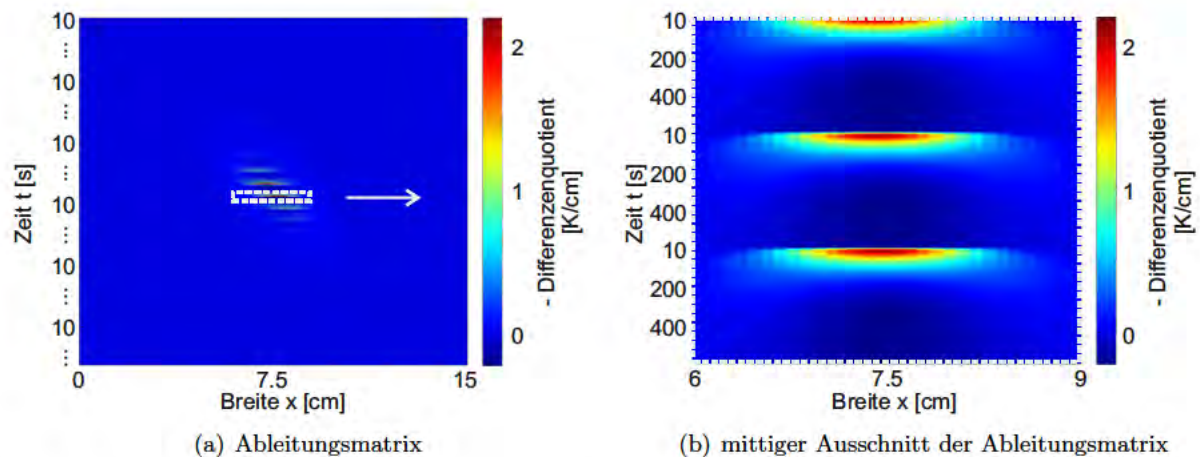


Abbildung 5.40: Probekörpers  $\sqcup 3\text{mm}$ : Ableitungsmatrix (mit der Differenzenmethode berechnet) für die geglättete Start-Rückwandgeometrie

Dabei sind folgende Eigenheiten beobachtbar und im Einklang mit dem physikalischen Hintergrund:

- In Abbildung 5.40(a) sieht man, dass die Ableitungsmatrix (mit der Differenzenmethode berechnet) nur für die mittleren Spalten bei Breite ca.  $x = 7.5$  cm von Null (blau) verschieden war. Das ist im Einklang mit dem physikalischen Hintergrund. Die Änderungen im vorderseitigen Temperaturabfall fallen geringer aus, je dicker die Stelle der Start-Rückwandgeometrie ist, an welcher die infinitesimale Geometrieänderung vorgenommen wird (wegen Diffusion in senkrechter Richtung). Der Startwert war nämlich dick abgesehen in der Mitte der Probe, vgl. Abb. 5.8(a).
- In Abbildung 5.40(a) sieht man, dass auch die Zeilen der mittleren Spalten im oberen und unteren Drittel Null waren. Das ist im Einklang mit dem physikalischen Hintergrund.



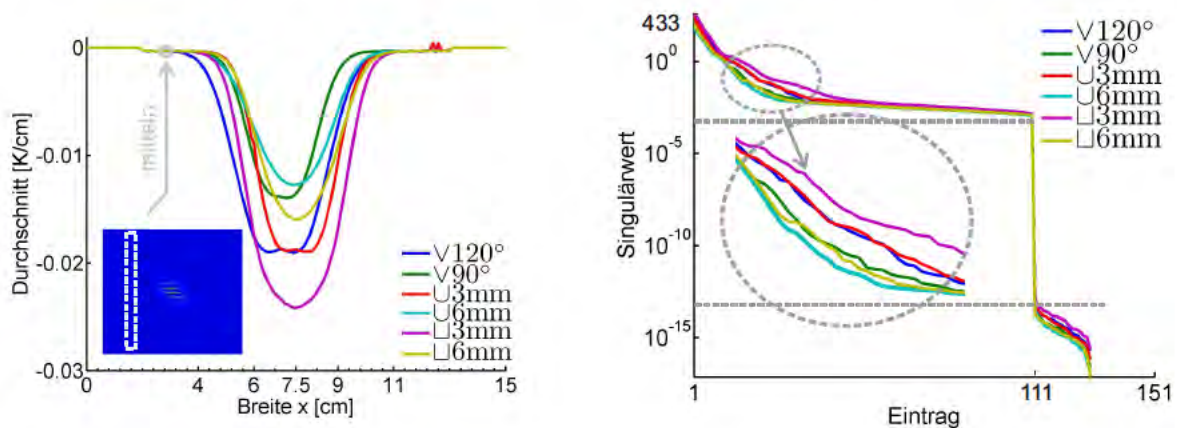
Eine Geometrieänderung in der Mitte erzeugt wenig Änderung im Temperaturabfall an den Probenrändern (wegen Diffusion in lateraler Richtung).

- In Abbildung 5.40(b) sieht den mittigen Ausschnitt für 3 cm Breite und für Zeitinformationen von 3 Pixel bei Breite 7.47, 7.5, und 7.53 cm. Auch hier waren viele Zeilen nahe Null. Das ist im Einklang mit dem physikalischen Hintergrund. Für infinitesimale Änderungen an einem oberflächennahen Defekt ergeben sich vor allem Änderungen im Temperaturabfall für frühe Zeitpunkte (rote Einträge).

Also spiegelte die Ableitungsmatrix den physikalischen Hintergrund wider. Das zeigt, dass die Definition der infinitesimalen Änderung und die Simulationsparameter, insbesondere der Gittergröße, sinnvoll gewählt worden sind.

**Dünnbesetztheit:** Die Matrix kann als dünnbesetzt bezeichnet werden, da der Prozentsatz von Einträgen, welche betraglich kleiner als  $10^{-3}$  war, über 80% lag. Da der Differenzenquotient für eine  $10^{-2}$  cm Änderung durchgeführt wurde, korrespondieren diese Einträge für Temperaturabweichungen unter  $10^{-5}$  K, denn es gilt „Ableitungsmatrix = Temperaturfeldänderung / Geometrieänderung“. Algorithmen, welche die Dünnbesetztheit der Sensitivität für eine bessere Effizienz und eine höhere Speicherkapazität ausnutzen, sollten bei einer Erhöhung der Stützwerteanzahl oder einer Verlängerung des Zeitintervalls berücksichtigt werden. In dieser Arbeit war eine solche Optimierung nicht notwendig.

**Erstes Ranking-Verfahren über den (spaltenweisen) Durchschnitt:** Die erste Möglichkeit, den Schwierigkeitsgrad der zu rekonstruierenden Rückwandgeometrie einzuschätzen, war eine Mittelung der Ableitungsmatrix. In Abbildung 5.41(a) sieht man die spaltenweise gemittelte Ableitungsmatrix von  $\square 3\text{mm}$  als lila Kurve. Damit ist die Zugehörigkeit zu der Start-Rückwandgeometrie anschaulicher als bei der Matrixabbildung. Auch die gemittelten Ableitungsmatrizen für die anderen Probekörper sind zu sehen und zu vergleichen.



(a) Durchschnitt der Ableitungsmatrix je Spalte (mit der (b) Singulärwerte der Ableitungsmatrix (mit der Differenzenmethode berechnet)

**Abbildung 5.41:** Zwei Analysemethoden der Ableitungsmatrix für den geglätteten Startwert als mögliche Ranking-Verfahren für den Schwierigkeitsgrad, die zugehörigen Geometrien zu rekonstruieren: (a) spaltenweiser Durchschnitt und (b) Singulärwerte

- Der Probekörper  $\square 3\text{mm}$  (lila Kurve) besaß die höchste Sensitivität. Der Grund ist, dass dieser Probekörper für das größte Breitenintervall die Wanddicke 3 mm besitzt („dünnste Fehlstelle“).

- Der Probekörper  $\vee 120^\circ$  (blaue Kurve) hatte auch eine hohe Sensitivität. Dies ist überraschend, da der Defekt nur punktwise die Dicke 3 mm besitzt (anstatt für eine Breite von 2 cm). Die starke Breite des Defektes wog die V-Form auf. Die Sensitivität von  $\vee 120^\circ$  ist vergleichbar mit der von  $\cup 3\text{mm}$  (rote Kurve).
- Der Probekörper  $\cup 3\text{mm}$  (rote Kurve) hatte einen auffälligen Ausschlag bei  $x = 13\text{ cm}$ , welcher die Abhängigkeit der Simulation vom angewendeten Gitter zeigt. Für ein feineres Gitter, stärkere Gitterparameter oder einer größeren infinitesimalen Änderung in der Geometrie wäre eine solche Unregelmäßigkeit zwar unwahrscheinlicher, man würde jedoch Nachteile in Kauf nehmen, wie größerer Rechenaufwand bzw. ungenauere Matrixeinträge. Die hier gezeigte Auffälligkeit war dank der wohl definierten Gitter- und Ableitungsparameter vernachlässigbar.
- Der Probekörper  $\cup 6\text{mm}$  (hellblaue Kurve) hatte die kleinste Sensitivität.

Der Vergleich der Kurven in Abb. 5.41(a) ermöglicht eine Abschätzung des Schwierigkeitsgrades, die zugehörige Geometrie für eine bestimmte Breite zu rekonstruieren. Die Vermutung liegt nahe, dass die Wanddicke schwerer zu rekonstruieren ist, wenn die Sensitivität gering ist (betraglich). Damit ist vermutlich die Wanddicke für  $\cup 6\text{mm}$  am schwersten rekonstruierbar, vor allem an den Defekträndern. Generell gilt: Je tiefer und schmaler ein Defekt, desto schwerer ist der Defekt detektierbar. Mit der Sensitivitätsstärke war dafür ein konkretes Maß gegeben: große Einträge in der Ableitungsmatrix wurden als positiv für die Inversion betrachtet. Für das erste Ranking-Verfahren des Schwierigkeitsgrades der Rekonstruktion eignete sich der Mittelwert der Ableitungsmatrix, erste Zeile der Tabelle 5.9. Das Ranking wird folgendermaßen bezeichnet: ++++ für eine sehr leicht rekonstruierbare Geometrie, + für eine sehr schwer rekonstruierbare Geometrie.

Ranking über die Ableitungsmatrix	$\vee 120^\circ$	$\vee 90^\circ$	$\cup 3\text{mm}$	$\cup 6\text{mm}$	$\sqcup 3\text{mm}$	$\sqcup 6\text{mm}$
Durchschnitt der Matrix [mK/cm]	-4.81	-2.74	-4.12	-2.82	-5.97	-3.47
Durchschnitt der Singulärwerte [K/cm]	3.18	1.52	3.47	1.15	6.34	1.56
Ranking	+++	+	+++	+	++++	++

**Tabelle 5.9:** Ranking des Schwierigkeitsgrades der Rückwandrekonstruktionen mittels der Ableitungsmatrix (mit der Differenzenmethode berechnet)

**Zweites Ranking-Verfahren über die Singulärwerte:** Die zweite Möglichkeit, den Schwierigkeitsgrad der zu rekonstruierenden Rückwandgeometrie einzuschätzen, waren die Singulärwerte der Ableitungsmatrix. Grob gilt, dass in einem anderen Koordinatensystem die Ableitungsmatrix als Diagonalmatrix darstellbar ist, deren Einträge auf der Diagonalen als Singulärwerte der Ableitungsmatrix bezeichnet werden (Details sind im Anhang B.5 zu finden). Für das Ranking werden große Singulärwerte als positiv eingeschätzt, genauso wie bei der Ableitungsmatrix große Einträge als positiv für die Inversion gewertet wurden. In Abbildung 5.41(b) sieht man die nach der Größe sortierten 151 Singulärwerte je Probekörper. Da wegen dem dritten *a priori* Wissen 40 Spalten Null gesetzt wurden, lag ein Viertel aller Singulärwerte unter  $10^{-13}$ , während die restlichen Singulärwerte über dem Wert  $10^{-3}$  lagen. Man kann beobachten, dass die Probekörper mit oberflächennahen, breiten Defekten größere Singulärwerte besaßen. Die Mittelung der Singulärwerte je Probekörper ergab eine ähnliche Reihenfolge wie das erste Ranking-Verfahren, Tabelle 5.9.

Insgesamt ergab die Analyse der Ableitungsmatrix des Startwertes folgendes Ranking:  $\sqcup 3\text{mm}$  ist sehr leicht rekonstruierbar,  $\vee 120^\circ$  und  $\cup 3\text{mm}$  sind leicht rekonstruierbar,  $\cup 6\text{mm}$  ist



schwer rekonstruierbar und  $\nabla 90^\circ$  und  $\cup 6\text{mm}$  sind sehr schwer rekonstruierbar. Die Rechteckprofile sind einfacher rekonstruierbar als die jeweilig vergleichbaren V- und U-Profile.

**Ableitungsmatrix in den folgenden Iterationsschritten:** Auch die Ableitungsmatrix der Iterationsschritte  $k > 1$  wurde analysiert. Beispielhaft am Probekörper  $\sqcup 3\text{mm}$  sieht man in Abbildung 5.42(a) die gemittelte Ableitungsmatrix im 1., 2. und 6. Iterationsschritt. Die Ableitungsmatrix wurde für die Rückwandgeometrien in Abbildung 5.42(b) berechnet. Die Ableitungsmatrix wurde mit der Differenzenmethode berechnet (DM) bzw. mit der Broyden-Methode (BM). Die rekonstruierten Rückwandgeometrien für  $k = 1$  und 2 waren in beiden Inversionskonfigurationen identisch. Nota bene, im 6. Iterationsschritt unterschieden sich die rekonstruierten Rückwandgeometrien.

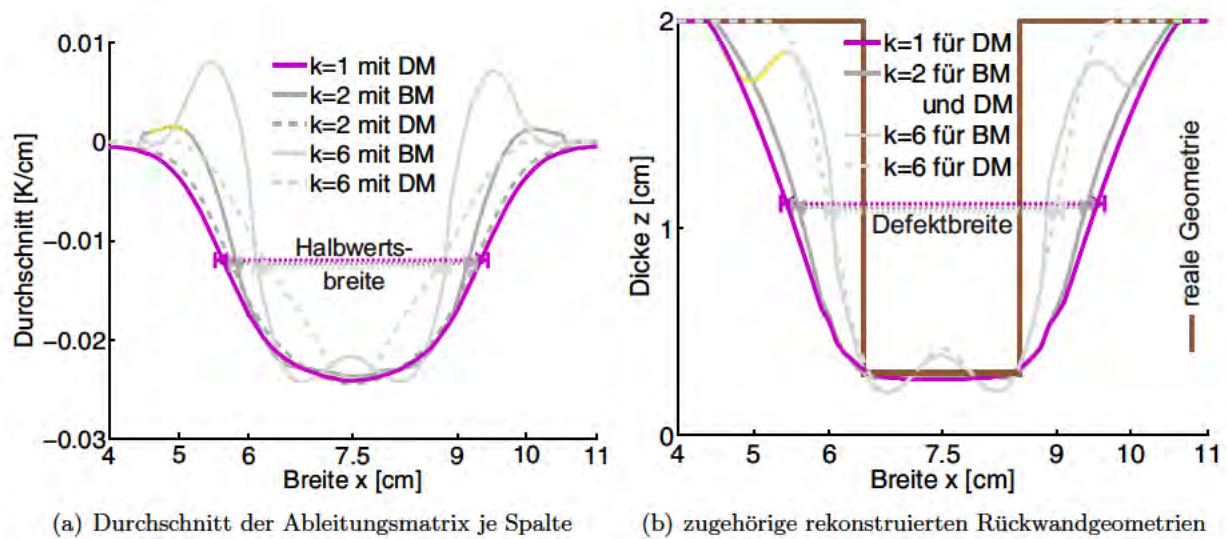


Abbildung 5.42: Analyse der Ableitungsmatrix für die Broyden-Methode (BM) und die Differenzenmethode (DM) im  $k = 1.$ , 2. und 6. Iterationsschritt bei  $\sqcup 3\text{mm}$

In Abbildung 5.42 ist folgendes beobachtbar:

- Die Rechtfertigung der Broyden-Methode ist an dieser Abbildung ablesbar. In beiden Inversionskonfigurationen nahm die Halbwertsbreite der Ableitungsmatrix mit dem Fortschreiten der Iteration ab (waagerechte Linien in Abb. 5.42(a)), genauso wie die Defektbreite der rekonstruierten Rückwandgeometrie mit dem Fortschreiten der Iteration abnahm (waagerechte Linien in Abb. 5.42(b)). Für die Differenzenmethode ist das selbstverständlich. Für die Broyden-Methode bedeutete das, dass diese approximative Methode für diese Anwendung geeignet war.
- Die Ursache des Rekonstruktionsfehlers der BM im Vergleich zur DM ist an dieser Abbildung abzulesen. Die Ableitungsmatrizen DM und BM für  $k = 2$  sind miteinander vergleichbar, gezeigt als dunkelgraue Kurven in 5.42(a), da die zugehörige rekonstruierte Rückwandgeometrie identisch war, dargestellt als dunkelgraue Kurve in Abb. 5.42(b). Die gemittelte Ableitungsmatrizen waren z. B. bei  $x = 5\text{ cm}$  unterschiedlich: positive Werte bei BM (gelb hervorgehoben), negative Werte bei DM. Der positive Wert verursachte, dass die Wanddicke dort zunahm (BM) anstatt abzunehmen (DM). Der Effekt wurde im 6. Iterationsschritt sehr deutlich: Ein punktwiser Fehler am Punkt  $x = 5\text{ cm}$  der rekonstruierten Rückwandgeometrie für  $k = 6$  für BM (gelb hervorgehoben in Abb. 5.42(b)).

**Zusammenfassung:** In diesem Unterkapitel wurde anhand der Analyse der Ableitungsmatrix gezeigt, dass die Definition der infinitesimalen Änderung im Zusammenhang mit dem Simu-

lationsmodell sinnvoll gewählt worden war. Außerdem wurde ein Ranking der Nutprobekörper anhand der Ableitungsmatrix für den Startwert erstellt. Damit wurde der Schwierigkeitsgrad der Rekonstruktion je Start-Rückwandgeometrie abschätzbar. Ferner folgt, dass die Broyden-Methode eine geeignete Methode bot, die Differenzenmethode approximativ zu ersetzen. Die Ursache des dabei entstehenden durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie wurde ebenso veranschaulicht.

### 5.3.7 Sensitivitätsanalyse Teil 2: Tikhonov-Regularisierung

Im vorhergehenden Unterkapitel wurde die Ableitungsmatrix untersucht. Wie im Unterkapitel 2.3.6 beschrieben, wurde eine Tikhonov-Regularisierung angewendet, um optimale Rekonstruktionsergebnisse zu erzielen. Die Tikhonov-Regularisierung verändert die Berechnung der Pseudo-Inversen der Ableitungsmatrix. Dafür war die Bestimmung des Regularisierungsparameter notwendig, welche mit der L-Kurve durchgeführt wurde [Han00].

Dieses Unterkapitel ist in folgende Teile unterteilt:

- Ein (skalärer) Regularisierungsparameter – optimal für alle Nutprobekörper – wird gesucht. Die Analyse der L-Kurve und der Wunsch nach Zeiteffizienz bestimmen ein Intervall, in welchem der optimale Parameter zu finden ist.
- Feststellung: der optimale Parameter ist von  $x$  abhängig.
- Einführung eines gesplitteten Regularisierungsparameters, welcher die Vorteile beider Parameter vereint; Veranschaulichung am Rekonstruktionsergebnis.
- Analyse des gesplitteten Parameters anhand einer L-Kurve.
- Analyse des gesplitteten Parameters auch für Iterationsschritte  $k > 1$ .
- Stichprobe der Inversion für sehr große Parameter (trotz schlechter Zeiteffizienz).

**Suche eines (skalaren) Regularisierungsparameters:** Wie erwähnt, bezeichnet die L-Kurve die Abbildung der Normen der Schrittweite gegen die Normen des Residuums für verschiedene Regularisierungsparameter [Han00]. Es werden folgende Abkürzungen benutzt:

- Schrittweite  $s = z_1 - z_0$
- Ableitungsmatrix  $A = F'(z_0)$
- Residuum  $(A \cdot s - [T_{\text{exp}} - F(z_0)])$ . (Im ersten Iterationsschritt muss  $A \cdot s = [T_{\text{exp}} - F(z_0)]$  approximativ gelöst werden.)
- Pseudo-Inverse  $B = (A^T \cdot A + \alpha \cdot I)^{-1} \cdot A^T$  mit Regularisierungsparameter  $\alpha$
- Also wird die Schrittweite im ersten Iterationsschritt mit  $s = B \cdot [T_{\text{exp}} - T_0]$  berechnet (mit der Abkürzung  $T_0 = F(z_0)$ ).



Die Form der Kurve ist L-förmig und die Knickstelle der L-Kurve, d. h. der Punkt mit der stärksten Krümmung, kennzeichnet den optimalen Regularisierungsparameter, für welchen ein ausgewogenes Verhältnis zwischen der Norm der Schrittweite und der Norm des Residuums besteht.

Abbildung 5.43 zeigt die L-Kurve für den Probekörper U6mm, welche für einen skalaren Regularisierungsparameter von 20 bis  $10^4$  ausgewertet worden ist (blaue Kurve). Die L-Kurven der anderen Nutprobekörper besaßen eine ähnliche Krümmung. Die Mittelung der L-Kurven für alle Nutprobekörper besaßen eine ähnliche Krümmung. Die Mittelung der L-Kurven für alle Nutprobekörper ist als schwarze Kurve zu sehen. Der optimale Regularisierungsparameter liegt in dem Knick der L-Kurve, d. h. im Punkt mit der stärksten Krümmung [Han00][EG94], also zwischen  $\alpha = 40$  und 1000. Für die Zeiteffizienz der Inversion sind kleinere Parameter von Vorteil; deswegen wurden Werte zwischen 40 und 150 bevorzugt (rot gestrichelter Bereich in Abb. 5.43).

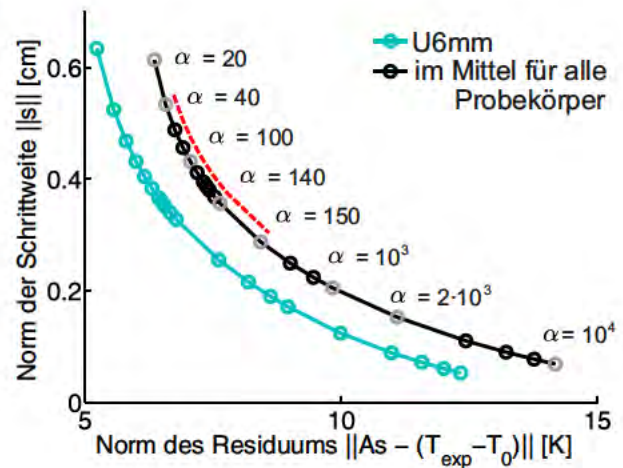


Abbildung 5.43: L-Kurve

**Optimaler Parameter ist breitenabhängig:** Zur Analyse der Parameter  $\alpha = 40$  und 150 wurde die regularisierte Pseudo-Inverse für den Probekörper U6mm zeilenweise gemittelt. In Abbildung 5.44 sieht man die Mittelung für  $\alpha = 40$  und 150 als graue bzw. schwarze Kurve. Oberhalb des Graphen ist die Skizze der zugehörigen Rückwandgeometrie (braun) und der zugehörige Startwert (grün) zu sehen. Zur Wiederholung: Aus dem Algorithmus, siehe Gl. (2.87), und der diffusiven Wärmeverteilung im Material folgt, dass die Pseudo-Inverse folgende Aufgabe hat. Abweichungen des Temperaturfeldes für große Wanddicken müssen generell stärker gewichtet werden als für geringe Wanddicken. Dadurch erwartet man, dass bei der Pseudo-Inversen die Einträge eine zur Wanddicke annähernd reziproke Verteilung besitzen (kleine Wanddicke  $\Rightarrow$  große Einträge im zugehörigen Bereich der Pseudo-Inversen, und *vice versa*). Genauer gesagt, es werden folgende Erwartungen an die Kurve der gemittelten optimalen Pseudo-Inversen gestellt:

- Die Kurve muss am Defektzentrum Werte um die Null und an den Defektkanten kleinere Werte (relativ zum Defektzentrum) besitzen.
- Die Kurve muss ähnlich glatt sein wie der Startwert (ebenso eine Folgerung aus obigen Überlegungen).

Diese Erwartungen wurden in der Abbildung 5.44 folgendermaßen erfüllt:

- Für die schwache Regularisierung mit  $\alpha = 40$  wurde die zweite Erwartung erfüllt, jedoch nicht die Kurvenglattheit im Defektzentrum  $x = 7.5$  cm.

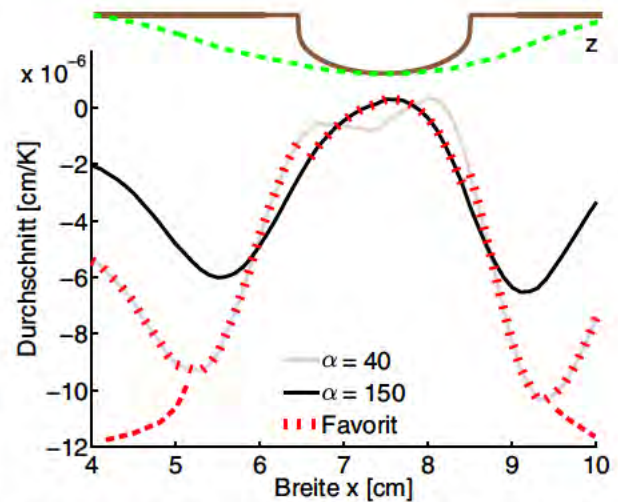


Abbildung 5.44: Gemittelte regularisierte Pseudo-Inverse der Ableitung im skizzierten, geglätteten Startwert von U6mm



- Für eine starke Regularisierung mit  $\alpha = 150$  wurde die Kurvenglattheit erfüllt, jedoch waren die Werte an den Defektkanten relativ groß, schwarze Kurve in Abb. 5.44.

Also war eine schwache Regularisierung mit  $\alpha = 40$  für die Berechnung der Wanddicke für die Defektkanten optimal und eine starke Regularisierung mit  $\alpha = 150$  im Defektzentrum optimal. Der Regularisierungsparameter war also breitenabhängig bzw. abhängig von der Ortung relativ zum Startwert (Defektzentrum/-kante). Die optimalen Kurvenabschnitte wurden mit Rot gekennzeichnet.

**Einführung des gesplitteten Regularisierungsparameter:** Um die Vorteile der beiden Parameter  $\alpha = 40$  und  $\alpha = 150$  zu vereinen, wurde beschlossen, die Gleichung  $s = B \cdot [T_{\text{exp}} - T_0]$  für beide Parameter zu lösen. Die tatsächlich angewandte Schrittweite setzte sich aus den beiden Lösungen zusammen: Schrittweiten für den rechten und linken Defektrand mit  $\alpha = 40$  und Schrittweiten für das Defektzentrum mit  $\alpha = 150$ . Dieses Vorgehen wird mit dem gesplitteten Regularisierungsparameter bezeichnet:

$$\alpha = [40, 150, 40]. \quad (5.4)$$

Der Algorithmus definierte automatisch das Defektzentrum bzw. die Defektkante. Eine Rückwandstützstelle, dessen Materialdicke 2 mm vom minimalen Wert (der Restwandstärke) des Startwertes abwich, gehörte zum Defektzentrum. Die restlichen Rückwandstützstellen gehörten zur Defektkante. Entsprechend wurde für andere Probekörper die Abweichung von 2 mm ersetzt durch 10% der jeweiligen Gesamtdicke.

In Abbildung 5.45 sieht man die Rekonstruktionsergebnisse für  $\alpha = 40$ ,  $\alpha = 150$  und für  $\alpha = [40, 150, 40]$  am Probekörper U6mm.

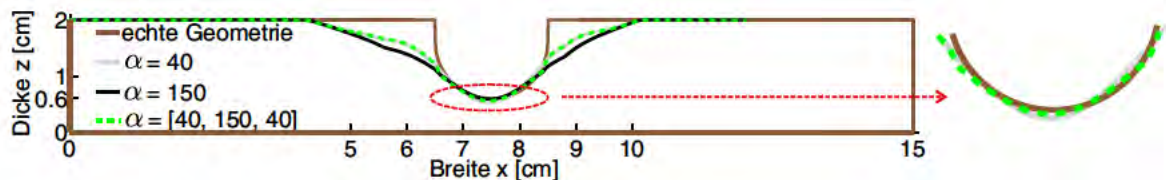


Abbildung 5.45: Rekonstruktion beim Probekörper U3mm für die Regularisierungsparameter  $\alpha = 40$ ,  $\alpha = 150$  und für  $\alpha = [40, 150, 40]$ , im 6. Iterationsschritt

Am Defektzentrum bei Breite  $x = 7.5$  cm (mit realer Dicke  $z = 6.00$  mm) wurde für

$$\alpha = 40 / 150 / [40, 150, 40] \quad (5.5)$$

die Dicke

$$z = 5.21 / 5.89 / 5.60 \text{ mm} \quad (5.6)$$

rekonstruiert. Mit  $\alpha = 150$  ist an diesem Punkt die Rekonstruktion besser als mit  $\alpha = 40$ . Mit dem gesplitteten Parameter  $\alpha = [40, 150, 40]$  erhält man an diesem Punkt annähernd das gute Ergebnis von  $\alpha = 150$ . Die Rekonstruktionsergebnisse wurden mit der Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“ mit 6 Iterationsschritten berechnet. An diesem Probekörper sieht man beispielhaft, dass mit dem gesplitteten Parameter (grüne Kurve) die jeweilig optimalen Bereiche der grauen bzw. der schwarzen Kurve übernommen werden konnten.



**Analyse des gesplitteten Parameters:** Auch für gesplittete Regularisierungsparameter ließen sich L-Kurven bestimmen, um sich zu vergewissern, dass mit  $\alpha = [40, 150, 40]$  der optimale gesplittete Parameter gewählt worden ist. Diese L-Kurven wurden für alle Nutprobekörper für  $\alpha = 1/4 \cdot [40, 150, 40]$  bis  $\alpha = 100 \cdot [40, 150, 40]$  berechnet und dann gemittelt. Diese gemittelte Kurve ist in Abbildung 5.46 in schwarz zu sehen. Der Knick dieser Kurve war wie erhofft bei ca.  $\alpha = [40, 150, 40]$  (roter Kringel). Damit wurde bestätigt, dass  $\alpha = [40, 150, 40]$  ein optimal gewählter Parameter ist. Nota bene, die L-Kurve wurde für die im 1. Iterationsschritt berechnete Schrittweite erstellt. Das heißt, dass u. U. ein von der Iteration bzw. vom Iterationsschritt abhängiger Regularisierungsparameter hätte notwendig sein können.

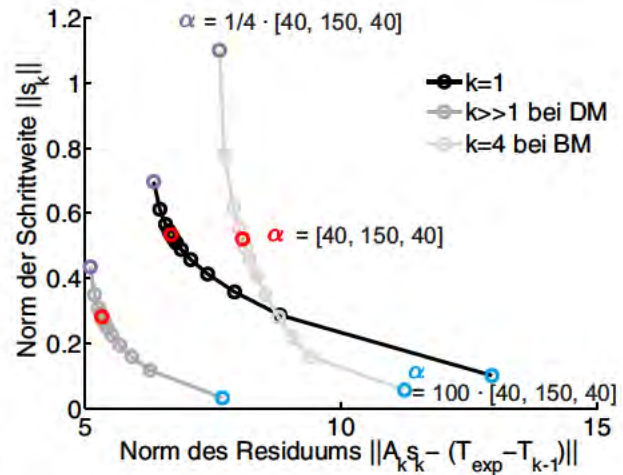


Abbildung 5.46: L-Kurve für gesplittete Regularisierungsparameter und für verschiedene Iterationsschritte  $k$

**Analyse des gesplitteten Parameters für weitere Iterationsschritte:** Ob die Parameter innerhalb der Iteration angepasst werden müssen (im Sinne einer Trust-Region-Adaption), wird im Folgenden untersucht. Dafür wurde die L-Kurve für den vorvorletzten Iterationsschritt ausgewertet. Bei der „Differenzenmethode“ (DM) war dies vom Probekörper abhängig und bei der „Broyden-Methode“ (BM) wurde durchgängig der 4. Iterationsschritt ausgewertet. Die Mittelung der L-Kurven über alle Nutprobekörper ist in Abbildung 5.46 zu sehen: die dunkelgraue Kurve für DM, die hellgraue Kurve für BM. Der rote Kreis zeigt die Stelle für  $\alpha = [40, 150, 40]$  und lag jeweils im Knick-Bereich der L-Kurve. Der Regularisierungsparameter durfte also in beiden Inversionskonfigurationen für alle Iterationsschritte konstant gewählt werden. Grundsätzlich gilt, dass laut den Kurven u. U. auch größere Parameter empfehlenswert waren. Dies stimmt mit der Beobachtung in Unterkapitel 5.3.3 überein, dass bei der „Differenzenmethode“ Glättungen der rekonstruierten Rückwandgeometrie hilfreich waren. In [KNS08] wird bei Anwendung der Broyden-Methode empfohlen, ab dem 2. Iterationsschritt die Regularisierung aufzuheben, da die Broyden-Methode selbst einen regularisierenden Effekt besitzt. In dieser Anwendung war eine Regularisierung jedoch notwendig, wenngleich nicht so stark wie bei der „Differenzenmethode“ (Glättung der Rückwandgeometrie nur bei DM notwendig).

**Zusammenfassung:** Anhand von L-Kurven wurde gezeigt, dass der gesplittete Regularisierungsparameter für beide Inversionskonfigurationen sehr gut gewählt wurde. Außerdem wurde die Anpassung des Regularisierungsparameters innerhalb einer Iteration diskutiert und als unnötig bewertet.

### 5.3.8 Mittelung der Messdaten

Die ausgewerteten Messdaten sind gemittelte Daten aus durch die Mittelungen von zehn Messzyklen gewonnen. Ist die Anzahl optimal? Wäre eine zusätzliche Glättung von Vorteil?

In diesem Unterkapitel wird die Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ ausgewertet. Aus folgenden Temperaturdaten wurde die Rückwandgeometrie rekonstruiert:

- Daten aus einer Mittelung von 20 Messzyklen (nur für  $\sqrt{120^\circ}$ )



- Daten aus einer Mittelung von 10 Messzyklen („Original“, siehe Unterkapitel 5.3.4)
- Daten einer Einzelmessung (1 Messzyklus)
- Daten aus einer Mittelung von 10 Messzyklen, welche zusätzlich mit einem Gauss-Filter geglättet wurden.

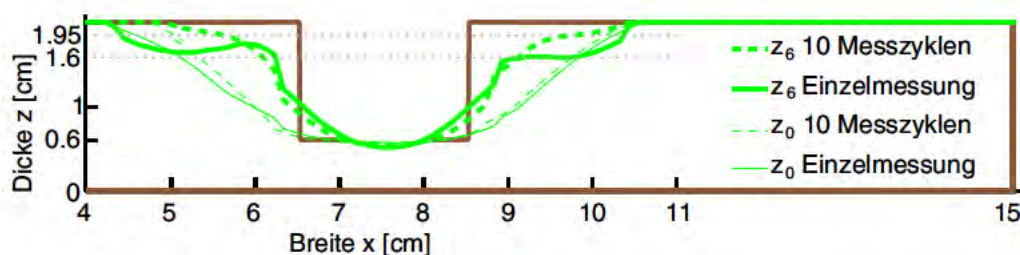
Eine Übersicht über die durchschnittlichen Fehler der Rückwandrekonstruktion liefert folgende Tabelle 5.10. Die Angaben zum maximalen Fehler des Punktes werden am Ende des Unterkapitels gelistet.

Probekörper	$\sqrt{120^\circ}$	$\sqrt{90^\circ}$	$\cup 3\text{mm}$	$\cup 6\text{mm}$	$\sqcup 3\text{mm}$	$\sqcup 6\text{mm}$	$\emptyset$
Daten aus 20 gemitt. Messzyklen	0.38						
Daten aus 10 gemitt. Messzyklen*	0.40	0.27	0.76	0.79	1.37	0.84	0.74
Daten einer Einzelmessung	0.35	0.35	1.19	1.55	1.28	1.25	1.00
Daten aus 10 Mess. mit Gauss-Filter	0.39	0.28	0.77	0.79	1.37	0.83	0.74

**Tabelle 5.10:** Durchschnittlicher Fehler [mm] der Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ für Änderungen an der Glattheit der Messdaten; (\*) „Original“ aus Unterkapitel 5.3.4.

Die Details zu den drei Tests sind folgende:

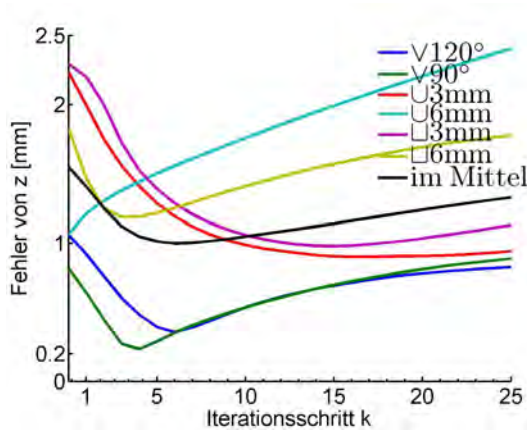
- **Daten aus einer Mittelung von 20 Messzyklen:** Der Datensatz aus 20 Messzyklen wurde aus Zeitgründen nur für den Probekörper  $\sqrt{120^\circ}$  erstellt. Denn die Messdauer einer Einzelmessung bei PVC dauerte sehr lang (30 min), da der Probekörper für den folgenden Messzyklus vollständig abgekühlt sein musste. Dieses Rekonstruktionsergebnis war zwar besser als für den Datensatz aus 10 Messzyklen, jedoch auch schlechter als für den Datensatz aus einer Einzelmessung, erste Spalte in Tabelle 5.10. Damit kann man folgern, dass die Mittelung von mehr als 10 Messzyklen überflüssig war.
- **Daten einer Einzelmessung:** Die Ergebnisse aus Einzelmessungen der U- und der Rechteckprofile waren teilweise auffällig schlecht (z. B. bei  $\cup 6\text{mm}$  ein Fehler von 1.55 mm, Tabelle 5.10; Ausnahmen  $\sqrt{120^\circ}$  und  $\sqcup 3\text{mm}$ ). Für scharfe Defektkanten verbesserten also Mittelungen von 10 Messzyklen die Rekonstruktion sehr, z. B. bei  $\cup 6\text{mm}$  um fast die Hälfte auf 0.79 mm. Zum Vergleich sind in der Abbildung 5.47 die Rekonstruktionsergebnisse zu sehen ( $z_6$  als dicke Linien). Die Schranke für die Bestimmung der Dicke bei der Auswertung der Einzelmessung war niedriger als bei der Auswertung der Mittelung von 10 Messzyklen. Die zugehörigen Schranken werden durch die grauen gepunkteten Linien bei ca.  $z = 1.95$  und  $1.6$  cm angedeutet.



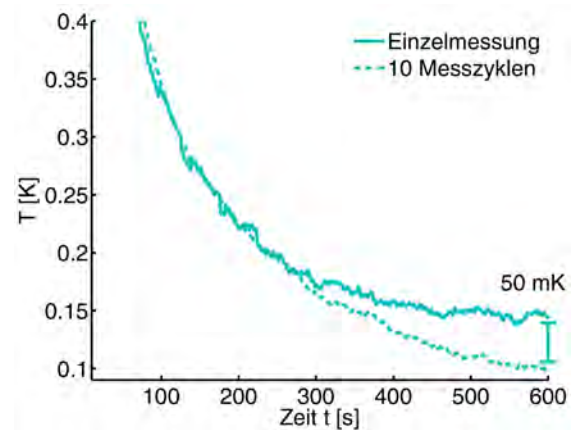
**Abbildung 5.47:** Rekonstruktion  $z_6$  und Startwert  $z_0$  bei der Auswertung einer Einzelmessung bzw. von Daten aus 10 Messzyklen bei  $\sqcup 6\text{mm}$

Nota bene, die Änderung des Datensatzes hatte ebenfalls Auswirkungen auf den Startwert. Um die Beeinflussung der Ergebnisse durch den Startwert selbst minimal zu halten, wurde der Gauss-Filter auf die Temperaturen angewandt (nur bei der Auswertung der Echo-defect-shape-Methode; die zugehörige Inversion wertete die Temperaturen der Einzelmessung ohne den Gauss-Filter aus). Wie in der Abbildung 5.47 zu sehen ist, waren die Startwerte sehr ähnlich (dünne Linien).

Konvergenzverhalten: Könnte die Auswertung von Einzelmessungen vielleicht einfach mehr Iterationsschritte erfordern? Dazu wurde das Konvergenzverhalten im Mittel untersucht, Abb. 5.48.



**Abbildung 5.48:** Fehler der Geometrie bei der Auswertung von Einzelmessungen



**Abbildung 5.49:** Einzelmessung U6mm: auffällig langsamer Temperaturabfall

Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie im Mittel stieg nach dem 6. Iterationsschritt (schwarze Kurve). Also waren auch mehr Iterationsschritte nicht hilfreich. Im Vergleich mit Mittelungen von 10 Messzyklen, Abb. 5.33(b), fällt auf, dass bei den Probekörpern U6mm und L6mm ein früher Anstieg auftrat. Bei U6mm stieg der durchschnittliche Fehler schon vom 1. Iterationsschritt an. Der Grund ist in Abbildung 5.49 zu sehen, welche den Temperaturabfall an dem defektfreien Punkt  $x = 3$  cm zeigt. Der Temperaturabfall in dieser Einzelmessung wich stark von dem typischen Temperaturabfall ab. Bei dieser Einzelmessung blieb der Probekörper insgesamt recht warm. Am Ende der Messung war die Temperatur um ca. 50 mK höher als die durchschnittliche Endtemperatur (also mehr als die Standardabweichung bei 10 Messzyklen: 42 mK). Bei U6mm wurde fälschlicherweise ein Defekt im gesamten defektfreien Gebiet rekonstruiert. Dies ist das zweite Indiz, dass die Mittelung von mehreren Messzyklen notwendig war.

- **Glättung der Messdaten mit einem Gauss-Filter:** Die Temperaturdaten aus 10 Messzyklen von allen Probekörpern wurden zusätzlich in der Zeit und im Ort glättet; und zwar mit dem Gauss-Filter, welcher bei der 3D-Rekonstruktion der Flachbodenbohrung sehr hilfreich war. Der durchschnittliche Fehler der Rekonstruktionsergebnisse in Tabelle 5.10 ergab, dass der durchschnittliche Fehler im Mittel mit und ohne Glättung identisch war (letzte Spalte: 0.74 mm).

Der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq 1$  cm bzw.  $z < 1$  cm) folgt in Tabelle 5.11. Der maximale Fehler der Daten aus 10 gemittelten Messzyklen ist auch in Tabelle 5.6 zu finden; die durchschnittlichen Fehler der drei Tests sind in Tabelle 5.10 enthalten.

Probekörper	$\sqrt{120^\circ}$	$\sqrt{90^\circ}$	$\cup 3\text{mm}$	$\cup 6\text{mm}$	$\sqcup 3\text{mm}$	$\sqcup 6\text{mm}$	$\emptyset$
Daten aus 20 gemitt. Messzyklen							
max. Fehler für $z \geq 1\text{ cm}$ [mm]	-1.48						
max. Fehler für $z < 1\text{ cm}$ [mm]	1.89						
Daten aus 10 gemitt. Messzyklen*							
max. Fehler für $z \geq 1\text{ cm}$ [mm]	-1.64	2.37	9.25	7.01	16.31	10.70	7.33
max. Fehler für $z < 1\text{ cm}$ [mm]	1.81	1.71	1.92	0.42	0.94	-3.10	0.62
Daten einer Einzelmessung							
max. Fehler für $z \geq 1\text{ cm}$ [mm]	1.80	-2.56	12.22	8.52	16.52	9.24	7.62
max. Fehler für $z < 1\text{ cm}$ [mm]	1.53	1.61	3.49	0.66	-1.04	-4.32	0.32
Daten aus 10 Mess. mit Gauss-Filter							
max. Fehler für $z \geq 1\text{ cm}$ [mm]	-1.55	2.31	9.36	7.13	16.36	10.76	7.40
max. Fehler für $z < 1\text{ cm}$ [mm]	1.83	1.75	1.97	0.46	0.90	-3.00	0.65

**Tabelle 5.11:** Maximaler Fehler des Punktes der Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ für Änderungen an der Glattheit der Messdaten; (\*) „Original“ aus Unterkapitel 5.3.4.

Ein weiterer Vergleich der Auswertung einer Einzelmessung und eines Datensatzes, welcher aus der Mittelung von 20 Messzyklen entstanden war, zeigt den positiven Einfluss der Mittelung [RMK11]. Bei der zugehörigen Inversionskonfiguration wurde ein Abstand von 1 cm der Rückwandstützstellen gewählt.

**„Differenzenmethode“:** Zur Schlussfolgerung über den Einfluss der Mittelung der Messdaten für die Inversionskonfiguration „Differenzenmethode“ wird nur der 1. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ untersucht (anstatt wie bisher 6 Schritte). Denn während bei der „Differenzenmethode“ die Ableitungsmatrix in jedem Iterationsschritt mit der Differenzenmethode berechnet wurde, wurde bei der „Broyden-Methode“ nur im 1. Iterationsschritt die Differenzenmethode verwendet, während in den weiteren Iterationsschritten die Broyden-Methode verwendet wurde. Man kann also aus dem Konvergenzverhalten des 1. Iterationsschrittes der „Broyden-Methode“ auf das grundsätzliche Verhalten der Inversionskonfiguration „Differenzenmethode“ schließen. Da alle in diesem Unterkapitel getroffenen Aussagen auch allein für den 1. Iterationsschritt gültig sind, gelten diese Aussagen auch für die „Differenzenmethode“.

**Zusammenfassung:** Die Mittelung von 10 Messzyklen verbesserte deutlich die Rekonstruktion mit der Levenberg-Marquardt-Methode. Eine Stichprobe zeigte, dass die Mittelung von mehr als 10 Messzyklen zu keiner weiteren Verbesserung der Ergebnisse führte. Gleiches gilt für eine zusätzliche Anwendung einer Glättung auf die Messdaten.

### 5.3.9 Glättung des Startwertes

Im Kapitel 5.1 wurde gezeigt, dass man mit der Echo-defect-shape-Methode in der Praxis nur eine beschränkte Tiefenauflösung erzielt werden konnte, vgl. Gl. (5.1). Die dadurch entstandenen künstlichen Defektkanten gerechtfertigten eine Glättung der Defektkanten. Für die Glättung des Startwertes wurde ein Gauss-Filter mit Standardverteilung  $s = 40$  Werte auf  $n = 15$  benachbarte Werte angewendet (10 mm entsprechen 10 Werten), vgl. Abb. 5.9. In diesem Unterkapitel



wird gezeigt, dass diese Glättung hilfreich war, um optimale Rekonstruktionsergebnisse mit der Levenberg-Marquardt-Methode zu erreichen.

In diesem Unterkapitel wird die Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ ausgewertet.

Zum Vergleich wurde die Inversion für alle Probekörper mit einem Startwert ohne Glättung und mit Glättung durchgeführt. In Abbildung 5.50 wird der Effekt auf das Ergebnis beispielhaft am Probekörper U6mm gezeigt. Die Startwert ohne Glättung und das zugehörige Ergebnis sind die durchgezogenen Kurven und besaßen beide einen Sprung bei Breite  $x = 4.9$  cm. Ohne Glättung war die Bestimmung der Dicke auf 1.7 cm beschränkt (graue Linie). Die dicke, gestrichelte Kurve zeigt, dass das Ergebnis für einen geglätteten Startwert dort deutlich besser war (Dicke von 1.8 cm).

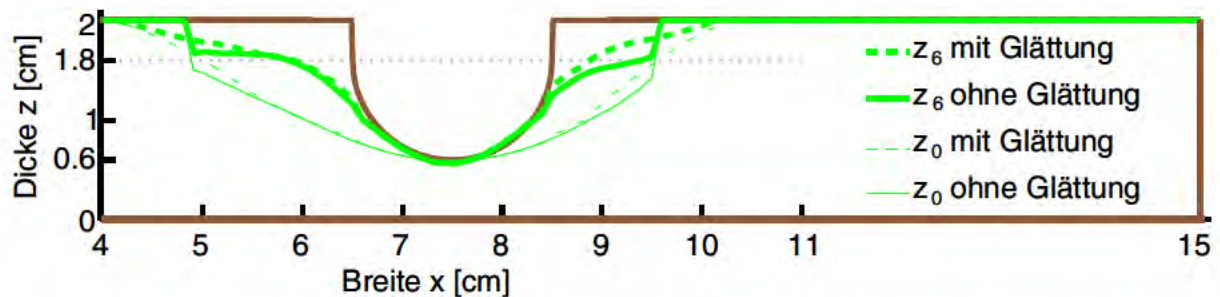


Abbildung 5.50: Rekonstruktion  $z_6$  für einen Startwert  $z_0$  mit Glättung und ohne Glättung bei U6mm, 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ (Gauss-Filter mit  $s = 40$  Werten,  $n = 15$  Werten, 1 mm pro Rückwandstützstellenwert)

Die Ursache war, dass die Ableitung bei scharfen Defektkanten unerwartet regelmäßig war. Das zeigt sich, wenn die Ableitungsmatrix für den Startwert mit und ohne Glättung miteinander verglichen werden. In Abbildung 5.51 sieht man die Ableitungsmatrizen, welche über die Spalte gemittelt wurden. Die Kurven für Startwerte mit und ohne Glättung waren sich bei Breite  $x = 5$  cm sehr ähnlich, obwohl sich dort die Dicken der beiden Startwerte unterschieden. Trotz der sprunghaften Änderung der Dicke beim Startwert ohne Glättung war kein Sprung in der zugehörigen Ableitung zu sehen. Die Ableitungsmatrix sollte also nur für geglättete Geometrien berechnet werden.

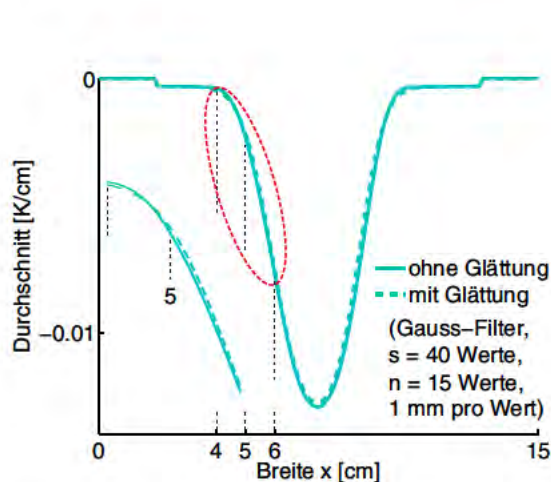


Abbildung 5.51: Durchschnitt der Ableitung je Spalte im 1. Iterationsschritt von U6mm

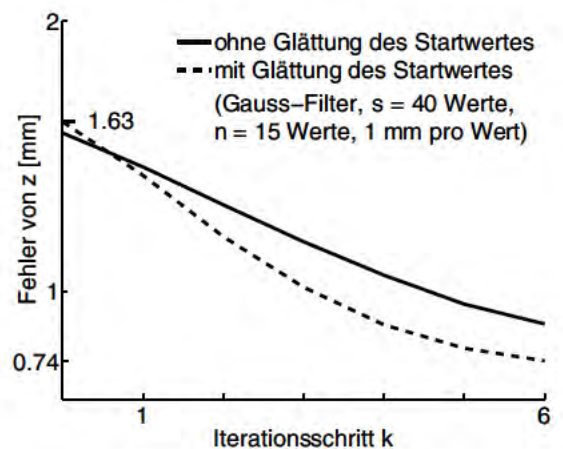


Abbildung 5.52: Durchschnittlicher Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie im Mittel aller Probekörper

Die höhere Schranke für die Bestimmung der Dicke hatte einen kleineren durchschnittlichen Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie bei fast jedem Probekörper zur Folge. In Abbildung 5.52 sieht man den Fehler im Mittel je Iterationsschritt; für eine Startwert mit und ohne Glättung. Auch wenn der geglättete Startwert einen größeren durchschnittlichen Fehler besaß als der ungeglättete Startwert ( $k = 0$ ), drehte sich das Verhältnis um. Das Ergebnis mit dem geglätteten Startwert war eindeutig besser, siehe auch die Hervorhebung in Tabelle 5.12.

Probekörper	$\nabla 120^\circ$	$\nabla 90^\circ$	$\cup 3\text{mm}$	$\cup 6\text{mm}$	$\sqcup 3\text{mm}$	$\sqcup 6\text{mm}$	$\emptyset$
mit ungeglättetem Startwert							
max. Fehler für $z \geq 1\text{ cm}$ [mm]	2.01	4.16	12.42	7.50	16.64	10.97	8.95
max. Fehler für $z < 1\text{ cm}$ [mm]	1.75	1.87	2.87	0.38	0.79	-2.71	0.83
Durchschnittlicher Fehler [mm]	0.34	0.43	1.12	0.87	1.54	0.97	0.88
mit geglättetem Startwert*							
max. Fehler für $z \geq 1\text{ cm}$ [mm]	-1.64	2.37	9.25	7.01	16.31	10.70	7.33
max. Fehler für $z < 1\text{ cm}$ [mm]	1.81	1.71	1.92	0.42	0.94	-3.10	0.62
Durchschnittlicher Fehler [mm]	0.40	0.27	0.76	0.79	1.37	0.84	0.74

**Tabelle 5.12:** Fehler der im 6. Iterationsschritt rekonstruierten Rückwandgeometrie bei der „Broyden-Methode“ für ungeglättete und geglättete Startwerte (Gauss-Filter mit  $s = 40$  Werten,  $n = 15$  Werten, 1 mm pro Rückwandstützstellenwert); (\*) „Original“ aus Unterkapitel 5.3.4.

**„Differenzenmethode“:** Für diese Inversionskonfiguration ist ein geglätteter Startwert ebenso von Vorteil. Der positive Effekt der Glättung hatte sich schon im 1. Iterationsschritt gezeigt und gilt somit für jeden Iterationsschritt der „Differenzenmethode“.

**Zusammenfassung:** Die Rekonstruktionsergebnisse waren deutlich besser, wenn der Startwert geglättet wurde. Die Schranke für die Bestimmung der Dicke wurde dadurch erhöht: von 1.7 cm auf 1.8 cm rekonstruierbarer Dicke.

### 5.3.10 Ideale Startwerte

Angenommen, man habe mit der Echo-defect-shape-Methode aus den Messdaten einen Startwert berechnen können, welcher exakt der realen Rückwandgeometrie entspricht. Was passiert bei einer Iteration? Wenn sie keine oder nur eine geringe Veränderung der rekonstruierten Rückwandgeometrie bewirkt, unterstützt das das Vertrauen in das Konvergenzverhalten des Algorithmus.

In diesem Unterkapitel wird die Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ ausgewertet.

Wie erwartet, wurde die rekonstruierte Rückwandgeometrie mit idealen Startwerten kaum durch die Iteration verändert, z. B. im Vergleich mit den abweichenden Startwerten in Kapitel 5.3.4. Beispielhaft wird die Rekonstruktion mit einem idealen Startwert am Probekörper  $\cup 6\text{mm}$  in Abbildung 5.53 gezeigt.



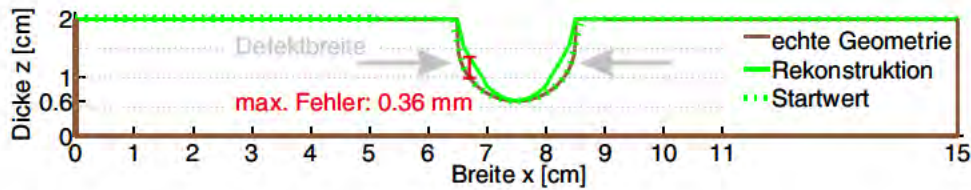


Abbildung 5.53: Rekonstruktion beim Probekörper U6mm für einen idealen Startwert, im 6. Iterationsschritt

Mit dem idealen Startwert stieg der durchschnittliche Fehler von 0.00 mm auf 0.30 mm, während mit einem abweichenden Startwert der durchschnittliche Fehler von 1.78 mm auf 0.79 mm fiel, also um 0.99 mK, vgl. Tabelle 5.6. Der maximale Fehler des Punktes der rekonstruierten Rückwandgeometrie lag bei U6mm mit dem idealen Startwert bei 3.64 mm, siehe Abb. 5.53. Insgesamt wurde die Restwandstärke bei der rekonstruierten Rückwandgeometrie eher überschätzt, was in der Praxis einen ungünstigen Tatbestand darstellt. Da dies insbesondere an den Defektkanten galt, wurde die Defektbreite zu klein rekonstruiert, mit Pfeilen in Abb. 5.53 gekennzeichnet. Die Materialdicke im Defektzentrum blieb während der Iteration konstant.

Der Grund der Verschlechterung war die eingeschränkte Simulationsgenauigkeit, d. h. die Abweichung von Simulation und Experiment, welche im Folgenden kurz verbildlicht wird.

**Der Grund der Geometrieänderung:** Ein variiertes Regularisierungsparameter zeigte Verstärkungen der Geometrieänderungen. Ist der Grund der Änderungen deshalb ein suboptimaler Regularisierungsparameter? Oder lag es nur an der eingeschränkten Simulationsgenauigkeit? Für ein ideales Simulationsmodell wäre die Differenz der simulierten Daten  $T_0$  und der experimentellen Daten  $T_{\text{exp}}$  Null. Damit wäre auch die Schrittweite  $s = B \cdot (T_{\text{exp}} - T_0)$  für eine beliebige regularisierte Pseudo-Inverse  $B$  Null. Also war allein die eingeschränkte Simulationsgenauigkeit verantwortlich. Abbildung 5.54 zeigt die synthetischen Daten und die Messdaten für U6mm, und zwar gemittelt über das Zeitintervall  $t = [10, 600]$  s. Die Differenz der Temperaturen war besonders im Defektbereich bei  $x = 7$  cm groß. Das erklärt die Geometrieänderung im Defektbereich, speziell der Defektkanten. Der gesplittete Regularisierungsparameter verhinderte die Änderung im Defektzentrum.

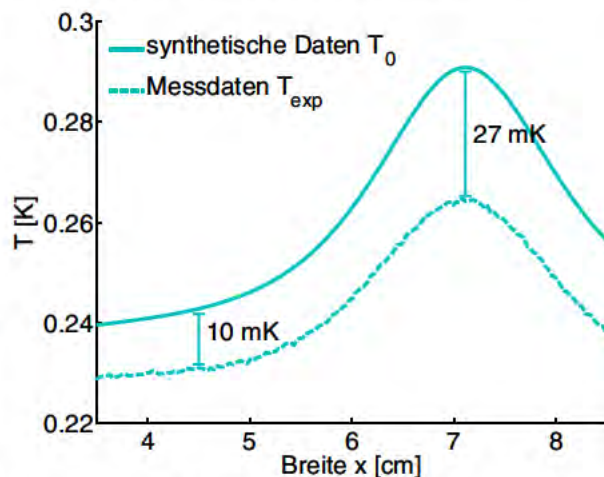


Abbildung 5.54: Temperaturverteilung gemittelt über das Zeitintervall  $t = [10, 600]$  s für U6mm

Warum wurde das Simulationsmodell so gewählt? Warum wurde diese Tendenz, dass Wanddicken mit fortschreitender Iteration eher verdickt als verdünnt werden, in Kauf genommen? Das Simulationsmodell wurde so gewählt, weil dies einen früheren Abfall des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie bei dünnen Start-Wanddicken bewirkte. Dünne Start-Wanddicken waren typisch bei einer Anwendung der Echo-defect-shape-Methode. Zwar besteht die Gefahr, dass die rekonstruierte Rückwandgeometrie dabei zu stark verändert wird. Jedoch zeigten die Rekonstruktionsergebnisse der Nutprobekörper relativ geringe Abweichungen im Sinne von „zu dick“ rekonstruiert, verglichen mit der Start-Wanddicke, welche offensichtlich „zu dünn“ war. Dies sollte bei einer geringen Anzahl von Iterationsschritten auch für beliebige



Probekörper gelten. Nota bene, die Levenberg-Marquardt-Methode leistete deutlich mehr als eine allgemeine Verdickung der Wanddicke: Die Form des Defektes wurde sehr gut erkannt (im Rahmen der Simulationsgenauigkeit). Dies wird speziell in Unterkapitel 5.3.11 deutlich.

„Differenzenmethode“: Da die ideale Wanddicke schon im 1. Iterationsschritt dicker wurde, dürfen die Überlegungen auch für die „Differenzenmethode“ übertragen werden.

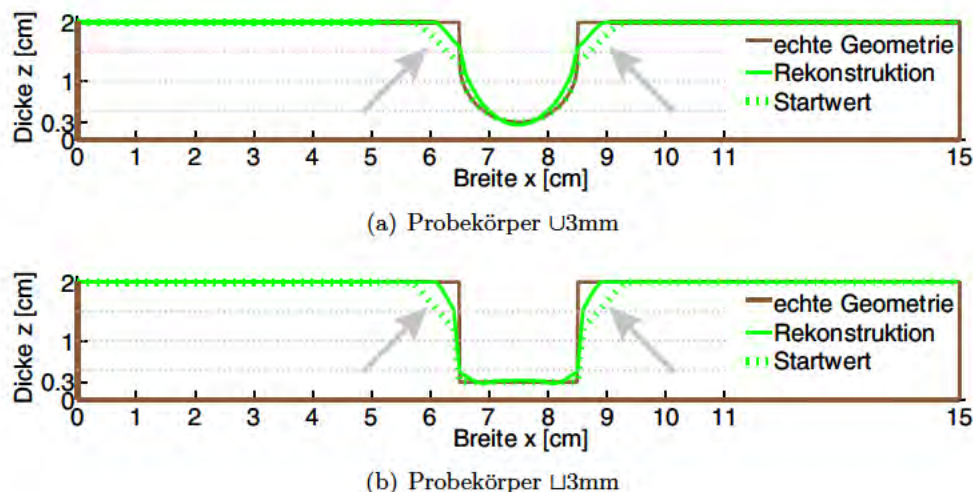
**Zusammenfassung:** Es trat nur wenig Veränderung in der rekonstruierten Rückwandgeometrie auf, wenn die Iteration mit der realen Rückwandgeometrie begonnen wurde. Der Grund war die eingeschränkte Simulationsgenauigkeit, genauer gesagt, die Wahl des Simulationsmodells, bei welchem die Temperaturen im Durchschnitt über den gemessenen Temperaturen lagen. Die daraus folgende Tendenz, korrekte Wanddicken geringfügig zu verdicken, wurde in Kauf genommen. Dadurch wurde ein früherer Abfall des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie bei normalerweise zu dünnen Start-Wanddicken erzielt.

### 5.3.11 Startwerte für die Aspekte „Defektkante“ und „Defekttiefe“

In diesem Unterkapitel werden die Aspekte „flache Defektkante“, „geringe Defekttiefe“ und „übermäßige Defekttiefe“ untersucht. Wie verändert die Levenberg-Marquardt-Methode diese Aspekte einer Rückwandgeometrie (als Startwert)?

Um die Levenberg-Marquardt-Methode für diese Aspekte untersuchen zu können, wurde als Startwert die entsprechend geringfügig veränderte reale Rückwandgeometrie gewählt. In diesem Unterkapitel wird die Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ ausgewertet.

**Aspekt „flache Defektkante“:** Für den typischen Fall, dass die Defektkanten durch die Echo-defect-shape-Methode zu flach rekonstruiert werden, verbesserte die Levenberg-Marquardt-Methode sogar geringfügige Abweichungen für Dicken über  $z = 1$  cm, siehe Pfeile in Abb. 5.55.



**Abbildung 5.55:** Die reale Rückwandgeometrie, deren Defektkanten geringfügig verflacht wurden, wurde als Startwert gewählt: Rekonstruktionsergebnis im 6. Iterationsschritt

Als Startwert wurde die geringfügig veränderte reale Rückwandgeometrie verwendet. Nach der Iteration, welche die experimentellen Daten auswertete, sind im 6. Iterationsschritt deutliche Verbesserungen zu sehen: Die Defektbreite wurde für jede Tiefe verbessert. Nota bene, bis



Dicke  $z = 1.5$  cm wurde die Defektbreite sehr gut approximiert.

**Aspekt „geringe Defekttiefe“:** Für den typischen und daher sehr wichtigen Fall, dass die Echo-defect-shape-Methode grundsätzlich die Defekttiefe, d. h. die dortige Wanddicke, unterschätzt, z. B. um 2 mm, wurden deutliche Verbesserungen an den Defektkanten erzielt, siehe Pfeile in Abb. 5.56.

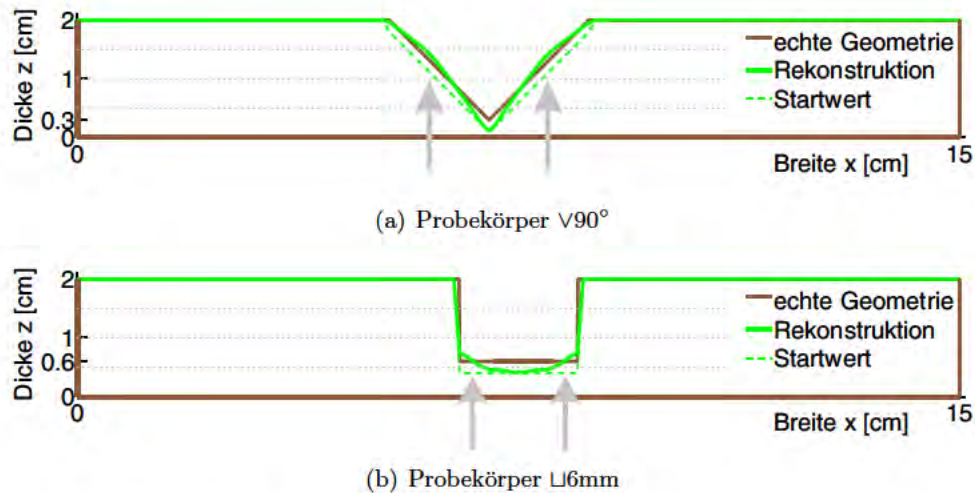


Abbildung 5.56: Als Startwert wurde die geringfügig verdünnte reale Rückwandgeometrie gewählt: Rekonstruktionsergebnis im 6. Iterationsschritt

Der hohe Regularisierungsfaktor im Defektzentrum sorgte für die dortige geringe Verbesserung. Da die Echo-defect-shape-Methode ohnehin sehr zuverlässig im Defektzentrum war, war die dortige Verbesserung weniger relevant als an den Defektkanten.

**Aspekt „übermäßige Defekttiefe“:** Für den unwahrscheinlichen Fall, dass die Echo-defect-shape-Methode die Defekttiefe, d. h. die Restwandstärke, überschätzt, wurden deutliche Verbesserungen nur bei den Probekörpern mit kontraststarken Thermogrammen erzielt:  $\nabla 120^\circ$  und  $\perp 3$  mm, siehe Pfeile in Abb. 5.57.

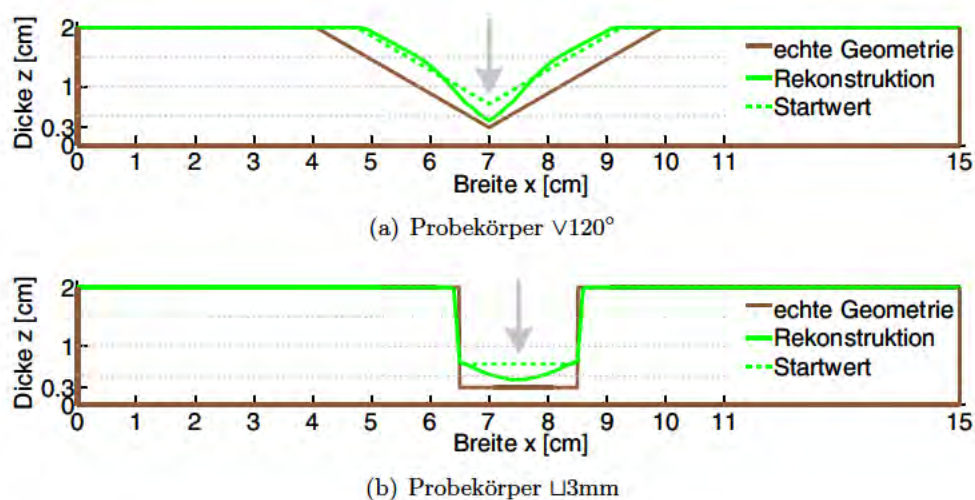


Abbildung 5.57: Als Startwert wurde die geringfügig verdickte reale Rückwandgeometrie gewählt: Rekonstruktionsergebnis im 6. Iterationsschritt

Die Verbesserungen wurden hauptsächlich im Defektzentrum erzielt, und nach 6 Iterati-

onsschritten war dort die reale Wanddicke gut approximiert. Zum Defektrand hin war die Veränderung weniger vorteilhaft, vor allem bei  $\sqrt{120^\circ}$ , da der durchschnittliche Fehler des Temperaturfeldes schon nah am Simulationsfehler (17.6 mK) lag. Da der durchschnittliche Fehler des Temperaturfeldes bei einem dicken Startwert geringer war als bei einem dünnen Startwert, musste die Dicke der realen Rückwandgeometrie um 4 mm – anstatt um 2 mm – verändert werden, um Verbesserung durch die Levenberg-Marquardt-Methode zu ermöglichen.

**„Differenzenmethode“:** Der beschriebene Effekt der Levenberg-Marquardt-Methode als Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“ gilt auch für die „Differenzenmethode“, zumindest für die Aspekte „flache Defektkante“ und „geringe Defekttiefe“, da die genannten Verbesserungen sich schon im ersten Iterationsschritt abzeichneten. Der dritte Aspekt „übermäßige Defekttiefe“ ist nicht klar übertragbar, da sich im ersten Iterationsschritt keine sichtbare oder messbare Verbesserung einstellte; der durchschnittliche Fehler der Rückwandgeometrie verbesserte sich erst ab dem 2. Iterationsschritt kontinuierlich.

### Zusammenfassung:

- Flache Defektkanten wurden hervorragend verbessert. Das ist nur möglich, weil diese Methode auf einer 2D-Betrachtung der Wärmeleitungsgleichung basiert.
- Geringe Defekttiefen wurden auf sehr gute Weise verbessert (hauptsächlich an den Defektkanten). Bei Startwerten nach der Echo-defect-shape-Methode, welche im Defektzentrum keine Änderung benötigte, erwartete man dadurch hervorragende Verbesserungen von geringen Defekttiefen.
- Übermäßige Defekttiefen wurden nur mäßig verbessert. Bei kontrastreichen Thermogrammen waren vor allem im Defektzentrum Verbesserung möglich. Die Rekonstruktion für Startwerte, welche mit der Echo-defect-shape-Methode gewonnen wurden, wurde von dieser Schwäche nicht beeinträchtigt.

### 5.3.12 Schlechte Startwerte

In diesem Unterkapitel wird gezeigt, inwieweit die Qualität des Startwertes Einfluss auf das Rekonstruktionsergebnis der Levenberg-Marquardt-Methode hat. Die Inversion wird für mittelmäßige und für schlechte Startwerte getestet.

Im Folgenden wird die Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ ausgewertet. Drei Kategorien von Startwerten wurden getestet:

- **Gute Startwerte:** Die guten Startwerte wurden in Kapitel 5.1 erläutert und in Unterkapitel 5.3.4 zur Rekonstruktion verwendet. Die guten Startwerte hatten einen durchschnittlichen Fehler von 1.1-2.4 mm; im Mittel 1.6 mm (Tabelle 5.3). Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie fiel in 6 Iterationsschritten um 54% ( $\approx (1.6 - 0.74)/1.6$  % mit Tabelle 5.6).
- **Mittelmäßige Startwerte:** Die mittelmäßigen Startwerte für die Nutprobekörper besaßen durchschnittliche Fehler von 1.5-4 mm; im Mittel 2.2 mm. Diese Startwerte wurden mit der Echo-defect-shape-Methode gewonnen, jedoch für einen kleinen Schwellwert von  $C_0 = 0.035$  (anstatt 0.07). Dieser Schwellwert wurde bei den Probekörpern mit Flachbodenbohrungen angewendet, um die Detektion von sehr kleinen Defekten zu ermöglichen. Die Startwerte für die Nutprobekörper zeigten für den Schwellwert 0.035 vor allem breitere Defekte an, im Vergleich zu den Startwerten mit dem Schwellwert 0.07. Der Grund für die Verbreiterung der Defekte war, dass auch der geringere Kontrast in Referenzgebieten, welcher durch einen geringen lateralen Wärmefluss verursacht wurde, fälschlicherweise zu einer



Defektanzeige durch die Echo-defect-shape-Methode führte. Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie fiel im Mittel in 6 Iterationsschritten von 2.2 mm auf 1.2 mm, d. h. um 46% ( $\approx (2.2 - 1.2)/2.2$  %). Am Probekörper U6mm, bei welchem die deutlichste Verbreiterung erfolgte, wird beispielhaft gezeigt, dass ein mittelmäßiger Startwert auch zu einer mittelmäßigen Rekonstruktion führte (bei gleicher Anzahl von Iterationsschritten), Abb. 5.58.

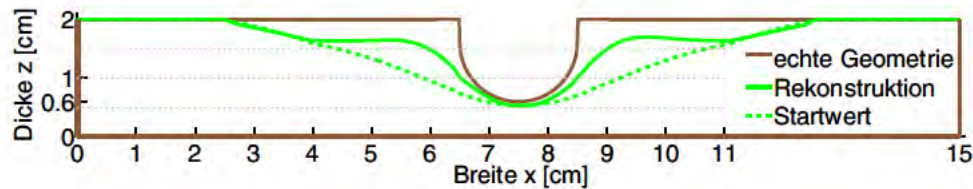


Abbildung 5.58: Mittelmäßige Rekonstruktion für mittelmäßigen Startwert bei U6mm, 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“

Ob mittelmäßige Startwerte in ihrer Rekonstruktionsqualität durch eine höhere Anzahl von Iterationen kompensiert werden können, wird nach den Ergebnissen mit den schlechten Startwerten diskutiert.

- **Schlechte Startwerte:** Die schlechten Startwerte besaßen einen großen durchschnittlichen Fehler von ca. 6-11 mm; im Mittel von fast 9 mm. Diese Startwerte wurden aus den experimentell gewonnenen Temperaturdaten aus relativ rauschbelasteten Einzelmessungen gewonnen (wieder mit der Echo-defect-shape-Methode und Schwellwert 0.035). Auch die Rekonstruktionen im 6. Iterationsschritt besaßen noch einen großen durchschnittlichen Fehler. Dieser Fehler im Mittel fiel in 6 Iterationsschritten von 8.7 mm auf 6.5 mm, d. h. um 25% ( $\approx (8.7 - 6.5)/8.7$  %). In Abbildung 5.59 wird die Rekonstruktion anhand der Probekörper V120° und U3mm gezeigt. Die Defektform war teilweise schon erkennbar. Da der durchschnittliche Fehler bis zum 6. Iterationsschritt deutlich fiel, wären bei diesen Probekörpern in den folgenden Iterationsschritten ein weiterer Abfall zu erwarten.

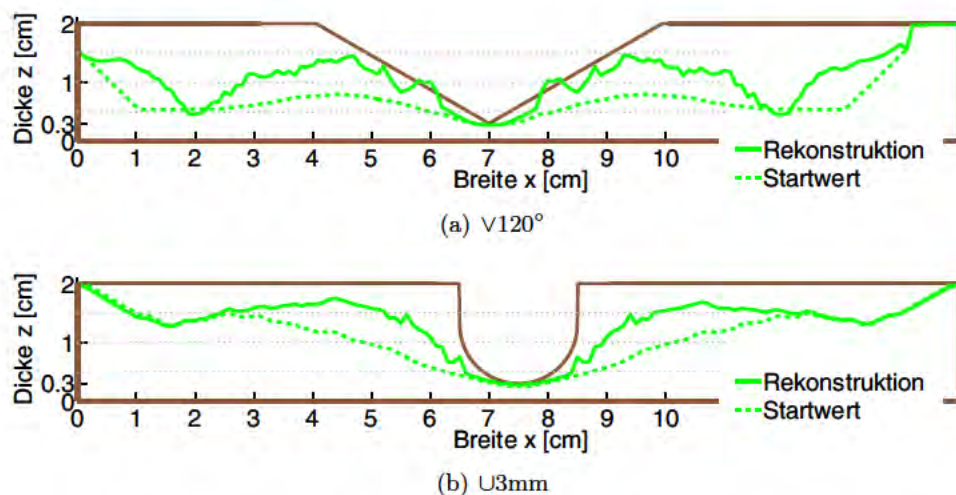


Abbildung 5.59: Schlechte Rekonstruktion für einen schlechten Startwert, 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ für (a) V120° und (b) U3mm

Im Gegensatz dazu waren beim Probekörper U6mm die Rückwandrekonstruktionen sehr schlecht, Abb. 5.60. Weder war die Defektform zu erkennen, noch waren weitere Ver-



besserung nach dem 6. Iterationsschritt zu erwarten, da der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie schon im 4. Iterationsschritt stagnierte.

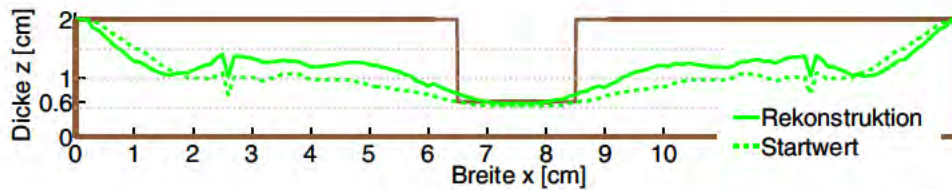


Abbildung 5.60: Sehr schlechte Rekonstruktion für einen schlechten Startwert bei  $\square 6\text{mm}$ , 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“

**Übersicht der drei Kategorien von Startwerten:** In Abbildung 5.61 ist der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie im Mittel über alle Probekörper gezeigt; und zwar für 6 Iterationsschritte mit der „Broyden-Methode“ für gute, mittelmäßige und schlechte Startwerte. Der durchschnittliche Fehler für die Inversion mit schlechten Startwerten (gepunktete Linie) bezieht sich auf die rechtsseitige Skala. Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie von guten / mittelmäßigen / schlechten Startwerten fiel um 54% / 45% / 25% ( $\approx (8.7 - 6.5)/8.7\%$ ). Das zeigt, dass mit der „Broyden-Methode“ der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie für schlechte Startwerte langsamer fiel als für gute Startwerte. Damit ist offensichtlich, dass schlechte Startwerte zu besonders schlechten Rekonstruktionen der Levenberg-Marquardt-Methode führten.

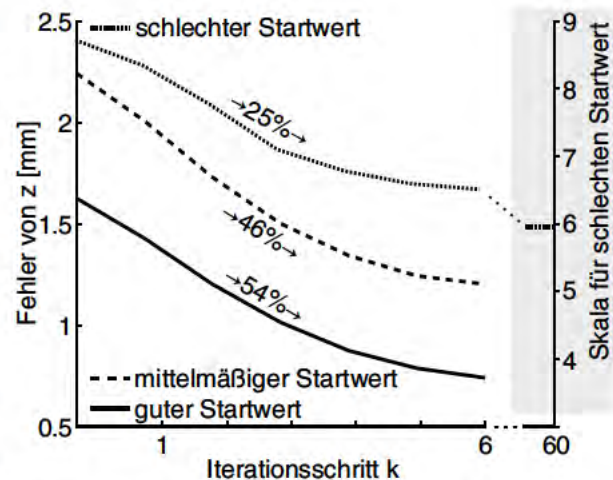


Abbildung 5.61: Durchschnittlicher Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrien im Mittel (bzgl. aller Probekörper) für Startwerte unterschiedlicher Qualität

Können schlechte Startwerte in ihrer Rekonstruktionsqualität durch eine höhere Anzahl von Iterationen kompensiert werden? Der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie von guten / mittelmäßigen / schlechten Startwerten fiel im 1. Iterationsschritt von 1.626 / 2.242 / 8.726 mm auf 0.741 / 1.203 / 0.652 mm, d.h. um 12% / 10% / 4% ( $\approx (8.7 - 8.4)/8.4\%$ ). Angenommen, dieser prozentuale Abfall gelte für alle darauffolgenden Iterationsschritte (linearer Abfall). Für den guten / mittelmäßigen / schlechten Startwert läge der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie im 6. Iterationsschritt bei 0.748 / 1.154 / 6.705 mm. Um für den mittelmäßigen bzw. schlechten Startwert eine Rückwandgeometrie mit einem durchschnittlichen Fehler von 0.748 mm zu rekonstruieren, wären insgesamt 10 bzw. 54 Iterationsschritte notwendig. Diese Annahme ist jedoch optimistisch wegen der Konvergenzprobleme bei hohen Iterationszyklen: Für schlechte Startwerte konnte auch nach 60 Iterationsschritten der Fehler von 5.972 mm (im Mittel) nicht unterschritten werden (siehe Abb. 5.61; außerdem kein deutlicher Abfall ab 30. Iterationsschritt). Daraus folgt, dass schlechte Startwerte zu besonders schlechten Rekonstruktionen trotz höheren Iterationszahlen führen können als eine Iteration mit guten Startwerten.

**„Differenzenmethode“:** Wieder wird zur Schlussfolgerung für die „Differenzenmethode“ nur der 1. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ untersucht. Der durchschnittliche Fehler



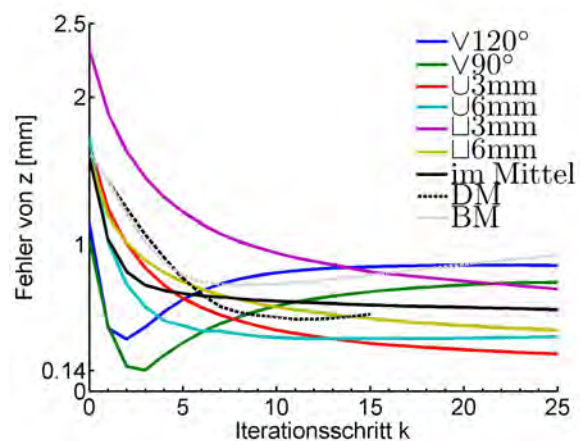
der rekonstruierten Rückwandgeometrie von guten / mittelmäßigen / schlechten Startwerten fiel im 1. Iterationsschritt um 12% / 10% / 4% ( $\approx (8.7 - 8.4)/8.4$  %). Das Verhältnis der Fehler zueinander zeigt, dass allein im 1. Iterationsschritt und folglich ebenso bei der „Differenzenmethode“ ein schlechter Startwert auch zu einer schlechten Rekonstruktion führen würde.

**Zusammenfassung:** Bei der Auswertung von Einzelmessungen in Kombination mit sub-optimal gewählten Parametern der direkten Rekonstruktionsmethode kam es zu mäßigen oder sogar schlechten Startwerten. In diesem Fall muss mit einer entsprechend starken Beeinträchtigung der Rekonstruktionsergebnisse gerechnet werden. Deshalb sollten schlechte Startwerte mit Hilfe von Mittelungen von Messzyklen oder durch einen angepassten Schwellwert vermieden werden. Für die „Broyden-Methode“ und für die „Differenzenmethode“ eignen sich also möglichst gute Start-Rückwandgeometrien, welche die Restwandstärke nicht unterschätzen.

### 5.3.13 Alternative indirekte Rekonstruktionsmethode

Als Alternative zur indirekten Rekonstruktion mittels der Levenberg-Marquardt-Methode werden in diesem Unterkapitel die Ergebnisse mit der optimierten iterativen Echo-defect-shape-Methode vorgestellt, Gl. (2.95). Außerdem wird ein Vergleich mit der originalen Version der iterativen Echo-defect-shape-Methode gezeigt, Gl. (2.94).

In Abbildung 5.62 wird in Farbe das Konvergenzverhalten für jeden Probekörper dargestellt. Genauso wie bei der Levenberg-Marquardt-Methode traten Konvergenzschwierigkeiten für die V-Profile auf. Das Mittel über die Probekörper wird als schwarze, durchgezogene Kurve gezeigt. Diese kann mit dem Mittel der Levenberg-Marquardt-Methode in der Konfiguration „Differenzenmethode“ (DM) und „Broyden-Methode“ (BM) verglichen werden, gestrichelte Kurven in schwarz bzw. in grau. Die graue Kurve fällt nicht stark genug und liegt oberhalb der schwarzen Kurve. Das heißt, die Echo-defect-shape-Methode lieferte bessere Rekonstruktionsergebnisse als die „Broyden-Methode“. Die schwarze, gestrichelte Kurve fällt stärker als die schwarze, durchgezogene Kurve. Das heißt, die „Differenzenmethode“ lieferte die besten Rekonstruktionsergebnisse, jedenfalls wenn man oft genug iterierte.



**Abbildung 5.62:** Konvergenzverhalten des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie  $z$  bei der iterativen Echo-defect-shape-Methode im Vergleich mit der Levenberg-Marquardt-Methode (DM bzw. BM)

**Optimierung:** Im Beispiel von U6mm sorgte die Optimierung der iterativen Echo-defect-shape-Methode für eine deutliche Verbesserung. In Abbildung 5.63 sieht man das Rekonstruktionsergebnis im 15. Iterationsschritt für die optimierte und für die originale Version.

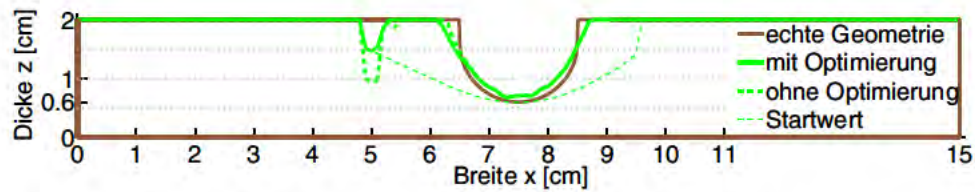


Abbildung 5.63: Rekonstruktion für die optimierte und für die originale iterative Echo-defect-shape-Methode bei 6mm, 15. Iterationsschritt

**Zusammenfassung:** Die iterative Echo-defect-shape-Methode hatte ähnlich gute Ergebnisse wie die Levenberg-Marquardt-Methode. Am besten waren die Ergebnisse der Levenberg-Marquardt-Methode in der Konfiguration „Differenzenmethode“. Außerdem lieferte die Optimierung der iterativen Echo-defect-shape-Methode bessere Ergebnisse als die originale Version.

### 5.3.14 Zusammenfassung der Diskussion

Die 2D-Rekonstruktionsergebnisse der Nutprobekörper mittels der Levenberg-Marquardt-Methode stellten sehr gute Approximationen der realen Rückwandgeometrien dar, zumindest wenn die Ableitungsmatrix in jedem Iterationsschritt mit der Differenzenmethode berechnet wurde. Die zu wählenden Parameter, welche das Simulationsmodell und die konkrete Definition der infinitesimalen Änderung für die Ableitungsmatrix betreffen, und der Regularisierungsparameter wurden sehr gut gewählt, da Abweichungen zu schlechteren Rekonstruktionen führten. Auch die Glättung von Messdaten und rekonstruierten Rückwandgeometrien wurden optimal ausgesucht. Die Inversion lieferte reproduzierbare Ergebnisse. Der Einfluss der eingeschränkten Simulationsgenauigkeit auf die Ergebnisse wurde erläutert. Der klare Vorteil gegenüber direkten Methoden wurde sichtbar. Der Einfluss des Startwertes wurde verdeutlicht.





## Kapitel 6

# Rekonstruktion in 3D (PVC)

In diesem Kapitel wird gezeigt, dass die Levenberg-Marquardt-Methode auch zur 3D-Rekonstruktion geeignet ist; und zwar an den PVC-Probekörpern mit Flachbodenbohrungen. Zuerst wird – wie im vorigen Kapitel für die Nutprobekörper – der optimale Startwert für die Levenberg-Marquardt-Methode gesucht. Anschließend werden die Rekonstruktionsergebnisse der Levenberg-Marquardt-Methode gezeigt. Zur Diskussion werden diese Ergebnisse mit den 3D-Rekonstruktionen mittels der iterativen Echo-defect-shape-Methode verglichen. Außerdem folgen die 2D-Rekonstruktionen für die Profile durch die Bohrungen, welche mit der Levenberg-Marquardt-Methode gewonnen wurden.

### 6.1 Optimaler Startwert

Zum Vergleich der direkten Methoden aus Unterkapitel 2.2.1 wurde die kleinste und flachste Bohrung gewählt, d. h. die Bohrung mit einer Restwandstärke 6 mm des Probekörpers FBB8mm.

**Temperaturabfall:** In Abbildung 6.1 sieht man den gemessenen Temperaturabfall an der planen Vorderseite über den drei Bohrungen von Probekörper FBB8mm. An der Bohrung mit Restwandstärke (RWS) 6 mm, d. h. die lila, durchgezogene Kurve, war der Unterschied zur Referenztemperatur (graue, durchgezogene Kurve) gering. Als Referenzstelle (RWS 20 mm) wurde eine ca.  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  große Fläche an der Stelle  $x = 10$  und  $y = 10 \text{ cm}$  gewählt, d. h. es wurde die Mittelung von 100 Pixel als Referenztemperatur genommen. In der grauen Skizze in Abbildung 6.1 sieht man, dass die Referenzstelle mit den drei Bohrungen ein im Probenmittelpunkt zentriertes Quadrat bildet, sodass die Bohrungen und die Referenzstelle ähnlich stark erwärmt werden konnten. Für die oberflächennäheren Bohrungen war dieser Kontrast deutlicher, wenngleich nicht so deutlich wie der Kontrast zwischen den analytischen 1D-Lösungen (gestrichelte Kurven mittels Gl. (2.36), siehe auch Abb. 2.5(a)). Der Grund ist, dass die analytische Lösung die laterale Wärmestromdichte vernachlässigt, welche besonders durch den kleinen Durchmesser der Bohrungen groß war. Die Auswertung mit direkten Methoden war also anspruchsvoll, besonders für RWS 6 mm. Weitere Abbildungen

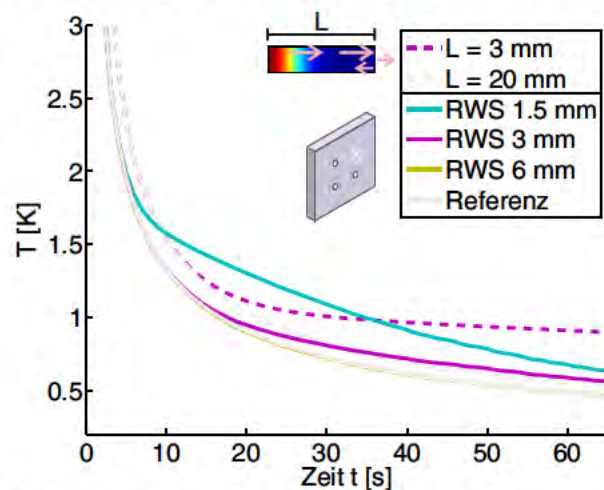


Abbildung 6.1: Temperaturabfall  $T$  über den Bohrungen und der Referenzstelle bei Probekörper FBB8mm im Vergleich mit der analytischen Lösung



z. B. zum Kontrast sind im Anhang B.6 zu finden.

**Vergleich von sieben direkten Methoden:** Die direkten Methoden wurden am Profil durch die flachste Bohrung verglichen. Abbildung 6.2 zeigt die jeweiligen Rekonstruktionen, welche ähnliche Charakteristiken aufzeigen wie bei der Untersuchung des Nutprobekörpers in Abb. 5.2.

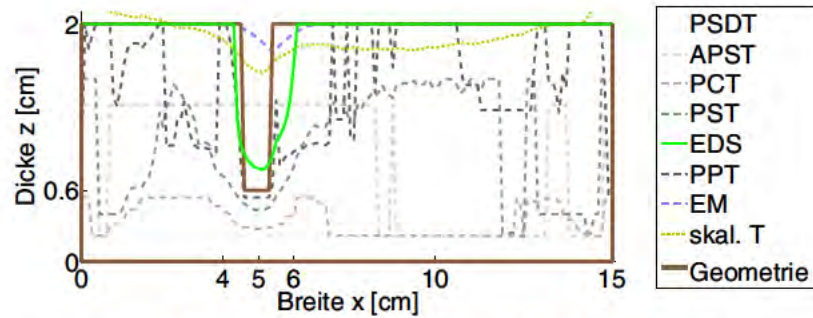


Abbildung 6.2: Vergleich der direkten Methoden am Profil des Probekörpers FBB8mm durch die Bohrung mit Restwandstärke 6 mm

Wieder konnte die beste Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode (EDS) erzielt werden; aber diesmal für den Schwellwert  $C_0 = 0.035$ . Für einen größeren Schwellwert wäre die flachste Bohrung nicht detektiert worden. Oft wird die Puls-Phasen-Thermografie (PPT) nicht pixelweise über die *blind frequency* ausgewertet, sondern bildgebend. Das heißt, es wird eine Frequenz gesucht, für welche die Kontraste auf dem gesamten Probekörper (oder eines Ausschnittes) hoch sind. In Abbildung 6.3 sieht man die Auswertung der Puls-Phasen-Thermografie (PPT) für beide Probekörper; und zwar für die Frequenz  $f = 2$  mHz, bei welcher die Defekte am besten erkenntlich waren.

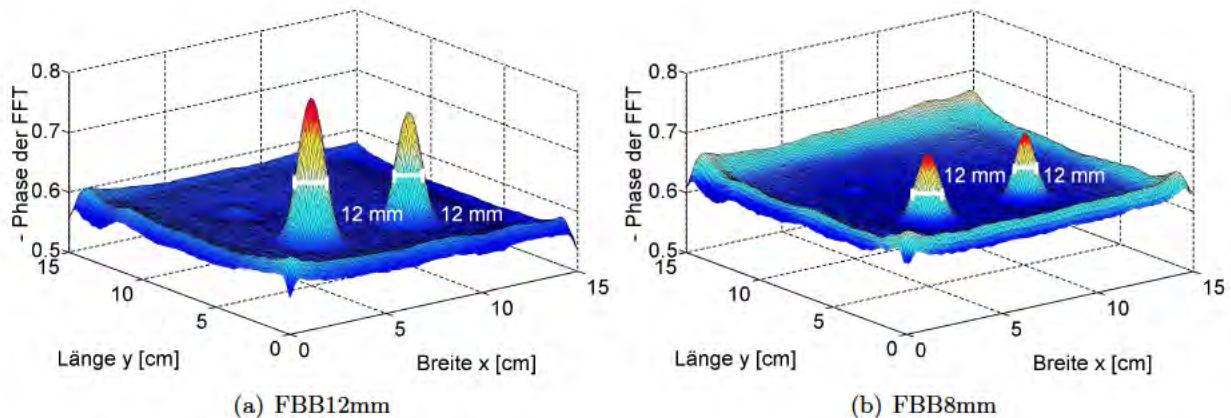
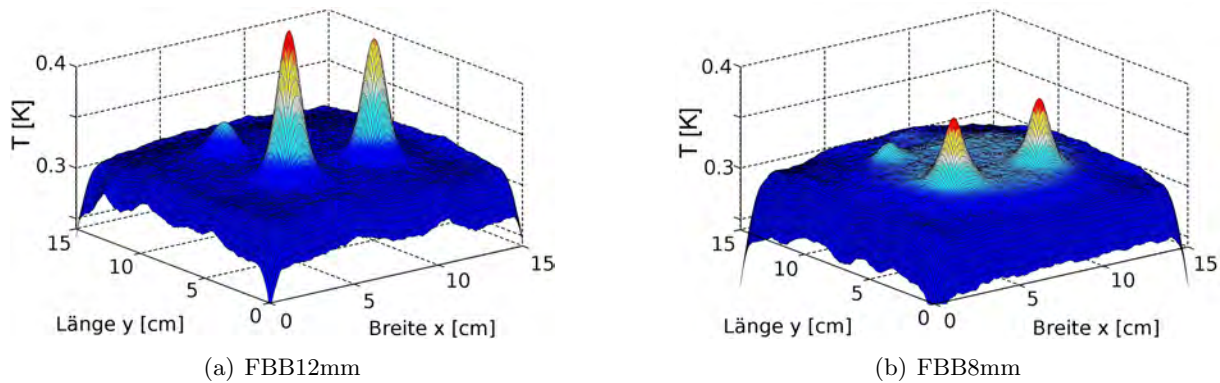


Abbildung 6.3: PPT: Phasenbild für die Frequenz  $f = 2$  mHz bei Probekörper FBB12mm und FBB8mm, jeweils mit Halbwertsdurchmesser von 12 mm. Bohrungen links / mittig / rechts mit RWS 6 / 1.5 / 3 mm.

Man sieht in beiden Phasenbildern, dass die Defektform für die oberflächennahen Bohrungen (RWS 1.5 und 3 mm) gut rekonstruiert wurde: Die Phasenauffälligkeiten besitzen auf halber Höhe einen Durchmesser von 12 mm. Damit wurden zwei der sechs Bohrungen in ihrem Durchmesser sehr gut erkannt und zwei Bohrungen sind an der Detektiergrenze. Auch wenn sich die quantitative Wanddicke nicht aus dem Phasenbild ableiten lässt, sollten die bewährten Phasenbilder mit den folgenden Wanddicken verglichen werden. Das Gleiche gilt für die Thermogramme

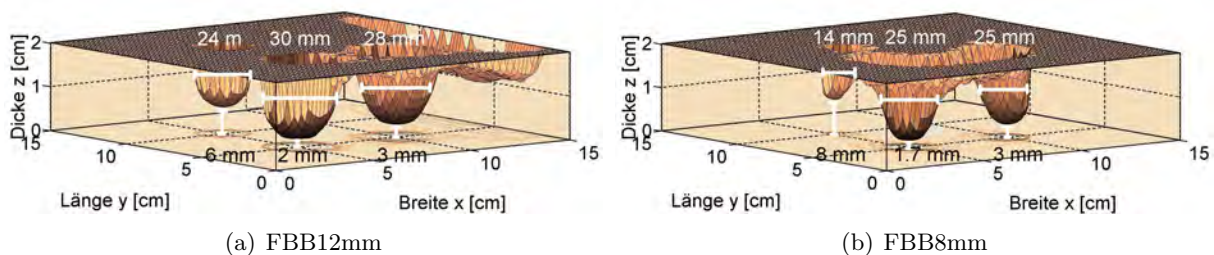
in Abb. 6.4, bei denen an allen Bohrungen Durchmesser von ca. 13 mm (FBB12mm) und 11-13 mm (FBB8mm) gemessen werden konnten.



**Abbildung 6.4:** Thermogramme für  $t = 120$  s bei den Flachbodenbohrungen

Zusammengefasst gilt: Bei den Phasenbildern und bei den Thermogrammen lagen die Durchmesser für FBB12mm nah an dem realen Wert und bei FBB8mm nur knapp über dem realen Wert.

**Ergebnisse der direkten Methode:** Für quantitative Waddickenangaben lieferte die Echo-defect-shape-Methode die besten 3D-Ergebnisse, welche in Abbildung 6.5 für ein 1 mm Raster zu sehen sind.



**Abbildung 6.5:** Startwert für die Inversion: Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei den Flachbodenbohrungen

Folgende Beobachtungen wurden an dieser Rekonstruktion gemacht:

- Die Bohrungen wurden alle detektiert und die Referenzgebiete wurden gut erkannt bis auf den Rand bei  $x \approx 14$  cm bei FBB12mm. Der Grund dafür ist, dass der Temperaturabfall  $T_{\text{Rand}}$  an diesem Rand für späte Zeitpunkte ab  $t \approx 200$  s aus unbekannten Gründen gebremst wurde, relativ zu den anderen defektfreien Gebieten, vgl. Abb. 3.35.
- Die Restwandstärke über den Bohrungszentrum wurde bei beiden Probekörpern gut rekonstruiert; vor allem die Bohrung mit 3 mm RWS. Im Durchschnitt wurde diese Restwandstärke mit einem durchschnittlichen Fehler von  $\pm 0.44$  mm ermittelt.
- Der Durchmesser der Bohrung jedoch wurde meist doppelt bis dreifach so breit wie die reale Geometrie berechnet, im Durchschnitt mit einem Fehler von 14 mm. Nota bene, die Durchmesser wurden auf halber Höhe der jeweils rekonstruierten Bohrungsgeometrie gemessen, d. h. bei einer Bohrung mit Restwandstärke 0.8 cm wurde der Durchmesser in der Dicke  $z = (2 - 0.8)/2 + 0.8$  cm gemessen.

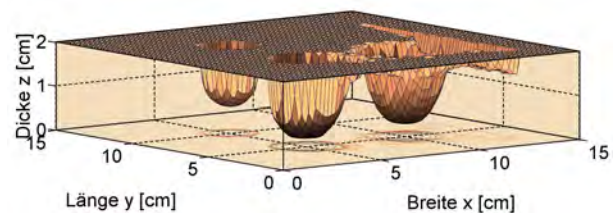


Zur Übersicht wird der Fehler der einzelnen Bohrungen bezüglich Durchmesser und RWS und der durchschnittliche Fehler des Startwertes nach Gl. (2.56) in Tabelle 6.1 gelistet:

Probekörper FBB...mm	12	12	12	8	8	8	Ø
Bohrungs mit Restwandstärke	1.5 mm	3 mm	6 mm	1.5 mm	3 mm	6 mm	
Fehler des Durchmessers [mm] $\approx$	18	12	16	17	17	6	14
Fehler der RWS [mm]	0.59	0.04	-0.00	0.21	0.04	1.76	0.44
Durchschn. Fehler [mm] (für 15x15 cm <sup>2</sup> )	1.83			0.90			1.37
Durchschn. Fehler nach Bear- beitung [mm] (für 15x15 cm <sup>2</sup> )	1.25			0.90			1.08
Durchschn. Fehler nach Bear- beitung [mm] (ohne Randbereich)	2.32			1.68			2.00

**Tabelle 6.1:** Fehler des Startwertes  $z$  der Probekörper FBB12mm und FBM8mm – Bearbeitung von  $z$  bedeutet Glättung und defektfreier Rand, siehe im Folgenden. Der Durchschnitt wurde auf halber Defekttiefe gemessen, siehe oben im Text.

**Bearbeitung (Glättung und defektfreier Rand):** Für die Anwendung als Startwert wurde die Rückwandgeometrie geglättet, Abb. 6.6; und zwar mit einem Gauss-Filter mit einer Standardabweichung von 40 Werten (40 mm) auf 2x2 benachbarte Werte, wobei die Gebiete der Defektzentren von der Glättung ausgenommen wurden. Auch wenn die Auswirkung der Glättung gering war, wurde die Glättung vorgenommen. Denn bei der 2D-Rekonstruktion mit der Levenberg-Marquardt-Methode erwies sich ein geglätteter Startwert von Vorteil. Eine stärkere Glättung hätte nur mit nachteiligem Informationsverlust angewendet werden können.



**Abbildung 6.6:** Bearbeitete Rekonstruktion bei FBB12mm, d. h. von Abb. 6.5(a)

Ferner wurde ein 2 cm breiter Rand als defektfrei angenommen. Die Durchmesser und Restwandstärken der Bohrungen sind unverändert, aber der durchschnittliche Fehler verbesserte sich, siehe vorletzte Zeile in Tabelle 6.1. Da die Fläche des 2 cm breiten Randes 54% einer 15x15 cm<sup>2</sup> Fläche ausmachte, sollte der durchschnittliche Fehler um diesen Faktor skaliert werden, siehe letzte Zeile in Tabelle 6.1. Damit bezieht sich der neue durchschnittliche Fehler nur auf den Probekörper ohne den Randbereich. Nota bene, für den Probekörper FBB8mm machte diese Annahme keinen Unterschied. Bei einer höheren Anzahl von Messzyklen zur Mittelung eines Datensatzes könnte u. U. die Annahme des defektfreien Randes vernachlässigbar sein.

**Zusammenfassung:** Genauso wie bei den Nutprobekörpern hat sich bei den Flachbodenbohrungen die Echo-defect-shape-Methode als die geeignetste direkte Methode zur Gewinnung der Rückwandgeometrie aus thermischen Daten nach Impulserwärmung erwiesen; und zwar für den Schwellwert  $C_0 = 0.035$ .



## 6.2 Rekonstruktionsergebnisse

Die 3D-Rekonstruktion der Flachbodenbohrungen wurde mit der Levenberg-Marquardt-Methode berechnet. Da die 3D-Simulation trotz der Beschränkung auf Ausschnitte des Probekörpers zeitaufwendig war, wurde die Ableitung ab dem 2. Iterationsschritt mit der Broyden-Methode approximiert, zur „Broyden-Methode“ vgl. Kapitel 5.3.4.

Die Iteration wurde nach dem 4. Iterationsschritt beendet. Denn bei der Stichprobe bei der Bohrung von FBB8mm mit RWS 3 mm, für welchen die Übereinstimmung von Simulation und Messung hoch war, wurde die beste Rückwandgeometrie im 4. Iterationsschritt berechnet. Die Rückwandstützstellen bildeten ein  $2 \times 2 \text{ mm}^2$  Raster, welches aus Gründen der Zeiteffizienz größer als das 1 mm Raster der 2D-Rekonstruktion gewählt wurde. Als Regularisierungsparameter wurde  $\alpha = 1$  gewählt, nachdem die L-Kurve der Stichprobe mit der Bohrung von FBB8mm mit RWS 3 mm für  $10^{-9} \leq \alpha \leq 10^9$  ausgewertet wurde (der Knick der L-Kurve lag im Bereich  $10^{-1} \leq \alpha \leq 10^1$ ). Die Übersicht der Inversionsparameter folgt in Tabelle 6.2:

Parameter	Wert oder Methode
Abstand der Stützwerte	$2 \times 2 \text{ mm}^2$
Schwellwert für Echo-defect-shape-Methode	$C_0 = 0.035$
Regularisierungsparameter für Levenberg-Marquardt-Methode	$\alpha = 1$
Iteration beendet bei Iterationsschritt Nr.	4
Methode zur Berechnung der Ableitung	$k = 1$ : Differenzenmethode $k \geq 2$ : Broyden-Methode

**Tabelle 6.2:** Parameter der Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 3D-Rekonstruktion

**Das *a priori* Wissen:** Eine Übersicht über das *a priori* Wissen folgt in Tabelle 6.3:

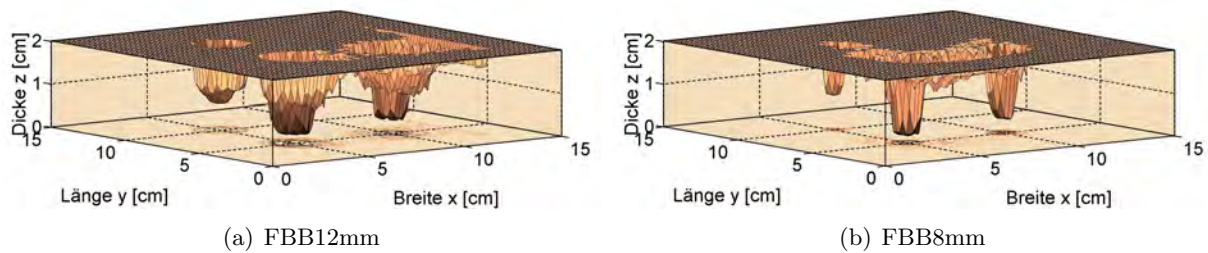
<i>a priori</i> Wissen Nr.	Inhalt des <i>a priori</i> Wissens	Folgerung
Erstes	Die Materialdicke ist minimal 0.1 cm und maximal 2 cm.	$0.1 \leq z_k \leq 2 \text{ cm}$
Zweites	Der 2 cm breite Rand der Rückseite wird als defektfrei angenommen, da die zu untersuchenden Defekte im mittleren Bereich des Probekörpers liegen.	$z(x, y) = 2$ , falls $x \leq 2$ , $x \geq 13$ , $y \leq 2$ oder $y \geq 13 \text{ cm}$ .
Drittes	Der Defektbereich wird zuverlässig durch die Echo-defect-shape-Methode bestimmt, d. h. eine mit dieser Methode gewonnene Information über die Abwesenheit eines Defektes ist zuverlässig.	Ableitung wird nur im Defektbereich berechnet.
Viertes	Die Echo-defect-shape-Methode unterschätzt die Wanddicke.	$z_{40} \geq z_1$

**Tabelle 6.3:** Das *a priori* Wissen für die Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 3D-Rekonstruktion

Das erste *a priori* Wissen wurde für diese Inversion erweitert. Da ein sehr oberflächennaher Defekt hinter einer planen, defektfreien Vorderseite rekonstruiert wurde, war eine Annahme über eine minimale Wanddicke sinnvoll und erlaubt. Ohne eine solche Annahme wären sonst

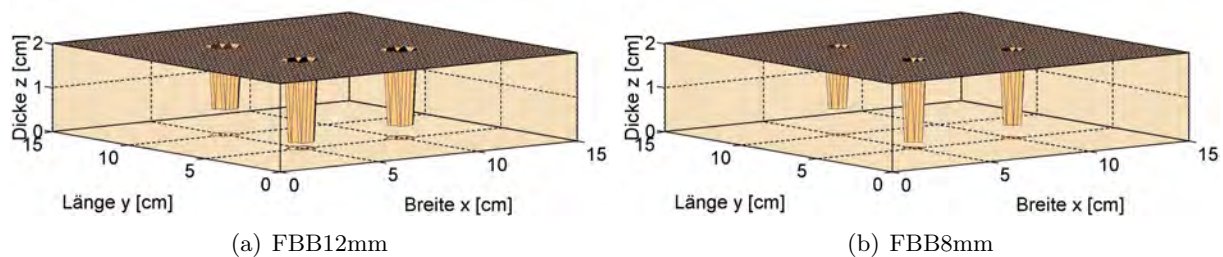
nicht-positive Wanddicken berechnet worden. Auf das Rekonstruktionsergebnis wurde sogar noch mehr *a priori* Wissen (viertes) angewendet: Die rekonstruierte Geometrie ist nicht nur mehr als 1 mm dick, sondern auch in jedem Falle dicker als die Start-Geometrie. Dies wurde schon zur Optimierung der iterativen Echo-defect-shape-Methode angewendet. Details und die Auswirkung für die Levenberg-Marquardt-Methode dazu sind im folgenden Unterkapitel 6.3.1 beschrieben.

**Rekonstruktionsergebnisse:** Die Abbildung 6.7 zeigt die rekonstruierte Rückwandgeometrie für die Probekörper FBB12mm und FBB8mm.



**Abbildung 6.7:** Rekonstruktion mit der Levenberg-Marquardt-Methode

Zum Vergleich ist in Abbildung 6.8 die reale Rückwandgeometrie (für ein 1 mm Raster) zu sehen.



**Abbildung 6.8:** Reale Geometrie: Bohrungen links / mittig / rechts mit RWS 6 / 1.5 / 3 mm.)

Der durchschnittliche Fehler der einzelnen Bohrungen bezüglich Durchmesser und RWS und der durchschnittliche Fehler der Rekonstruktionsergebnisse nach Gl. (2.56) ist in Tabelle 6.4 gelistet:

Probekörper FBB... mm	12	12	12	8	8	8	Ø
Bohrung mit Restwandstärke	1.5 mm	3 mm	6 mm	1.5 mm	3 mm	6 mm	
Fehler des Durchmessers [mm] $\approx$	14	10	6	6	4	3	7
Fehler der RWS [mm]	0.59	0.04	-0.00	0.21	0.04	1.76	0.44
Durchschn. Fehler [mm] (ohne Randbereich)	1.53			0.85			1.19

**Tabelle 6.4:** Fehler der Rekonstruktion  $z$  der Probekörper FBB12mm und FBB8mm

Im Vergleich mit dem Startwert, siehe Tabelle 6.1, gilt im Mittel über die Bohrungen:

- Der Fehler des Durchmessers halbierte sich (von 14 mm auf 7 mm, d. h. um 50%). Damit wurde der Durchmesser nicht 2.4-mal zu breit rekonstruiert, sondern nur 1.7-mal zu breit rekonstruiert (Verbesserung um 30%).

- Der Fehler der RWS über dem Bohrungszentrum blieb dank des vierten *a priori* Wissens identisch; mehr dazu im folgenden Kapitel.
- Der durchschnittliche Fehler der Rückwandgeometrie fiel von 2.00 auf 1.19 mm, d. h. um

$$(2 - 1.19)/2 = 41\%. \quad (6.1)$$

**Vergleich mit Stand der Technik:** Beim Vergleich mit den Ergebnissen in der Literatur, fällt auf, dass Wanddicken meist nur an isolierten Punkten berechnet werden. Der Fokus der Ergebnisse liegt hauptsächlich bei der Wanddicke im Zentrum von Flachbodenbohrungen; zum Beispiel werden Bohrungen in [VGB<sup>+</sup>96] und [MV10] in einem Stahlblech (mit 1.3 mm bzw. 3 mm Dicke) untersucht und in [Sun06] eine Platte von 2.7 mm Dicke aus einem keramischen Faserverbundwerkstoff. Durch den Unterschied im Material und den untersuchten Materialdicken ist es schwer diese Ergebnisse zu vergleichen. In [RMH98] werden Flachbodenbohrungen in dem Kunststoff Polyoxymethylen untersucht. Das Material ist an den defektfreien Stellen 1.3 mm dick; die Restwandstärke an den Bohrungen beträgt 1.2 bis 2.3 mm. Die Löcher sind also eher oberflächennah. Das erklärt die Genauigkeit von 5%, mit welcher die Restwandstärken rekonstruiert werden konnten. Die Genauigkeit der Levenberg-Marquardt-Methode (3D) bei der durchschnittlichen Restwandstärke 3.5 mm lag bei  $0.44/3.5 = 13\%$  (mit Tabelle 6.4).

**Inversionsdauer:** Die Inversionsdauer war trotz der Anwendung der Broyden-Methode noch sehr zeitintensiv. Die Inversion und die zugehörigen Simulationen wurden auf einem PC mit acht Doppelkernen mit 2.4 GHz Taktfrequenz durchgeführt. COMSOL rechnete parallel auf den acht Doppelkernen. Abhängig von der Defektgeometrie lag die Inversionsdauer für eine einzelne 3D-Bohrung mit einem  $2 \times 2 \text{ mm}^2$  Raster mit der Levenberg-Marquardt-Methode als Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“ bei circa 75 Stunden. Im ersten Iterationsschritt wurden für die Ableitungsmatrix „infinitesimale“ Änderungen für circa 245 Stützstellen durchgeführt; es musste also 245-mal simuliert werden. Außerdem wurde in jedem Iterationsschritt das Temperaturfeld berechnet. Bei 4 Iterationsschritten wurde also insgesamt 249-mal simuliert: Bei einer Simulationsdauer von ca. 18 min dauerte die Iteration also ca. 75 Stunden je Bohrung und ca. 9 Tage für einen Probekörper mit drei Bohrungen.

## 6.3 Diskussion

Zuerst wird kurz auf das vierte *a priori* Wissen der Levenberg-Marquardt-Methode eingegangen. Zum Vergleich der Rekonstruktionsergebnisse werden dann 3D-Ergebnisse mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode gezeigt, welche in der Literatur bisher nur für 2D-Betrachtungen angewendet wurde. Außerdem werden 2D-Rekonstruktionen für die Profile durch die Bohrungen mit der Levenberg-Marquardt-Methode gewonnen.

### 6.3.1 Viertes *a priori* Wissen

Das vierte *a priori* Wissen besagte, dass die rekonstruierte Wanddicke in jedem Fall höher als die Wanddicke sein muss, welche durch die Echo-defect-shape-Methode berechnet wurde; denn im Allgemeinen unterschätzt die Echo-defect-shape-Methode die reale Wanddicke. Dieses Wissen wurde auch zur Optimierung der iterativen Echo-defect-shape-Methode benutzt. Bei der 2D-Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode waren die Rekonstruktionen so gut, dass dieses Wissen vernachlässigbare Verbesserungen verursacht hätten. Bei der 3D-Inversion war jedoch das vorderseitige  $2 \times 2 \text{ mm}^2$  Gitter grob (relativ zum 2D-Modell: 1 mm), so dass vor allem an den Bohrungszentren relativ ungenau rekonstruiert wurde. Ohne das vierte *a priori* Wissen wären die Restwandstärke an den einzelnen Bohrungen zu dünn rekonstruiert worden; dieser



Fehler und der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie nach Gl. (2.56) ist in Tabelle 6.5 gelistet:

Probekörper FBB... mm	12	12	12	8	8	8	Ø
Bohrung mit Restwandstärke	1.5 mm	3 mm	6 mm	1.5 mm	3 mm	6 mm	
Fehler der RWS [mm]	-0.50	-1.92	-1.48	-0.50	-2.00	-5.00	-1.90
Durchschn. Fehler [mm] (ohne Randbereich)	1.78			0.93			1.36

**Tabelle 6.5:** Fehler der Rekonstruktion  $z$  der Probekörper FBB12mm und FBB8mm – ohne das vierte *a priori* Wissen

### 6.3.2 Iterative Echo-defect-shape-Methode

Die iterative Echo-defect-shape-Methode wird in diesem Kapitel wieder in ihrer optimierten Form nach Gl. (2.95) angewendet. Ähnliche Rekonstruktionsergebnisse wurden in [RMK12b] veröffentlicht, jedoch wurde da die Geometrie des Simulationsmodells aus Quadern unterschiedlicher Höhe zusammengesetzt nach Abb. 4.12(b). In dieser Arbeit wurde die Surf-Option nach Abb. 4.12(a) benutzt.

#### Besonderheiten beim Simulationsmodell:

- Für die iterative Echo-defect-shape-Methode konnten die Ausschnitte um die Bohrungen, für welche jeweils simuliert wurde, größer gewählt werden ( $5 \times 5 \times 2 \text{ cm}^3$ ) als bei der Levenberg-Marquardt-Methode. Denn dieses Verfahren benötigt weniger Simulationen je Iterationsschritt, da keine Ableitungsmatrix berechnet wird. Deswegen durfte die einzelne Simulation auch länger dauern.
- Bei der iterativen Echo-defect-shape-Methode wird eine bekannte Referenzstelle nicht nur bei den Messdaten sondern auch bei den simulierten Temperaturen zur Auswertung benötigt, vgl.  $z_{S_{k+1}}$  in Gl. (2.93). Da innerhalb der Iteration nur Ausschnitte des Probekörpers simuliert wurden, wurde der notwendige Temperaturabfall einer Referenzstelle gesondert simuliert. Das heißt, dass zu Beginn der Iteration das Temperaturfeld für einen defektfreien Ausschnitt berechnet wurde.
- Die Erwärmung im Simulationsmodell erfolgte – im Gegensatz zu der Anwendung der Levenberg-Marquardt-Methode – örtlich inhomogen. Dies ergab bessere Rekonstruktionsergebnisse (vor allem bei FBB8mm); im Gegensatz zur LM-Methode.

Eine Übersicht der benutzten Parameter zeigt Tabelle 6.6:

Parameter	Wert oder Methode
Abstand der Stützwerte	$2 \times 2 \text{ mm}^2$
Schwellwert für Echo-defect-shape-Methode	$C_0 = 0.035$
Iteration beendet bei Iterationsschritt Nr.	15

**Tabelle 6.6:** Parameter der Inversion mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode für eine 3D-Rekonstruktion

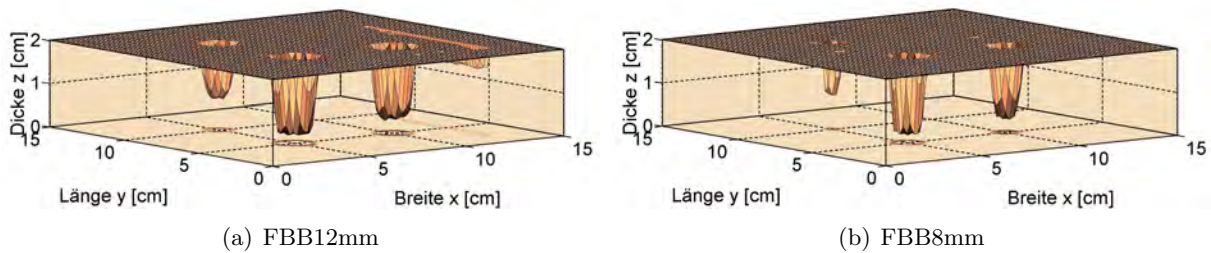
**Das *a priori* Wissen:** Eine Übersicht folgt in Tabelle 6.7:

<i>a priori</i> Wissen Nr.	Inhalt des <i>a priori</i> Wissens	Folgerung
Erstes	Die Materialdicke ist minimal 0.1 cm und maximal 2 cm.	$0.1 \leq z_k \leq 2$ cm
Zweites	Der Diskretisierungsfehler der Simulation in den ersten 40 s ist zu berücksichtigen.	Wenn der relative Kontrast in den ersten 40 s abfällt, dann wird der relative Kontrast erst nach diesem irreführenden Abfall ausgewertet.

**Tabelle 6.7:** Das *a priori* Wissen für die Inversion mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode für eine 3D-Rekonstruktion

Details zu dem Algorithmus, welcher das zweite *a priori* Wissen umsetzte, werden ausführlich in Kapitel 7.1 erklärt. Dort wurde der relative Kontrast der Messdaten von Baustahl ausgewertet, welche in den ersten 0.4 s irreführende Inhomogenitäten aufwies, welche entsprechend automatisch als solche erkannt wurden.

**Rekonstruktionsergebnisse:** Die Abbildung 6.9 zeigt die rekonstruierte Rückwandgeometrie für die Probekörper FBB12mm und FBB8mm.



**Abbildung 6.9:** Rekonstruktion mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode

Probekörper FBB... mm	12	12	12	8	8	8	Ø
Bohrung mit Restwandstärke	1.5 mm	3 mm	6 mm	1.5 mm	3 mm	6 mm	
Fehler des Durchmessers [mm] $\approx$	6	4	-1	6	8	0	4
Fehler der RWS [mm]	0.77	0.20	0.98	0.36	0.16	1.86	0.72
Durchschn. Fehler [mm] (ohne Randbereich)	0.84			0.41			0.63

**Tabelle 6.8:** Fehler der Rekonstruktion  $z$  der Probekörper FBB12mm und FBB8mm – mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode

### 6.3.3 Rotierte 2D-Rekonstruktionsergebnisse

Die Start-Geometrie wies annähernd punktsymmetrische Defekte auf, vgl. Abb. 6.5. Deswegen wurden 2D-Rekonstruktionen der Profile durchgeführt, um durch Rotation um die jeweiligen Defektzentren eine 3D-Rekonstruktion zu erhalten, siehe auch [RMK12a]. Die 2D-Rekonstruktionen wurden mit der Levenberg-Marquardt-Methode durchgeführt; und zwar wieder mit der zusätzlichen Glättung des Startwertes wie in Kapitel 5; d. h. mit einer Standardabweichung von 40

Werten, angewendet auf 15 benachbarte Werte (1 mm pro Wert). Im 21. Iterationsschritt wurde die Ableitung nochmals mit der Differenzenmethode berechnet; und zwar wieder für eine wie im 1. Iterationsschritt geglättete Rückwandgeometrie, bis auf die Anwendung auf 5 benachbarte Werte (1 mm pro Wert). Die erneute Berechnung war notwendig, damit der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie in den folgenden Iterationsschritten weiter fiel. Die kleinere Anzahl der Werte, welche zur Glättung herangezogen werden, sorgte dafür, dass steile Defektkanten unverändert steil blieben. Diese Glättung war genauso wie bei den Nutprobekörper notwendig, damit während der Iteration die Wanddicke an einer steilen Defektkante der Start-Geometrie verbessert werden konnte, z. B. nahe der Bohrung mit Restwandstärke 1.5 cm bei ca.  $(x, y) = (3.5, 5)$  cm. Außerdem erforderte dieser Bereich auch eine stärkere Regularisierung, da die dortige Wanddicke sonst nur für die ersten vier Iterationsschritte verbessert worden wäre. Die Parameter der Inversion waren folgende:

Parameter	Wert oder Methode
Abstand der Stützwerte	1 mm
Schwellwert für Echo-defect-shape-Methode	$C_0 = 0.035$
Gesplitteter Regularisierungsparameter für Levenberg-Marquardt-Methode	$\alpha = [80, 300, 80]$
Iteration beendet bei Iterationsschritt Nr.	40
Methode zur Berechnung der Ableitung	$k = 1$ und 21: Differenzenmethode sonst: Broyden-Methode

**Tabelle 6.9:** Parameter der Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 2D-Rekonstruktion

**Das *a priori* Wissen:** Eine Übersicht folgt in Tabelle 6.10:

<i>a priori</i> Wissen Nr.	Inhalt des <i>a priori</i> Wissens	Folgerung
Erstes	Die Materialdicke ist minimal 0.1 cm und maximal 2 cm.	$0.1 \leq z_k \leq 2$ cm
Zweites	Der 2 cm breite Rand der Rückseite wird als defektfrei angenommen, da die zu untersuchenden Defekte im mittleren Bereich des Probekörpers liegen.	$z(x) = 2$ , falls $x \leq 2$ oder $x \geq 13$ cm.
Drittes	Der Defektbereich wird zuverlässig durch die Echo-defect-shape-Methode bestimmt, d. h. eine mit dieser Methode gewonnene Information über die Abwesenheit eines Defektes ist zuverlässig.	Ableitung wird nur im Defektbereich berechnet.

**Tabelle 6.10:** Das *a priori* Wissen für die Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 2D-Rekonstruktion

**Rekonstruktionsergebnisse:** Die Rekonstruktionsergebnisse sind in Abbildung 6.10-6.11 zu sehen:



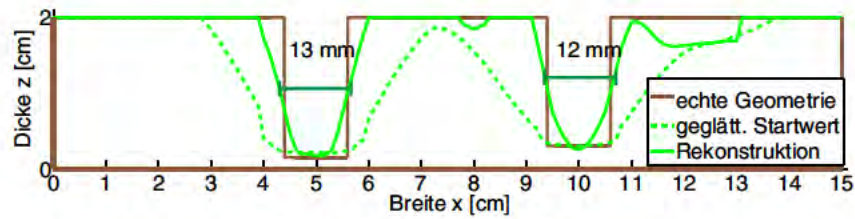
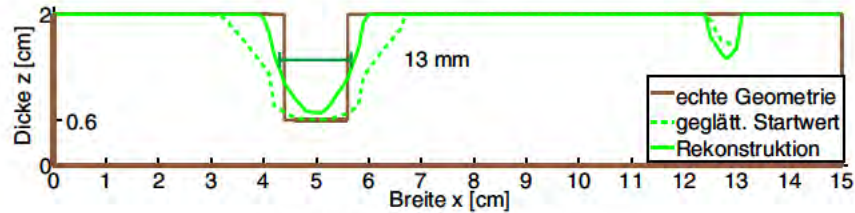
(a) Profil bei Länge  $y = 5$  cm(b) Profil bei Länge  $y = 10$  cm

Abbildung 6.10: 2D-Rekonstruktion zweier Profile bei FBB12mm

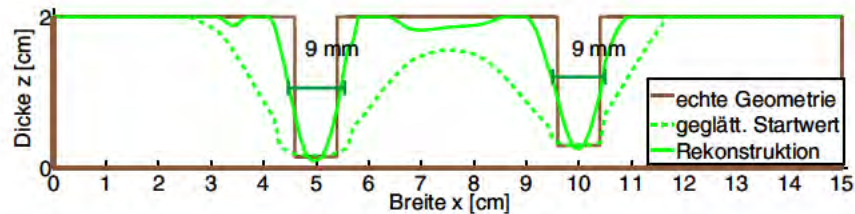
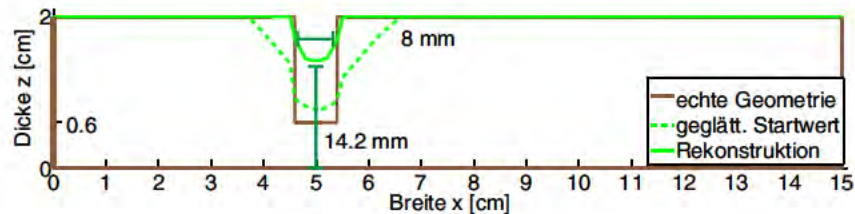
(a) Profil bei Länge  $y = 5$  cm(b) Profil bei Länge  $y = 10$  cm

Abbildung 6.11: 2D-Rekonstruktion zweier Profile bei FBB8mm

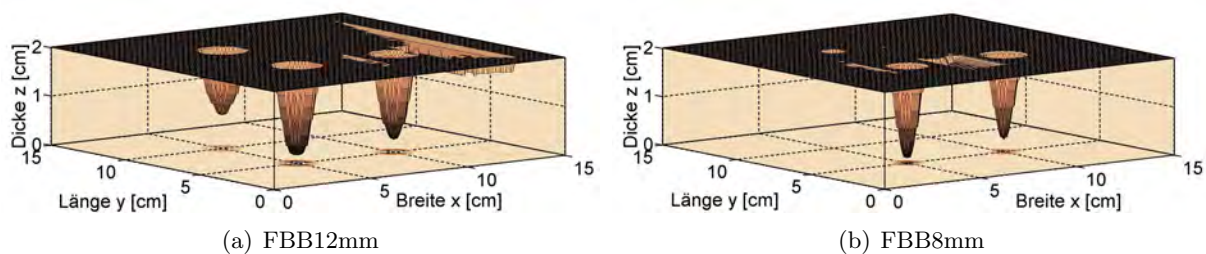
Die kleinste und flachste Bohrung zeigte die Grenzen der Levenberg-Marquardt-Methode in dieser Inversionskonfiguration: Die rekonstruierte Rückwandgeometrie wurde durch die Iteration schlechter, Details dazu folgen später. Die ansonsten überwältigenden 2D-Rekonstruktionsergebnisse der einzelnen Bohrungen hatten selbst an der Rückwand einen schmalen Durchmesser von 20 mm. Deswegen wurden die Rotationen um die einzelnen Defektzentren für die 3D-Geometrie nur für die Kreisfläche mit Durchmesser 20 mm vorgenommen. Die technischen Details der Rotation sind Folgende:

- Die 2D-Wanddickenwerte für  $x = 5$  bis 6 cm wurde mit den Werten von  $x = 5$  bis 4 cm gemittelt (für  $y = 5$  cm).
- Diese Wanddicken für einen gegebenen Abstand zur Bohrungsmitte von 0 bis 10 mm (insgesamt 11 Werte) wurden verwendet, um die Einträge einer 21x21 Matrix zu füllen. Der gerundete Abstand der Einträge zur Matrixmitte bestimmte, ob und mit welchem der 11 Werte der 2D-Wanddickeninformation der Eintrag gefüllt wurde (War der Abstand

größer als 10 mm, wurde die Wanddicke 2 cm angenommen). Diese Matrix gab die 3D-Rückwandgeometrie für den Ausschnitt  $4 \leq x \leq 6$  und  $4 \leq y \leq 6$  cm an.

- Entsprechend wurden die Rotationen an den anderen Bohrungen durchgeführt.
- Die fünf fälschlicherweise rekonstruierten Defektbereiche der 2D-Rekonstruktionen (abseits der Bohrungen) wurden auch in die 3D-Geometrie übernommen; und zwar linienweise in Längsrichtung  $y$  – aber nur innerhalb den Defektgebieten des Startwertes.

Die 3D-Rekonstruktionsergebnisse sind in Abbildung 6.12 zu sehen:



**Abbildung 6.12:** 3D-Rekonstruktion nach Rotation der 2D-Rekonstruktion eines Profils

Die Fehler der Rekonstruktionsergebnisse sind in Tabelle 6.11 zu sehen:

Probekörper FBB... mm	12	12	12	8	8	8	Ø
Bohrung mit Restwandstärke	1.5 mm	3 mm	6 mm	1.5 mm	3 mm	6 mm	
Fehler des Durchmessers [mm] $\approx$	1	0	1	1	1	0	1
Fehler der RWS [mm]	0.24	-0.49	0.96	-0.50	0.50	8.19	1.32
Durchschn. Fehler [mm] (ohne Randbereich)	0.94			0.39			0.67

**Tabelle 6.11:** Fehler der 3D-Rekonstruktion  $z$  der Probekörper FBB12mm und FBB8mm – nach Rotation der 2D-Rekonstruktion (Levenberg-Marquardt-Methode)

Es fällt auf, dass der Durchmesser und der durchschnittliche Fehler bei dieser 3D-Rekonstruktion am kleinsten war. Für die benutzten Iterationsparameter lieferten 2D-Rekonstruktionen also bessere Approximationen der realen Wanddicke als 3D-Rekonstruktionen.

**Temperaturen im Vergleich:** Zur Untersuchung der kleinsten Bohrung (FBB8mm, RWS

6 mm) sieht man in Abbildung 6.13 die Temperaturverteilung des zugehörigen Profils: die Temperaturverteilung der Messdaten sind in Abb. 6.13(a), der synthetischen Daten (2D) in Abb. 6.13(b) und der simulierten Daten im letzten Iterationsschritt in Abb. 6.13(c).



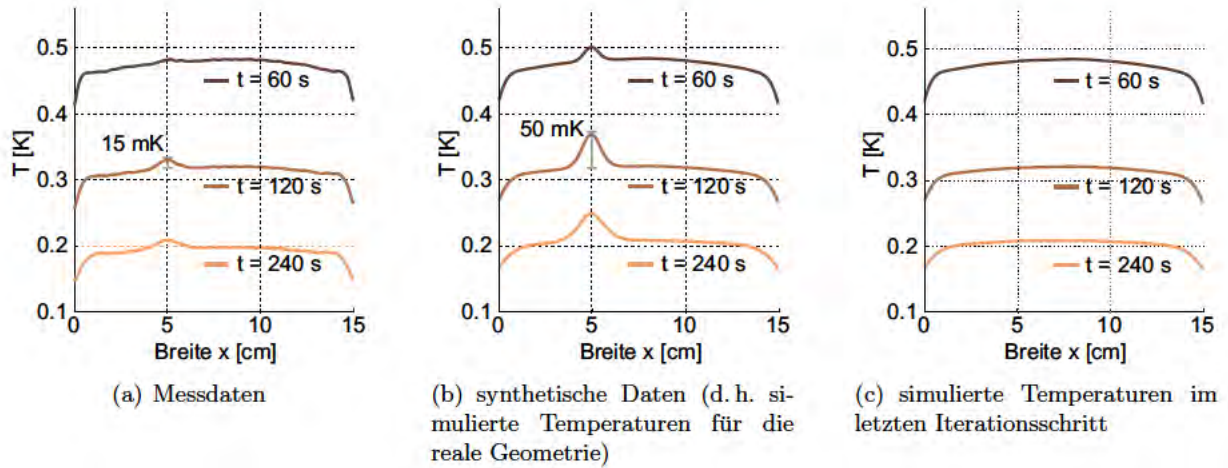


Abbildung 6.13: Vorderseitige Temperaturverteilung zu den Zeitpunkten  $t = 60, 120$  und  $240$  s des Profils von FBB8mm durch die kleinste Bohrung, d. h. bei  $y = 10$  mm

In den Messdaten sieht man einen örtlichen Kontrast von bis zu 15 mK, welcher um bis zu 200-mal kleiner war als für die oberflächennahen Defekte. In den synthetischen Daten, d. h. in den simulierten Temperaturen für die identische, reale Geometrie, ist ein örtlicher Kontrast von bis zu 50 mK zu sehen. Die Unterschiede zwischen Simulation und Experiment waren für kleine Bohrungen also relativ groß. Die Ursache dafür ist, dass es bei der 2D-Simulation keine Wärmestromdichte in  $y$ -Richtung gibt und in der Realität bei Bohrungen allerdings sehr wohl (im Gegensatz zu nutenförmigen Defekten).

In den Temperaturen vom letzten Iterationsschritt waren die örtlichen Kontraste sehr gering (unter 1 mK).

## 6.4 Zusammenfassung der Diskussion

Die untersuchten Methoden der 3D-Rekonstruktionen hatten folgende Vorzüge:

- Die Levenberg-Marquardt-Methode (3D) (bzw. die Echo-defect-shape-Methode (ohne Iteration)) berechnete die besten Restwandstärken im Bohrungszentrum,
- die iterative Echo-defect-shape-Methode berechnete Rückwandgeometrien, welche den kleinsten durchschnittlichen Fehler der Rekonstruktionsergebnisse aufwiesen, und
- die Rotation der 2D-Rekonstruktionen mit der Levenberg-Marquardt-Methode berechnete die besten Durchmesser der Bohrungen. Auch der durchschnittliche Fehler war sehr klein.

Bei der Anwendung der Levenberg-Marquardt-Methode wurde die Ableitungsmatrix hauptsächlich durch die Broyden-Methode approximativ ermittelt. Wie bei den 2D-Rekonstruktionen gezeigt worden ist, würde die konsequente Anwendung der Differenzenmethode zur Berechnung der Ableitungsmatrix zu besseren Rekonstruktionsergebnissen führen.





# Kapitel 7

## Rekonstruktion bei Stahl

Die Levenberg-Marquardt-Methode wurde für 2D- und 3D-Rekonstruktionen an PVC-Probekörper mit künstlichen Defekten angewendet. Nun wird diese Methode an vier Stahl-Probekörpern getestet, von denen drei Probekörper Defekte besitzen, welche auf natürlichem Wege entstanden sind. Nota bene, wegen der unterschiedlichen Gesamtgröße der Proben fallen die Stahl-Proben in zwei unterschiedliche Messkonfigurationen (und zwar in III und IV, siehe Tabelle 3.5).

### 7.1 Optimaler Startwert (3D und 2D)

Die Rückwandgeometrie der Stahl-Probekörper wurde mit der Echo-defect-shape-Methode rekonstruiert, d.h. der Zeitpunkt, für den der relative Kontrast den Schwellwert erreicht, bestimmt die Wanddicke.

**Optimierung:** Wegen den erwähnten oberflächigen Verunreinigungen musste die Auswertung optimiert werden. In Abbildung 7.1 sieht man beispielhaft den relativen Kontrast für vier Defektstellen des Probekörpers Stahl1mm. Zwei der Stellen wiesen eine Unregelmäßigkeit aufgrund von Stahlsplittern innerhalb der aufgetragenen Plakalackierung auf (rote und lila Kurve). Ohne Unregelmäßigkeit gilt: Der oberflächennahe Defekt überschreitet den Schwellwert zu einem frühen Zeitpunkt ( $t_1$ ) und der tief liegende Defekt zu einem späten Zeitpunkt ( $\approx t_2$ ); blaue bzw. grüne Kurve.

Anhand von zwei Beispielen von Unregelmäßigkeiten (rote und lila Kurve) wird die Optimierung erklärt:

- rote Kurve: Der relative Kontrast eines tief liegenden Defektes überschreitet den Schwellwert zweimal. Um den relevanten Zeitpunkt  $t_2$  zu detektieren, wurde der relative Kontrast vor der Auswertung teilweise auf Null gesetzt; und zwar vor dem Zeitpunkt, für welchen sich der relative Kontrast zum letzten Mal innerhalb des Zeitintervalls  $[0, 0.4]$  s unterhalb des Schwellwertes befand. Das heißt, in diesem Beispiel galt für den adjustierten relativen Kontrast  $K_r$ :  $K_r(t) = 0$  für  $t < t_2$ .

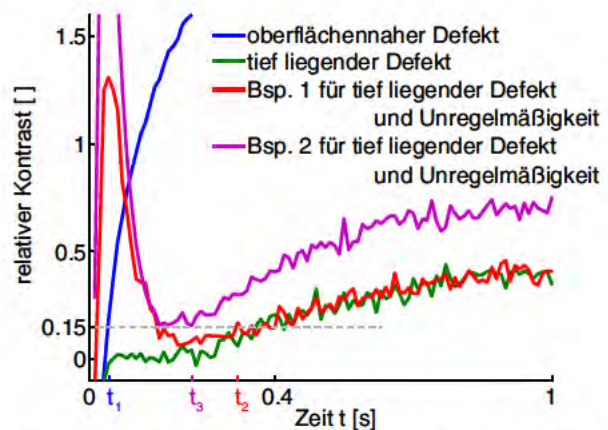
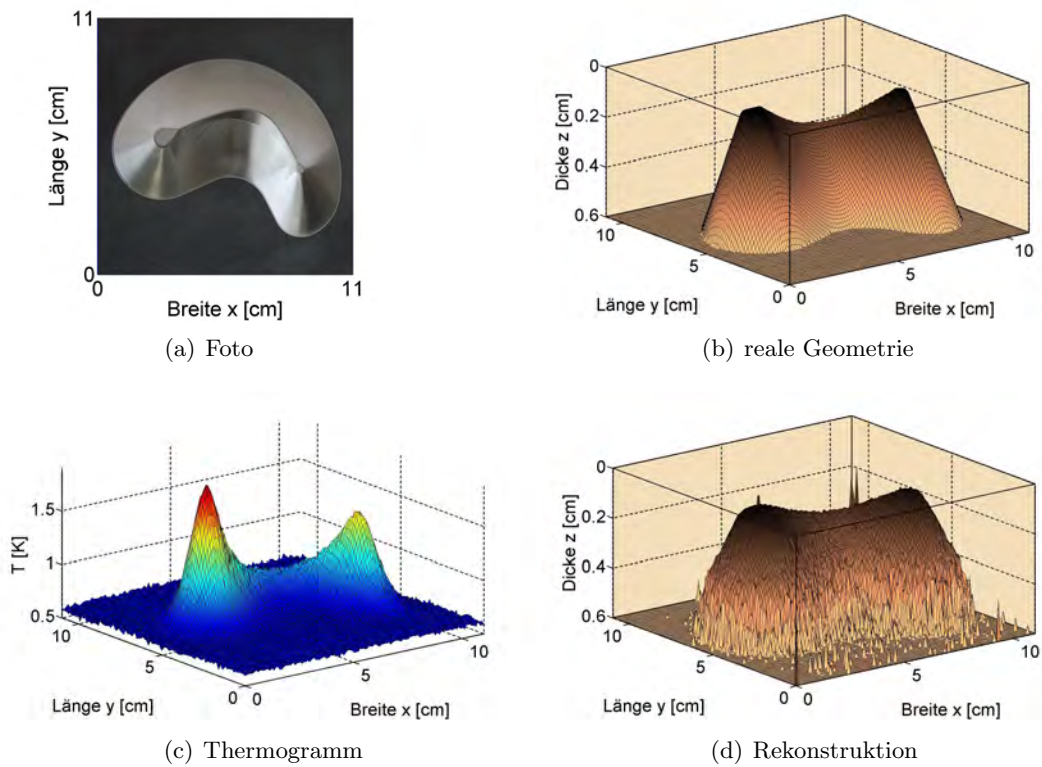


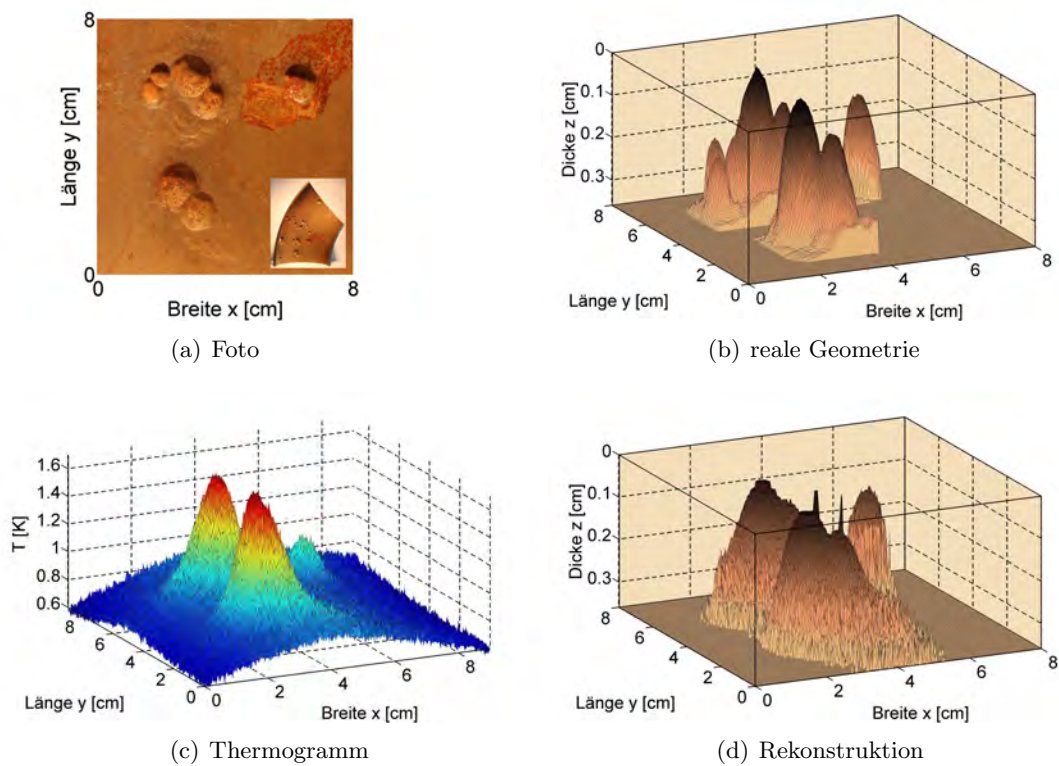
Abbildung 7.1: Relativer Kontrast des Stahl1mm an vier Defektstellen

- lila Kurve: Der relative Kontrast lag für das ganze Zeitintervall  $[0, 0.4]$  s oberhalb des Schwellwertes. Der relative Kontrast wurde vor dem Minimum-Zeitpunkt – bezogen auf das Zeitintervall  $[0, 0.4]$  s – auf Null gesetzt. Das heißt, in diesem Beispiel galt für den adjustierten relativen Kontrast  $K_r$ :  $K_r(t) = 0$  für  $t < t_3$ .

Durch vorherige Anwendung dieser beiden Adjustierungen blieb die Auswertung mit der Echo-defect-shape-Methode durch die meisten Unregelmäßigkeiten unbeeinflusst. Die Rekonstruktionsergebnisse der Echo-defect-shape-Methode für die Stahl-Probekörper sind in Abbildung 7.2(d), 7.3(d), 7.4(d) und 7.5(d) zu sehen.

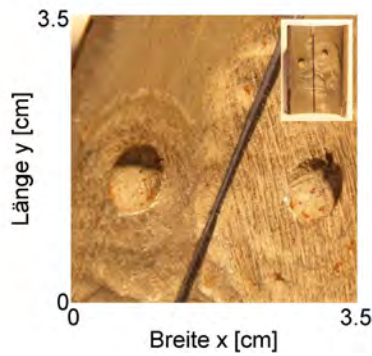


**Abbildung 7.2:** 3D-Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei Probekörper Stahl1mm ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)

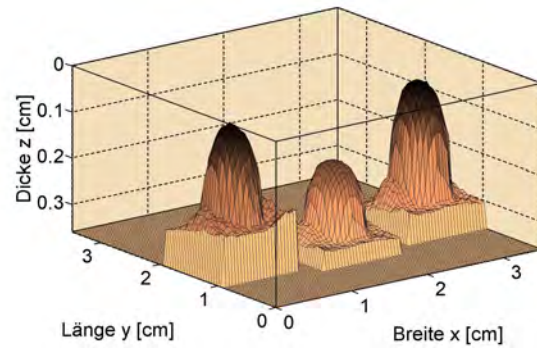


**Abbildung 7.3:** 3D-Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei Probekörper Stahl0.3mm ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)

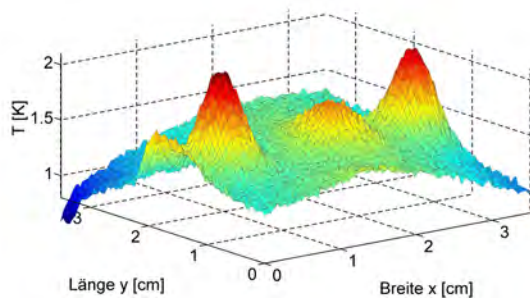




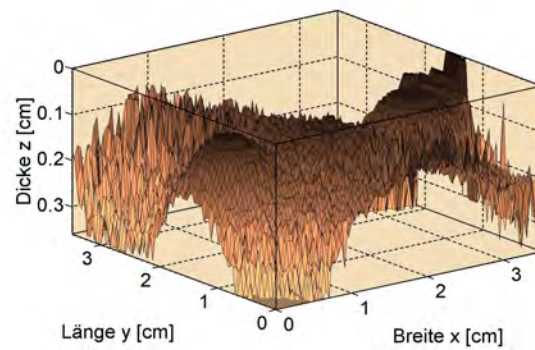
(a) Foto



(b) reale Geometrie



(c) Thermogramm

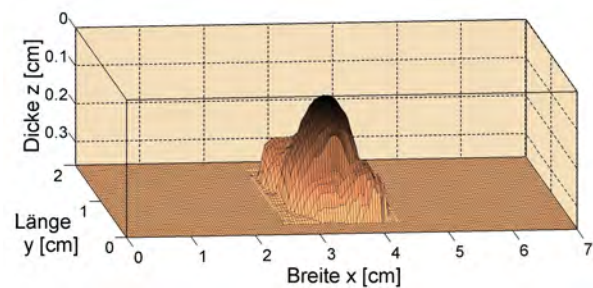


(d) Rekonstruktion

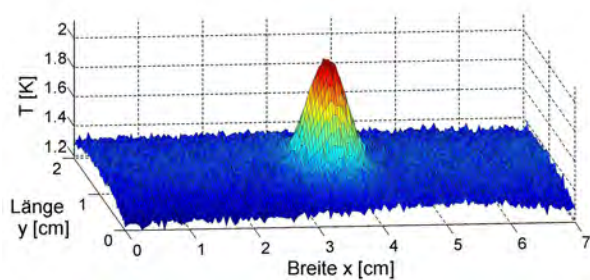
**Abbildung 7.4:** 3D-Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei Probekörper Stahl0.5mm ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)



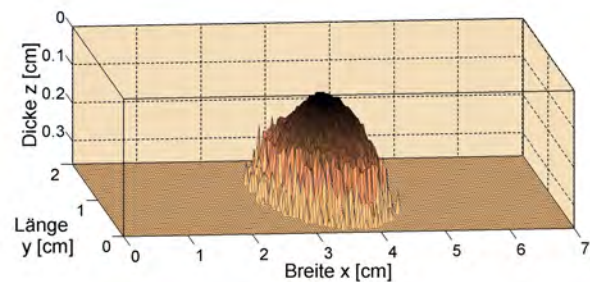
(a) Foto



(b) reale Geometrie



(c) Thermogramm



(d) Rekonstruktion

**Abbildung 7.5:** 3D-Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei Probekörper Stahl0.9mm ( $T$  als Differenz zur Raumtemperatur)



Zum Vergleich ist jeweils ein Foto, die reale Rückwandgeometrie, wie sie optisch vermessen wurde nach Kapitel 3.4, und das Thermogramm aus Kapitel 3.5 zu sehen. Es folgen zusätzliche Hinweise:

- Das zur Adjustierung der Echo-defect-shape-Methode relevante Zeitintervall  $[0, 0.4]$  s hätte nicht kürzer sein dürfen, da sonst Minima übersehen worden wären. Damit wären fälschlicherweise oberflächennahe Defekte rekonstruiert worden. Für ein zu langes Zeitintervall würden reale oberflächennahe Defekte als defektfrei rekonstruiert werden.
- Die Rekonstruktion ist in den Abbildungen 7.2(d), 7.3(d), 7.4(d) und 7.5(d) für eine 0.4 mm Auflösung gezeigt.
- Als Schwellwert wurde  $C_0 = 0.15$  gewählt.
- Der jeweils gewählte Referenzbereich konnte besser in den Darstellungen des folgenden Kapitels gezeigt werden.

**Startwert für die Inversion (ohne Abbildungen):** Die Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode im folgenden Kapitel wurde nicht in 3D durchgeführt, sondern an dem Profil, für welches das zugehörige zweidimensionale Temperaturfeld einen starken örtlichen Kontrast besaß. Diese Profile der realen Geometrie sind schon in Kapitel 3.4 gezeigt worden. Im Folgenden werden also wieder 2D-Rekonstruktionen betrachtet. Für die Profile aller Stahl-Probekörper gilt:

- Die Rückwandgeometrie – dargestellt für ein 0.4 mm Raster – wurde mit einem Gauss-Filter geglättet (Standardabweichung von 40 Werten, angewendet auf 15 benachbarte Werte).
- Danach wurde die Rückwandgeometrie für ein 1 mm Raster umgewandelt. Die Reihenfolge dieses Vorgehens ergab die besten 2D-Startwerte, welche im folgenden Kapitel im Vergleich mit den Rekonstruktionsergebnissen der Levenberg-Marquardt-Methode gezeigt werden.
- Für die Inversion wurde die Rückwandgeometrie auf eine 15 cm breite, idealisierte Rückwandgeometrie mit Hilfe von defektfreien Rändern erweitert, um wieder einen Vektor  $z$  mit 151 Einträgen zu haben. Da die Diskretisierung nun bei PVC und Stahl identisch war, konnten die angewendeten Regularisierungsparameter  $\alpha$  miteinander verglichen werden.
- Um die Ableitung für möglichst wenige Rückwandstützstellen berechnen zu müssen, wurde das Referenzgebiet idealisiert: Alle Wanddicken, welche um weniger als 10% von der bekannten Maximaldicke abwichen, wurden mit der Maximaldicke gleichgesetzt.
- Anschließend wurde die Rückwandgeometrie – dargestellt für ein 1 mm Raster – nochmals mit einem Gauss-Filter geglättet (Standardabweichung von 40 Werten, angewendet auf 5 benachbarte Werte). Von der Filterung ausgespart waren die Defektzentren, definiert durch die Rückwandstützwerte, welche eine minimale Wanddicke oder eine um maximal 5% der Maximaldicke davon abweichende Wanddicke besaßen; vgl. Kapitel 5.1. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.6(c), 7.7(c), 7.8(c) und 7.9(c) zu sehen.
- Ähnliches gilt für das Temperaturfeld der Stahl-Probekörper, welches wie bei den PVC-Nutprobekörper für 475 Pixel und für 590 Zeitpunkte gegeben sein sollte. Das zum Profil zugehörige Temperaturfeld wurde durch die Daten der Referenztemperatur auf 15 cm erweitert und von einem 0.4 mm Raster auf ein  $15/475 \approx 0.3$  mm Raster umgewandelt. Außerdem wurden wieder die ersten zehn Zeitpunkte für die Inversion abgeschnitten.

Der sich dadurch ergebende geglättete Startwert wird im Zusammenhang mit den Rekonstruktionen im folgenden Kapitel gezeigt.

## 7.2 Rekonstruktionsergebnisse (2D)

Bei den vier Profilen der Baustahlprobekörper wurde die Levenberg-Marquardt-Methode ähnlich wie bei den PVC-Nutprobekörper angewendet; nämlich für zwei Inversionskonfigurationen:

- als „Differenzenmethode“ mit einem Abbruch nach dem 5. Iterationsschritt und
- als „Broyden-Methode“ mit einem Abbruch nach dem 10. Iterationsschritt.

In beiden Fällen war die Anwendung des Diskrepanzprinzips weniger naheliegend als der Abbruch nach einer bestimmten Anzahl von Iterationen: Beim Probekörper Stahl1mm stieg der durchschnittliche Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie besonders auffällig (nach 5 bzw. 10 Iterationsschritten). Mehr dazu am Ende dieses Kapitels.

Die Übersicht der Inversionsparameter folgt in Tabelle 7.1:

Parameter	Wert oder Methode
Abstand der Stützwerte	1 mm
Schwellwert für Echo-defect-shape-Methode	$C_0 = 0.15$
Regularisierungsparameter für Levenberg-Marquardt-Methode	$\alpha = 10^5$
Iteration beendet bei Iterationsschritt Nr.	5 bzw. 10
Methode zur Berechnung der Ableitung	$k = 1$ : Differenzenmethode $k \geq 2$ : Differenzen- bzw. Broyden-Methode

**Tabelle 7.1:** Parameter der Inversionskonfiguration „Differenzen-“ bzw. „Broyden-Methode“ mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 2D-Rekonstruktion

**Das *a priori* Wissen:** Eine Übersicht über das *a priori* Wissen folgt in Tabelle 7.2:

<i>a priori</i> Wissen Nr.	Inhalt des <i>a priori</i> Wissens	Folgerung
Erstes	Die Materialdicke ist minimal 0.1 mm und maximal $z_{\max} = 6$ mm (Stahl1mm) oder $z_{\max} = 3.6$ mm (Stahl0.3mm, Stahl0.6mm, Stahl0.9mm).	$0.1 \text{ mm} \leq z_k \leq z_{\max}$
Zweites	Der Defektbereich wird zuverlässig durch die Echo-defect-shape-Methode bestimmt, d. h. eine mit dieser Methode gewonnene Information über die Abwesenheit eines Defektes ist zuverlässig.	Ableitung wird nur im Defektbereich berechnet.

**Tabelle 7.2:** Das *a priori* Wissen für die Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 2D-Rekonstruktion

Für die folgenden Abbildungen 7.6(c), 7.7(c), 7.8(c) und 7.9(c) wurde je Probekörper das bessere Ergebnis der beiden Konfiguration gewählt.

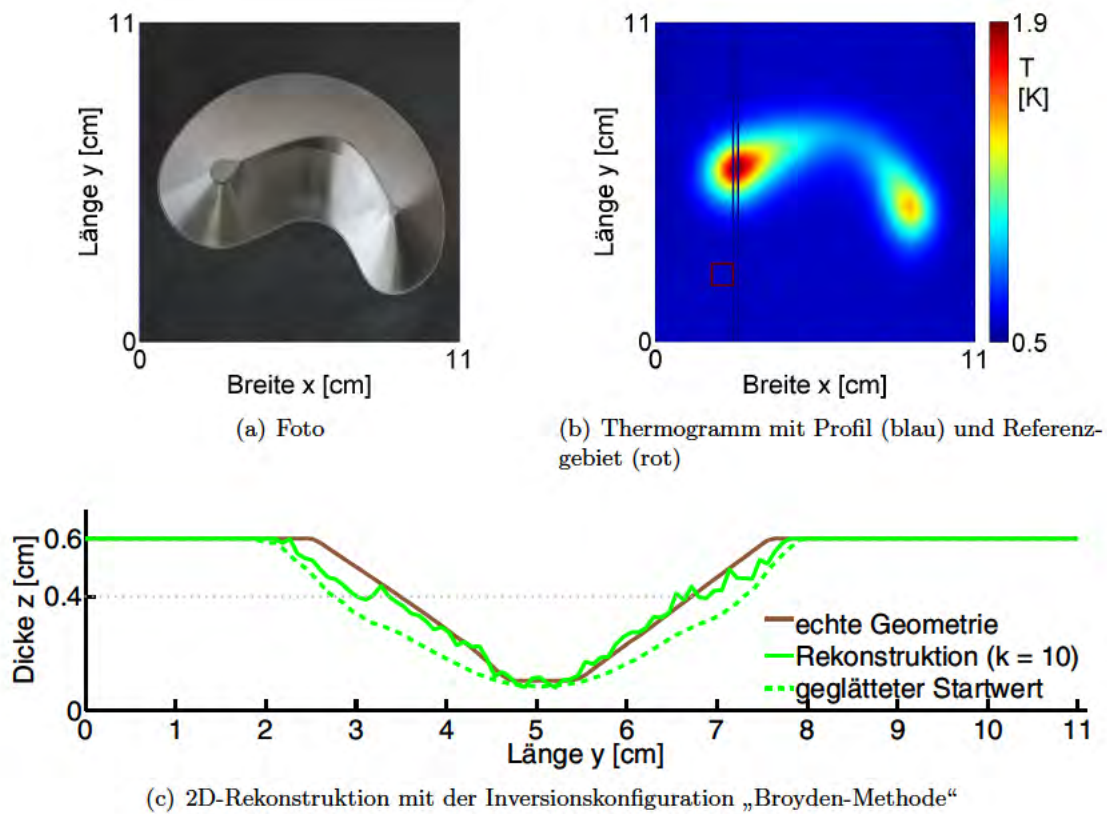


Abbildung 7.6: Stahl1mm

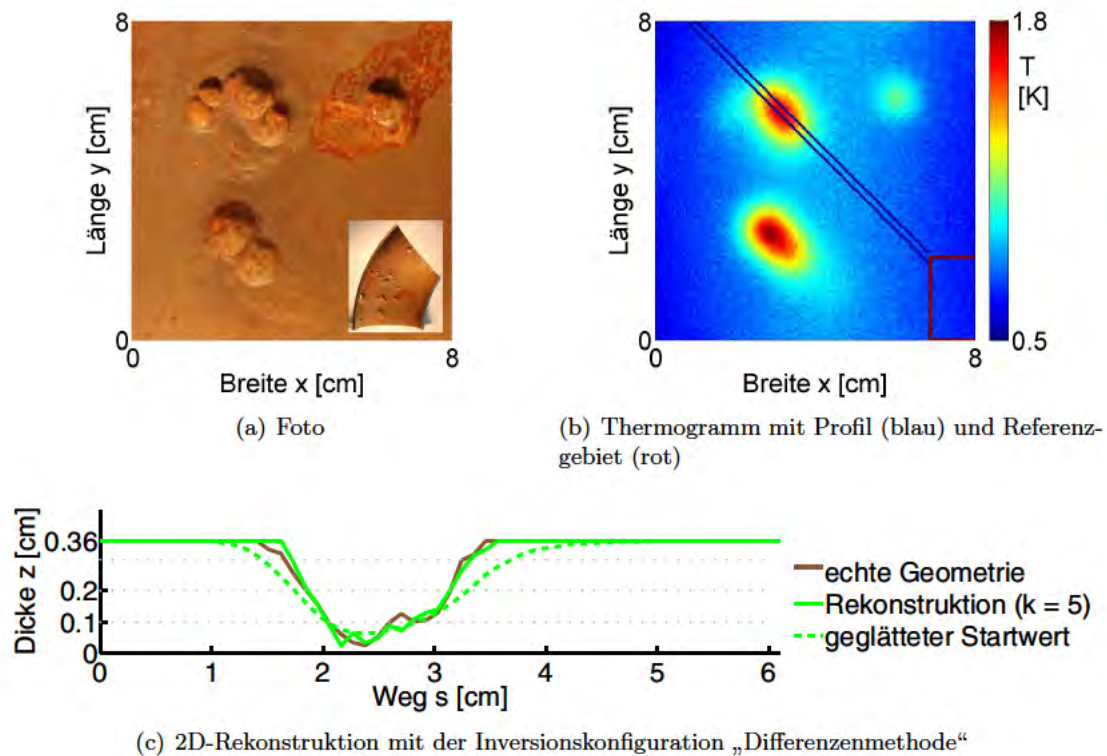
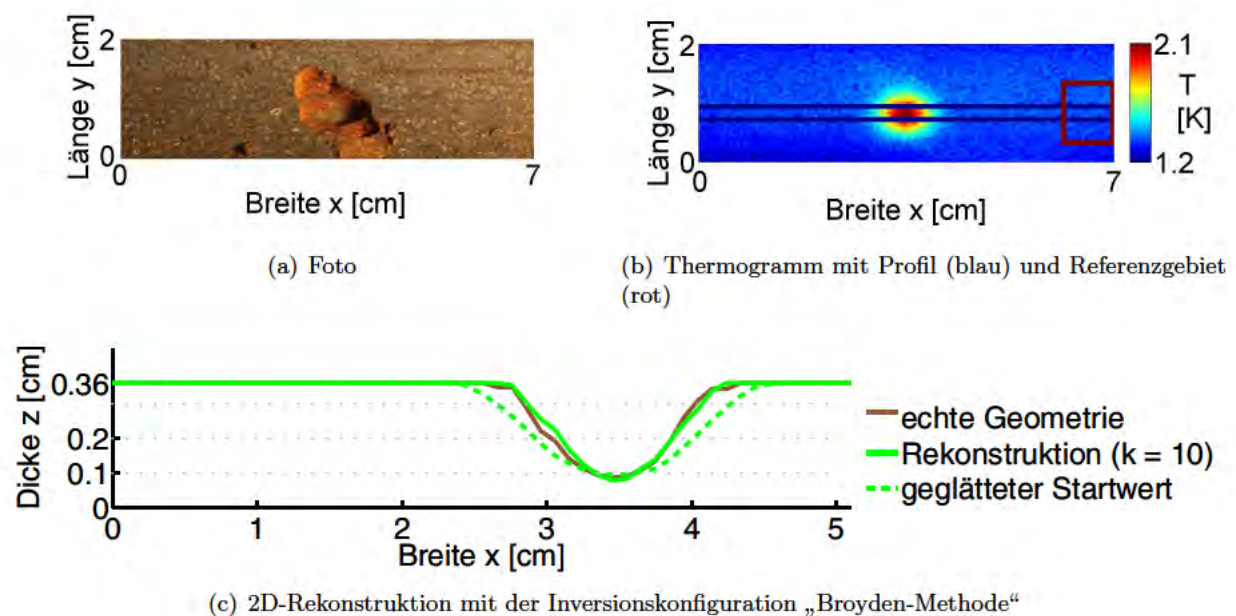
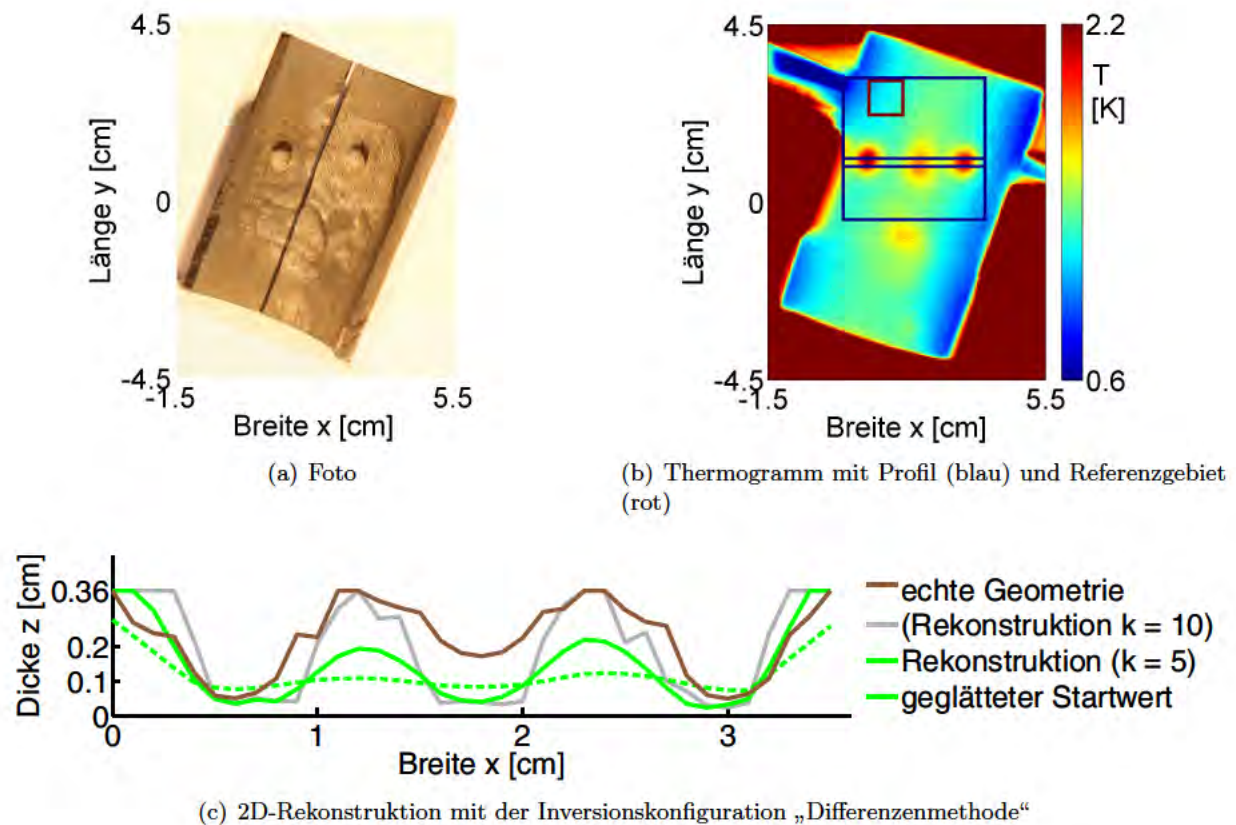


Abbildung 7.7: Stahl0.3mm



Folgende Beobachtungen konnten gemacht werden:

- Der Probekörper Stahl 1mm in Abb. 7.6(c) ist bis zur Dicke  $z \leq 4$  mm gut rekonstruiert worden.



- Die anderen Probekörper, welche die Gesamtdicke 3.6 mm hatten, wurden grundsätzlich für alle Tiefen gleich gut rekonstruiert. Für den Probekörper Stahl0.3mm in Abb. 7.7(c) sollte geprüft werden, ob die Defektform von zwei überlappenden Löchern rekonstruiert werden kann. Dies ist leider nicht der Fall: Die Begrenzung der lokalen Defektminima bei Weg  $s = 2.8$  cm konnte nicht rekonstruiert werden.
- Für den Probekörper Stahl0.5mm in Abb. 7.8(c) werden die rekonstruierten Rückwandgeometrien im 5. und im 10. Iterationsschritt gezeigt, wobei letztere besonders gut die drei Defekte voneinander diskriminierte (graue Kurve). Bei der Suche nach einem Stoppkriterium, welches für alle Probekörper aus Stahl anwendbar ist, fiel die Entscheidung auf den Abbruch nach dem 5. Iterationsschritt (vor allem wegen dem durchschnittlichen Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie von Stahl1mm). Die rekonstruierte Rückwandgeometrie im 10. Iterationsschritt war jedoch so gut, dass auch diese hier gezeigt wird (graue Kurve in Abb. 7.8(c)).
- Der Probekörper Stahl0.9mm in Abb. 7.9(c) hat einen auffällig gut rekonstruierten Startwert, und die Rekonstruktion ist noch besser.

**Durchschnittlicher Fehler:** Zur Übersicht sind in der folgenden Tabelle für jeden Probekörper die Anzahl der benötigten Iterationsschritte und der durchschnittliche Fehler des Startwertes und des Rekonstruktionsergebnisses gelistet (berechnet mit Gl. (2.56) für die abgebildete Breite in Abb. 7.6-7.9). Ferner ist der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche gelistet, d. h.  $z \geq z_{\max}/2$  bzw.  $z < z_{\max}/2$ , wobei die defektfreie Wanddicke  $z_{\max} = 6$  mm für Stahl1mm beträgt; für Stahl0.3mm, Stahl0.5mm und Stahl0.9mm gilt  $z_{\max} = 3.6$  mm.

Probekörper ... mm	Stahl1	Stahl0.3	Ø	Stahl0.5	Stahl0.9	Ø
Fehler des geglätteten Startwertes						
max. Fehler für $z \geq z_{\max}/2$ [mm]	1.59	1.15	1.37	2.56	0.96	1.76
max. Fehler für $z < z_{\max}/2$ [mm]	1.06	0.40	0.73	0.88	0.21	0.55
Durchschnittlicher Fehler [mm]	0.53	0.18	0.35	1.20	0.16	0.68
Fehler der Rekonstruktion						
max. Fehler für $z < z_{\max}/2$ [mm]	1.00	-1.02	-0.01	1.90	-0.39	0.75
max. Fehler für $z \geq z_{\max}/2$ [mm]	-0.52	0.44	-0.04	1.44	-0.29	0.57
Durchschnittlicher Fehler [mm]	0.21	0.08	0.15	0.97	0.05	0.51
Inversionskonfiguration	BM	DM	–	DM	BM	–
Iterationsschritte	10	5	–	5	10	–

**Tabelle 7.3:** Angabe der Inversionskonfiguration „Differenzen-“ (DM) und „Broyden-Methode“ (BM) und Fehler der Rekonstruktion und des geglätteten Startwertes der Stahl-Probekörper – jeweils der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq z_{\max}/2$  bzw.  $z < z_{\max}/2$ ) und der durchschnittliche Fehler mit Gl. (2.56) für die abgebildete Breite

Damit hat die Anwendung der Levenberg-Marquardt-Methode die Rückwandgeometrie im besten Falle um  $(0.35 - 0.15)/0.35 = 75\%$  für die ersten beiden Stahl-Proben (Messkonfiguration III) bzw.  $(0.68 - 0.51)/0.68 = 25\%$  für die letzten beiden Stahl-Proben (Messkonfiguration IV) verbessert.

**Vergleich mit Stand der Technik:** Die Ergebnisse können theoretisch mit zwei Veröffentlichungen verglichen werden: mit [BKW90] und [LN07] wie schon in Kapitel 5.2 erwähnt. Da die

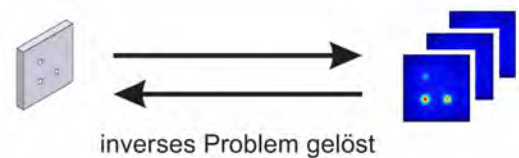
dortigen Probekörper entweder signifikant dünner waren (1.4 mm Gesamtdicke) oder nicht quantitativ ausgewertet wurden, können praktisch keine aussagekräftigen Vergleiche gezogen werden.

**Inversionsdauer:** Die Inversionsdauer war – gemessen an industriellen Taktzeiten – noch sehr zeitintensiv. Die Inversion und die zugehörigen Simulationen wurden auf einem PC mit acht Doppelkernen mit 2.4 GHz Taktfrequenz durchgeführt. COMSOL rechnete parallel auf den acht Doppelkernen. Abhängig von der Defektgeometrie lag die Inversionsdauer für einen 2D-Probekörper aus Stahl mit einem 1 mm Raster mit der Levenberg-Marquardt-Methode bei beiden Inversionskonfigurationen „Broyden-“ und „Differenzenmethode“ bei ca. 9-22 Stunden. Der Grund ist, dass die Zeitangabe für die „Broyden-Methode“ an den Probekörpern mit den breiten Defekten angewendet wurde, und die „Differenzenmethode“ an den Probekörpern mit den schmalen Defekten.

# Zusammenfassung der Rekonstruktionsergebnisse

Die Rückwandgeometrie konnte zufriedenstellend aus thermografischen Daten der Impuls-Thermografie rekonstruiert werden:

- bei 2D- und 3D-Rekonstruktionen der Probekörpergeometrie
- bei Probekörpern aus PVC und Stahl
- bei Probekörpern mit künstlichen und mit auf natürlichem Wege entstandenen Defekten.



**Abbildung 7.10:** Inverses Problem: Rekonstruktion einer Rückwandgeometrie (links) aus thermografischen Daten (rechts)

Die Rekonstruktionsergebnisse der Levenberg-Marquardt-Methode wurden mit den Rekonstruktionsergebnissen der Echo-defect-shape-Methode (Startwert für die Iteration der Levenberg-Marquardt-Methode) verglichen. Das zeigte, dass die Levenberg-Marquardt-Methode eine präzisere Angabe über die reale Rückwandgeometrie machen konnte als die Echo-defect-shape-Methode und sogar als alle übrigen gängigen direkten Methoden – zumindest die in dieser Arbeit untersuchten. Alle untersuchten Defektformen der Nutprobekörper – V-, U- und Rechteckprofile in verschiedenen Tiefenlagen oder Winkeln – wurden mit einer zufriedenstellenden Genauigkeit berechnet. Es wurde festgestellt, dass tiefer liegende Ligamente (Rückwandänderungen in größerer Tiefe) mit geringerer Präzision rekonstruiert werden. Dies ist im Einklang mit der bewährten Faustregel, dass ein Defekt mit Thermografie detektiert werden kann, wenn seine Tiefe maximal seiner Größe (d.h. Breite, Länge) entspricht. Der Wärmeleitungsprozess innerhalb einer größeren Tiefenlage hat eine geringere Auswirkung entlang der Oberfläche des Probekörpers, was zu einem schlechteren Signal-Rausch-Verhältnis führt. Genauso wie bei anderen Rekonstruktionsproblemen ist zu beobachten, dass ein größeres Signal-Rausch-Verhältnis auch in ein besseres örtliches Auflösungsvermögen überführt werden kann. Durch die Anwendung der Levenberg-Marquardt-Methode wurde die grundsätzliche Einsicht über die Anwendbarkeit der thermografischen Daten für die zerstörungsfreie Prüfung konsolidiert und ausgeweitet.

Die Zusammenfassung der Rekonstruktionsergebnisse mit der Levenberg-Marquardt-Methode sind in Tabelle 7.4 gelistet (siehe auch Tabelle 3.10, 4.4, 5.3, 6.4 und 7.3). Der Rekonstruktionsfehler wird mit dem durchschnittlichen Fehler quantifiziert, jeweils gemittelt über die Probekörper der jeweiligen Messkonfiguration. Zur Interpretationshilfe sind die Mess- und Simulationsfehler je Messkonfiguration genannt.

Messkonfiguration	I	II	III	IV
Probekörper	PVC mit Nutdefekt ( $\sqrt{120^\circ}$ , $\cup 3\text{mm}$ , ...)	PVC-Flach- bodenbohrung (FBB12mm, FBB8mm)	große Stahl- proben (Stahl1mm, Stahl0.3mm)	kleine Stahl- proben (Stahl0.5mm, Stahl0.9mm)
Messfehler ( $s_{\text{Ort}}$ / $s_{\text{Zeit}}$ ) [mK]	0.2 / 1.5	0.5 / 0.7	20 / 14	11 / 8
Simulationsfehler [mK]	17.6	16.3	327.3	327.3
Rekonstruktionsfehler [mm]	0.36	1.19	0.15	0.51
Verbesserung von $z_0$	77%	41%	75%	25%
Inversionskonfiguration	DM (2D)	BM (3D)	DM/BM (2D)	DM/BM (2D)

**Tabelle 7.4:** Je Messkonfiguration der Messfehler (d. h. die Rausch-Standardabweichungen in Ort/Zeit), der Simulations-, der Rekonstruktionsfehler und die Verbesserung der Rückwandgeometrie  $z_0$  (welche mit der Echo-defect-shape-Methode ermittelt wurde) durch die Levenberg-Marquardt-Methode als „Differenzen-“ (DM) bzw. als „Broyden-Methode“ (BM).

Die Interpretation der Tabelle lautet:

- Obwohl die Messkonfiguration III eine großen Mess- und Simulationsfehler hatte (hellgrau hervorgehobene Werte), war die zugehörige prozentuale Verbesserung um 75% durch die Levenberg-Marquardt-Methode relativ groß im Vergleich zu den anderen Messkonfigurationen.
- Die Verbesserung bei Messkonfiguration II ist im Vergleich mit I gering, da die Rekonstruktion mit der approximativen Broyden-Methode (BM) kombiniert wurde. Zum Vergleich: Die Messkonfiguration I hatte für die Inversionskonfiguration BM (2D) einen Rekonstruktionsfehler von 0.74 mm (Verbesserung um 55%).
- Der Mess- und Simulationsfehler war bei PVC geringer als bei Stahl. Deswegen sind dort die Verbesserungen im Schnitt höher.
- Grundsätzlich konnten die Wanddicken bei 2D-Rekonstruktionen mit einem durchschnittlichen Fehler unter  
0.5 mm  
rekonstruiert werden (bei 3D mit einem durchschnittlichen Fehler unter 1.2 mm).
- Grundsätzlich konnten gegenüber den gängigen direkten Verfahren Verbesserungen von 25-77% erreicht werden.

**Fazit für Stahl-Proben:** Um auch für Probekörper aus Stahl oder anderer Materialien mit geringer Temperaturleitfähigkeit möglichst gute Rekonstruktionen zu ermöglichen, sollte Folgendes berücksichtigt werden:

- durch IR-Kameras mit höherer Bildrate und Temporauflösung den Messfehler verringern und
- durch intensive Untersuchung der Materialparameter und durch ein feineres Gitter (was unter der FEM-Software COMSOL Probleme bereitete) den Simulationsfehler verringern.



# Kapitel 8

## Ausblick

Bei der Überlegung, ob sich die in dieser Arbeit gezeigte Bestimmung von Rückwandgeometrien mittels der Kombination aktiver Thermografie und Levenberg-Marquardt-Methode zum praktischen Einsatz eignet, gibt es folgende Pros und Contras.

- **Pro:** Die Rekonstruktionsgenauigkeit ist hoch, wenn auch tiefenabhängig. Das heißt, die Fehlertoleranz der Rekonstruktion (bzw. der Messung) der dünnen Waddicken ist niedriger als bei dicken Waddicken. Der punktweise Rekonstruktionsfehler erreichte im Schnitt aller Nutprobekörper maximal 2 mm bzw. 6 mm für Tiefenlagen unter bzw. über 10 mm.
- **Contra:** Um ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis zu haben, war die gesamte Messzeit durch die gewünschte Mittelung von mindestens 4 Messzyklen recht hoch.
- **Contra:** Um die gewünschte Homogenität der Anregung zu erreichen, müssen die Blitzlampen sehr sorgfältig ausgerichtet werden. Zur Sicherheit wurde der Probekörper zwischen den Wiederholungen der Messzyklen gedreht. In der Praxis wäre also eine Drehung der Anregungsvorrichtung zu bedenken, falls die Drehung des Messobjektes aufwendig oder unmöglich ist.
- **Contra:** Bei Oberflächen mit einem niedrigen Emissionsgrad (glänzender Stahl) ist in der aktiven Thermografie eine Oberflächenbehandlung üblich, da ein hoher Emissionsgrad die Strahlungsdetektion verbessert.
- **Contra:** Die Mittelung der Messdaten entlang einer Raumdimension war bei den Nutprobekörpern nur aufgrund der Vorkenntnis der besonderen Ausrichtung der Defektgeometrie möglich. In der Praxis muss auf diese Mittelung verzichtet werden, was zu einem schlechteren Signal-Rausch-Verhältnis führt.
- **Contra:** Die Messzeit, die hohe Anzahl der FEM-Simulationen und ihre Dauer sorgen für einen großen gesamten Zeitaufwand.

Die Waddickenmessung mit der aktiven Thermografie ist im Augenblick grundsätzlich weniger präzise als mit Ultraschall und eignet sich daher hauptsächlich für Nischenanwendungen, z. B. bei der Heißprüfung, bei kontaktempfindlichen oder nur indirekt zugänglichen Oberflächen, bei Schichtsystemen aus unterschiedlichen Materialien.

Eine Variation des Prüfungsverfahrens dieser Arbeit bezüglich der Anregungsquelle ist möglich. Bei der Erwärmung durch Halogenlampen oder Infrarotstrahler muss bei der Simulation innerhalb des Iterationsprozesses nur das Erwärmungsmodell angepasst werden (Dauer, zeitlicher Intensitätsverlauf, maximale Intensität). Zur Berechnung des Startwertes für die Iteration kann eine der direkten Methoden, welche auf dem impulsartigen Erwärmungsmodell basieren,

angewendet werden. Bei einer sehr langen Erwärmungsdauer von stark temperaturleitfähigem Material führen diese direkten Methoden zu ungenauen Rekonstruktionsergebnissen. Bei einer Anregung mit einem Laser hat man eine punktförmige und daher inhomogene Erwärmung der Oberfläche. Daher werden spezielle Methoden benötigt, um eine grobe Approximation der Wanddicke zu erhalten (z. B. Scan-Methoden [Sch12]). Nach einer Anpassung des Erwärmungsmodells im Simulationsmodell ist eine verbesserte Rekonstruktion der Rückwandgeometrie durch die iterative Levenberg-Marquardt-Methode vorstellbar. Ähnliches gilt auch für eine Anregung mit elektromagnetischer Induktion oder Ultraschall. Um eine Materialeigenschaft wie die Temperaturleitfähigkeit gleichzeitig zur Rückwandgeometrie zu rekonstruieren, wird der Parameterraum um eine Variable erweitert (homogener Fall). Im Beispiel der Nutprobekörper würden für die Iteration dann 151 Rückwandstützstellen und 1 zusätzlicher Parameter zu bestimmen sein. Auch für die Temperaturleitfähigkeit müsste die Ableitungsmatrix berechnet werden, was jedoch nur eine einzige zusätzliche Simulation bedeuten würde. Zu bedenken wäre, dass ein mehrfach gesplitteter Regularisierungsparameter notwendig sein könnte, da die Temperaturleitfähigkeit u. U. eine schwächere oder stärkere Regularisierung erfordert. Im inhomogenen Fall, d. h. wenn die Temperaturleitfähigkeit für unterschiedliche Raumeinheiten (Voxel) rekonstruiert werden soll, würde sich der Parameterraum entsprechend vergrößern. In dieser Arbeit wurden rückwandige Defekte ohne Unterhöhlung der Rückwand untersucht. Aus mathematischer Sicht ist eine Umparametrisierung der Rückwandgeometrie entlang der Bogenlänge möglich; und die „infinitesimale Änderung“ würde in Richtung der inneren Normalen der defekten Rückwand anstatt senkrecht zur planen Oberfläche berechnet werden. Damit könnten auch theoretisch Unterhöhlungen rekonstruiert werden, wobei die Sensitivität für Informationen hinter einem Defekt jedoch u. U. gering ist. Bei der gleichzeitigen Rekonstruktion von inneren Defekten würde sich der Parameterraum um Voxelinformationen erweitern, welche Angaben über die angenommene Materialeigenschaft machen. Wie „infinitesimale Änderungen“ sinnvoll gewählt werden, beantworten u. U. die gängigen Inversionsanwendungen in den Geowissenschaften, welche die Zusammensetzung der obersten Erdschicht untersuchen [Blo09].

Die in dieser Arbeit untersuchte Methode ist im Augenblick weitaus zeitaufwendiger als die genannten direkten Methoden und auch der genannten indirekten Methode. Daher wird in den meisten Fällen die Auswertung von thermografischen Daten der Impulsthermografie zum Beispiel mit der direkten oder indirekten Echo-defect-shape-Methode attraktiver sein als mit der Levenberg-Marquardt-Methode. Um dessen Zeiteffizienz zu steigern, ist ein zeitlich adaptives Gitter, Computercluster, iterativ adaptive Wahl der Rückwandstützstellen und vor allem eine Implementierung eines alternativen Simulationsmodells wirkungsvoll. Die Berechnungszeit der Simulation (und damit der Inversion) kann – z. B. allein durch eine semi-analytische Umformulierung der Wärmeleitungsgleichung – um den Faktor 500-1000 verringert werden [WRAE10]. Damit würden die Simulationen möglicherweise nur ca. 0.3-0.7 s / 1-5 s / 1-2 s dauern (bzgl. PVC-Nut / PVC-FBB-Ausschnitt / Stahl-Probe). Eine 2D-Rekonstruktion einer Stahl-Probe würde nur 0.5-1.1 min dauern (anstatt 9 h). Eine 3D-Rekonstruktion von insgesamt drei Flachbodenbohrungen in PVC würde entsprechend nur 13-26 min dauern (anstatt 9 Tage). Das Potential der in dieser Arbeit untersuchten Inversionsmethode für eine industrielle Anwendung in der zerstörungsfreien Prüfung wird an dieser Stelle nochmal deutlich.

Die Qualität der Rekonstruktionsergebnisse zeigt, dass die Levenberg-Marquardt-Methode die Erwartungen an einen „Goldstandard“ der Impuls-Thermografie erfüllt, u. a. dank des gesplitteten Regularisierungsparameters.

# Literaturverzeichnis

- [Ali11] ALIFANOV, Oleg M.: *Inverse Heat Transfer Problems (International Series in Heat and Mass Transfer)*. Softcover reprint of the original 1st ed. 1994. Springer, 2011 <http://amazon.com/o/ASIN/364276438X/>. – ISBN 9783642764387
- [AP12] ALMOND, D. P. ; PICKERING, S. G.: An analytical study of the pulsed thermography defect detection limit. In: *Journal of Applied Physics* 111 (2012), Nr. 9, 093510. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4704684>. – DOI 10.1063/1.4704684
- [Arn07] ARNDT, Ralf: *Adaption der Puls-Phasen-Thermografie für die qualitative und quantitative zerstörungsfreie Prüfung oberflächennaher Strukturen im Bauwesen*, Technische Universität Berlin, Diss., 2007
- [BBJ85] BECK, James V. ; BLACKWELL, Ben ; JR., Charles R. St. C.: *Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems*. 1. Wiley-Interscience, 1985 <http://amazon.com/o/ASIN/0471083194/>. – ISBN 9780471083191
- [BC05] BRYAN, Kurt ; CAUDILL, Lester: Reconstruction of an unknown boundary portion from Cauchy data in n dimensions. In: *Inverse Problems* 21 (2005), Nr. 1, 239. <http://stacks.iop.org/0266-5611/21/i=1/a=015>
- [BCG10] BISON, P. ; CESERI, M. ; G., Inglese: Detecting hidden defects on a thin metallic plate. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Quantitative Infrared Thermography (QIRT)*, 2010
- [BDB87] BALAGEAS, D.L. ; DEOM, A. A. ; BOSCHER, D. M.: Characterization and nondestructive testing of carbon-epoxy composites by a pulsed photothermal method. In: *Materials evaluation* 45 (1987), Nr. 4, S. 461 – 465. – ISSN 0025–5327
- [BKW90] BANKS, H. T. ; KOJIMA, F. ; WINFREE, W. P.: Boundary estimation problems arising in thermal tomography. In: *Inverse Problems* 6 (1990), Nr. 6, 897. <http://stacks.iop.org/0266-5611/6/i=6/a=003>
- [Blo09] BLOME, Mark: *Efficient measurement and data inversion strategies for large scale geoelectric surveys*, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Diss., 2009
- [BLSF96] BUDIL, David E. ; LEE, Sanghyuk ; SAXENA, Sunil ; FREED, Jack H.: Nonlinear-Least-Squares Analysis of Slow-Motion EPR Spectra in One and Two Dimensions Using a Modified Levenberg-Marquardt Algorithm. In: *Journal of Magnetic Resonance, Series A* 120 (1996), Nr. 2, 155 - 189. <http://dx.doi.org/10.1006/jmra.1996.0113>. – DOI 10.1006/jmra.1996.0113. – ISSN 1064–1858
- [BSJB11] BUSHBERG, Jerrold T. ; SEIBERT, J. A. ; JR., Edwin M. L. ; BOONE, John M.: *The Essential Physics of Medical Imaging, Third Edition*. Third, North American Edition. Lippincott Williams & Wilkins, 2011 <http://amazon.com/o/ASIN/0781780578/>. – ISBN 9780781780575

- [BSMM00] BRONSTEIN, Ilja N. ; SEMENDJAJEW, Konstantin A. ; MUSIOL, Gerhard ; MÜHLIG, Heiner: *Taschenbuch der Mathematik*. Deutsch (Harri), 2000 <http://amazon.com/o/ASIN/3817120052/>. – ISBN 9783817120055
- [CBHSL10] COLE, Kevin D. ; BECK, James V. ; HAJI-SHEIKH, A. ; LITKOUHI, Bahman: *Heat Conduction Using Green's Functions, 2nd Edition (Series in Computational Methods and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences)*. 2. Taylor & Francis, 2010 <http://amazon.com/o/ASIN/143981354X/>. – ISBN 9781439813546
- [Col04] COLE, Kevin D.: Computer programs for temperature in fins and slab bodies with the method of Green's functions. In: *Computer Applications in Engineering Education* 12 (2004), Nr. 3, 189–197. <http://dx.doi.org/10.1002/cae.20010>. – DOI 10.1002/cae.20010. – ISSN 1099–0542
- [Cra36] CRAMÉR, Harald: Über eine Eigenschaft der normalen Verteilungsfunktion. In: *Mathematische Zeitschrift* 41 (1936), 405–414. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01180430>. – DOI 10.1007/BF01180430. – ISSN 0025–5874
- [Dav04] DAVIS, Timothy A.: Algorithm 832: UMFPACK V4.3—an unsymmetric-pattern multifrontal method. In: *ACM Trans. Math. Softw.* 30 (2004), Juni, Nr. 2, 196–199. <http://dx.doi.org/10.1145/992200.992206>. – DOI 10.1145/992200.992206. – ISSN 0098–3500
- [DINa] DIN 51007 06/1994
- [DINb] DIN EN 821-2 08/1997
- [DINc] DIN EN 821-3 04/2005
- [DIND] DIN EN ISO 10893-8:2011-07
- [DINe] DIN EN ISO 15549:2011-03
- [DINF] ISO 10893-6:2011-04
- [DIN07] EN ISO 6946: 1996, Appendix A: Building components and building elements - Thermal resistance and thermal transmittance - Calculation method. International Organization for Standardization, Dez 2007
- [DPSD06] DEUTSCH, V. ; PLATTE, M. ; SCHUSTER, V. ; DEUTSCH, W. A. K.: *Die Verfahren der ZfP (Einführungsband)*. Castell Verlag Wuppertal, 2006. – ISBN 3–934255–28–0
- [Dri12] DRIGGERS, Ronald G.: *Encyclopedia of Optical Engineering*. 2. Crc Pr I Llc, 2012 <http://amazon.com/o/ASIN/1439850976/>. – ISBN 9781439850978
- [DW11] DEUFLHARD, Peter ; WEISER, Martin: *Numerische Mathematik III*. Walter De Gruyter Inc, 2011. – ISBN 9783110218022
- [EG94] ENGL, Heinz W. ; GREVER, Wilhelm: Using the L-curve for determining optimal regularization parameters. In: *Numerische Mathematik* 69 (1994), 25–31. <http://dx.doi.org/10.1007/s002110050078>. – DOI 10.1007/s002110050078. – ISSN 0029–599X
- [EHN00] ENGL, Heinz W. ; HANKE, Martin ; NEUBAUER, Andreas: *Regularization of Inverse Problems (Mathematics and Its Applications)*. Softcover reprint of the original 1st ed. 2000. Springer, 2000 <http://amazon.com/o/ASIN/0792361407/>. – ISBN 9780792361404



- [Eva10] EVANS, Lawrence C.: *Partial Differential Equations: Second Edition (Graduate Studies in Mathematics)*. 2. American Mathematical Society, 2010 <http://amazon.com/o/ASIN/0821849743/>. – ISBN 9780821849743
- [FHKT95] FAVRO, Lawrence D. ; HAN, Xiaoyan ; KUO, Pao-Kuang ; THOMAS, Robert L.: Imaging the early time behavior of reflected thermal wave pulses. (1995), 162-166. <http://dx.doi.org/10.1117/12.204850>. – DOI 10.1117/12.204850
- [Fol90] Folienserie des Fonds der Chemischen Industrie. In: *Fonds der Chemischen Industrie zur Förderung der Chemie und Biologischen Chemie im Verband der Chemischen Industrie (Oehms Druck GmbH)* (1990)
- [Ger10] GERTHSEN, Christian: *Gerthsen Physik (Springer-Lehrbuch) (German Edition)*. Springer, 2010. – ISBN 9783642128936
- [Gry11] GRYSA, Krzysztof: *Heat Conduction - Basic Research*. InTech, 2011 [http://cdn.intechopen.com/pdfs/24518/InTech-Inverse\\_heat\\_conduction\\_problems.pdf](http://cdn.intechopen.com/pdfs/24518/InTech-Inverse_heat_conduction_problems.pdf). – ISBN 978-953-307-404-7
- [GVBM07] GRINZATO, E. ; VAVILOV, V. ; BISON, P. G. ; MARINETTI, S.: Hidden corrosion detection in thick metallic components by transient IR thermography. In: *Infrared Physics & Technology* 49 (2007), Nr. 3, 234 - 238. <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2006.06.011>. – DOI 10.1016/j.infrared.2006.06.011. – ISSN 1350-4495. – Workshop on Advanced Infrared Technology and Applications
- [GWM<sup>+</sup>13] GÖTSCHEL, S. ; WEISER, M. ; MAIERHOFER, Ch. ; RICHTER, R. ; RÖLLIG, M.: Fast Defect Shape Reconstruction Based on the Travel Time in Pulse Thermography. In: *Nondestructive Testing of Materials and Structures*, Springer Netherlands, 2013, S. 83-89
- [GWRM12] GÖTSCHEL, S. ; WEISER, M. ; RICHTER, R. ; MAIERHOFER, Ch.: Data enhancement for active thermography. In: *Proceedings of the 11th International Conference on Quantitative Infrared Thermography (QIRT)*, 2012
- [Han97] HANKE, Martin: A regularizing Levenberg - Marquardt scheme, with applications to inverse groundwater filtration problems. In: *Inverse Problems* 13 (1997), Nr. 1, 79. <http://stacks.iop.org/0266-5611/13/i=1/a=007>
- [Han00] HANSEN, P. C.: The L-Curve and its Use in the Numerical Treatment of Inverse Problems. In: *Computational Inverse Problems in Electrocardiology*, ed. P. Johnston, *Advances in Computational Bioengineering*, WIT Press, 2000, S. 119-142
- [HBM<sup>+</sup>10] HOPPE, Harald ; BACHMANN, Jonas ; MUHSIN, Burhan ; DRÜE, Karl-Heinz ; RIEDEL, Ingo ; GOBSCH, Gerhard ; BUERHOP-LUTZ, Claudia ; BRABEC, Christoph J. ; DYAKONOV, Vladimir: Quality control of polymer solar modules by lock-in thermography. In: *Journal of Applied Physics* 107 (2010), Nr. 1, 014505. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3272709>. – DOI 10.1063/1.3272709
- [HSM10] HOWELL, John R. ; SIEGEL, Robert ; MENGÜC, M. P.: *Thermal Radiation Heat Transfer*. 5. CRC Press, 2010 <http://amazon.com/o/ASIN/1439805334/>. – ISBN 9781439805336
- [IC05] IBARRA-CASTANEDO, C.: *Quantitative Subsurface Defect Evaluation by Pulsed Phase Thermography: Depth Retrieval with the Phase*, Université Laval, Canada, Diss., 2005

- [JC59] JAEGER, J. C. ; CARSLAW, H. S.: *Conduction of Heat in Solids*. Oxford Carendon Press, 1959 <http://amazon.com/o/ASIN/B009FMJWD0/>
- [Jou] *Inverse Problems in Science and Engineering*. Taylor & Francis,
- [KDC76] KIM, J.C. ; DAVERN, W.E. ; COLANGELO, D.: InSb CID infrared imaging devices. In: *Electron Devices Meeting, 1976 International Bd.* 22, 1976, S. 550 – 554
- [Kel87] KELLEY, C. T.: *Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations (Frontiers in Applied Mathematics)*. 1. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1987 <http://amazon.com/o/ASIN/0898713528/>. – ISBN 9780898713527
- [KM12] KRANKENHAGEN, R. ; MAIERHOFER, Ch.: Determination of the spatial energy distribution generated by means of a flash lamp. In: *Proceedings of the 11th International Conference on Quantitative Infrared Thermography (QIRT)*, 2012, S. 1–10
- [KN95] KURPISZ, Kazimierz ; NOWAK, A. J.: *Inverse Thermal Problems (Computational Engineering) (International Series on Computational Engineering)*. WIT Press, 1995 <http://amazon.com/o/ASIN/1562522000/>. – ISBN 9781562522001
- [KNS08] KALTENBACHER, Barbara ; NEUBAUER, Andreas ; SCHERZER, Otmar: *Iterative Regularization Methods for Nonlinear Ill-Posed Problems (Radon Series on Computational and Applied Mathematics)*. Walter de Gruyter, 2008 <http://amazon.com/o/ASIN/3119161357/>. – ISBN 9783119161350
- [KS04] KAPIO, Jari ; SOMERSALO, E.: *Statistical and Computational Inverse Problems (Applied Mathematical Sciences)*. 2005. Springer, 2004 <http://amazon.com/o/ASIN/0387220739/>. – ISBN 9780387220734
- [LN07] LUGIN, S. ; NETZELMANN, U.: A defect shape reconstruction algorithm for pulsed thermography. In: *NDT & E International* 40 (2007), Nr. 3, 220 - 228. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ndteint.2006.11.001>. – DOI 10.1016/j.ndteint.2006.11.001. – ISSN 0963–8695
- [LT96] LOHRENGEL, J. ; TODTENHAUPT, R.: Wärmeleitfähigkeit, Gesamtemissionsgrade und spektrale Emissionsgrade der Beschichtung Nextel-Velvet-Coating 811-21 (RAL 900 15 tiefschwarz matt). In: *PTB(Physikalisch-Technische Bundesanstalt)-Mitteilungen* 106 (1996), Nr. 4, S. 259 – 265
- [Lug07] LUGIN, S.: *Algorithms for efficient and quantitative non-destructive testing by pulsed thermography*, Universität des Saarlandes, Diss., 2007
- [Maj05] MAJUMDAR, Pradip: *Computational Methods for Heat and Mass Transfer (Series in Computational and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences)*. 1. Taylor & Francis, 2005 <http://amazon.com/o/ASIN/1560329947/>. – ISBN 9781560329947
- [Mal93] MALDAGUE, Xavier P.: *Nondestructive Evaluation of Materials by Infrared Thermography*. 1. Springer, 1993 <http://amazon.com/o/ASIN/3540197699/>. – ISBN 9783540197690
- [Mal01] MALDAGUE, Xavier P. V.: *Theory and Practice of Infrared Technology for Non-destructive Testing*. 1. Wiley-Interscience, 2001 <http://amazon.com/o/ASIN/0471181900/>. – ISBN 9780471181903

- [MAR<sup>+</sup>06] MAIERHOFER, Ch. ; ARNDT, R. ; RÖLLIG, M. ; RIECK, C. ; WALTHER, A. ; SCHEEL, H. ; HILLEMEIER, B.: Application of impulse-thermography for non-destructive assessment of concrete structures. In: *Cement and Concrete Composites* 28 (2006), Nr. 4, 393 - 401. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2006.02.011>. – DOI 10.1016/j.cemconcomp.2006.02.011. – ISSN 0958–9465
- [MAR07] MAIERHOFER, Ch. ; ARNDT, R. ; RÖLLIG, M.: Influence of concrete properties on the detection of voids with impulse-thermography. In: *Infrared Physics & Technology* 49 (2007), Nr. 3, 213 - 217. <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2006.06.007>. – DOI 10.1016/j.infrared.2006.06.007. – ISSN 1350–4495
- [Mül89] MÜLLER, Rudolf: *Rauschen: Zweite, überarbeitete und erweiterte Auflage (Halbleiter-Elektronik) (German Edition)*. 2., überarb. u. erw. Aufl. 1990. Springer, 1989 <http://amazon.com/o/ASIN/3540511458/>. – ISBN 9783540511458
- [MM96] MALDAGUE, X. ; MARINETTI, S.: Pulse phase infrared thermography. In: *Journal of Applied Physics* 79 (1996), mar, Nr. 5, S. 2694 –2698. <http://dx.doi.org/10.1063/1.362662>. – DOI 10.1063/1.362662. – ISSN 0021–8979
- [MM01] MALDAGUE, Xavier P. V. ; MOORE, Patrick O.: *Nondestructive Testing Handbook: Infrared and Thermal Testing*. 3. Amer Society for Nondestructive, 2001 <http://amazon.com/o/ASIN/1571170448/>. – ISBN 9781571170446
- [MM08] MARCUZZI, F. ; MARINETTI, S.: Efficient reconstruction of corrosion profiles by infrared thermography. In: *Journal of Physics: Conference Series* 124 (2008), Nr. 1, 012033. <http://stacks.iop.org/1742-6596/124/i=1/a=012033>
- [MRS<sup>+</sup>12] MAIERHOFER, Christiane ; RÖLLIG, Mathias ; STEINFURTH, Henrik ; ZIEGLER, Mathias ; KREUTZBRUCK, Marc ; SCHEUERLEIN, Christian ; HECK, Simon: Non-destructive testing of Cu solder connections using active thermography. In: *NDT & E International* 52 (2012), Nr. 0, 103 - 111. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ndteint.2012.07.010>. – DOI 10.1016/j.ndteint.2012.07.010. – ISSN 0963–8695
- [MSE<sup>+</sup>89] MOONEY, Jonathan M. ; SHEPPARD, Freeman D. ; EWING, William S. ; EWING, James E. ; SILVERMAN, Jerry: Responsivity Nonuniformity Limited Performance Of Infrared Staring Cameras. In: *Optical Engineering* 28 (1989), Nr. 11, 281151–281151-. <http://dx.doi.org/10.1117/12.7977112>. – DOI 10.1117/12.7977112
- [MV10] MARINETTI, S. ; VAVILOV, V.: IR thermographic detection and characterization of hidden corrosion in metals: General analysis. In: *Corrosion Science* 52 (2010), Nr. 3, 865 - 872. <http://dx.doi.org/10.1016/j.corsci.2009.11.005>. – DOI 10.1016/j.corsci.2009.11.005. – ISSN 0010–938X
- [MVB<sup>+</sup>03] MARINETTI, S. ; VAVILOV, V. ; BISON, P. G. ; GRINZATO, E. ; CERNUSCHI, F.: Quantitative infrared thermographic nondestructive testing of thermal barrier coatings. In: *Materials Evaluation* 61 (2003), S. 773–780
- [Nat01] NATTERER, Frank: *The Mathematics of Computerized Tomography (Classics in Applied Mathematics)*. SIAM: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001 <http://amazon.com/o/ASIN/0898714931/>. – ISBN 9780898714937
- [Net00] NETZELMANN, Udo: Optimized temporal excitation profiles in active thermography. In: *International Conference on Photoacoustic and Photothermal Phenomena (11, 2000, Kyoto)*, 2000

- [OZ08] OMAR, Mohammed A. ; ZHOU, Yi: A quantitative review of three flash thermography processing routines. In: *Infrared Physics & Technology* 51 (2008), Nr. 4, 300 - 306. <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2007.09.006>. – DOI 10.1016/j.infrared.2007.09.006. – ISSN 1350-4495
- [Ozi00] OZISIK, M. N.: *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*. 1. Taylor & Francis, 2000 <http://amazon.com/o/ASIN/156032838X/>. – ISBN 9781560328384
- [PA08] PICKERING, Simon ; ALMOND, Darryl: Matched excitation energy comparison of the pulse and lock-in thermography NDE techniques. In: *NDT & E International* 41 (2008), Nr. 7, 501 - 509. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.ndteint.2008.05.007>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.ndteint.2008.05.007>. – ISSN 0963-8695
- [Par94] PARKER, Robert L.: *Geophysical Inverse Theory*. First Edition. Princeton University Press, 1994 <http://amazon.com/o/ASIN/0691036349/>. – ISBN 9780691036342
- [Pat07] *E 2582 - 07: Standard Practice for Infrared Flash Thermography of Composite Panels and Repair Patches Used in Aerospace Applications*. American Society for Testing and Materials (ASTM) International, July 2007
- [Pet95] PETIT, Jean-Pierre: *Die Abenteuer des Anselm Wüßteger, Das Geometrikon*. Vieweg Verlagsgesellschaft, 1995 <http://amazon.com/o/ASIN/3528066733/>. – ISBN 9783528066734
- [PJBA61] PARKER, W. J. ; JENKINS, R. J. ; BUTLER, C. P. ; ABBOTT, G. L.: Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity. In: *Journal of Applied Physics* 32 (1961), sep, Nr. 9, S. 1679 –1684. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1728417>. – DOI 10.1063/1.1728417. – ISSN 0021-8979
- [PKMS02] PILLA, M. ; KLEIN, M. ; MALDAGUE, X. ; SALERNO, A.: New absolute contrast for pulsed thermography. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Quantitative Infrared Thermography (QIRT)*, 2002, S. 53–58
- [Pria] *private Korrespondenz mit Firma Evonik Industries AG*
- [Prib] *private Korrespondenz mit Krankenhagen, R.*
- [Pric] *private Korrespondenz mit Stöhr, A., Firma Hensel*
- [Rie03] RIEDER, Andreas: *Keine Probleme mit Inversen Problemen: Eine Einführung in ihre stabile Lösung (German Edition)*. 2003. Vieweg+Teubner Verlag, 2003 <http://amazon.com/o/ASIN/3528031980/>. – ISBN 9783528031985
- [RJV98] RINGERMACHER, H. I. ; JR., R. J. A. ; VERONESI, W. A.: *Nondestructive Testing: Transient Depth Thermography*, U.S. Patent No. 5711603, Patent, 1998
- [RMH98] RINGERMACHER, H. I. ; MAYTON, D. J. ; HOWARD, D. R.: Towards a flat-bottom hole standard for thermal imaging. In: *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol 17A*, Plenum Publishing Corp, 1998, S. 425–429
- [RMK11] RICHTER, Regina ; MAIERHOFER, Christiane ; KREUTZBRUCK, Marc: Numerische Verfahren für die aktive Thermografie zur Untersuchung von Rückwandgeometrien. In: *Tagungsband der Deutschen Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung(DGZfP)-Jahrestagung*, 2011



- [RMK12a] RICHTER, Regina ; MAIERHOFER, Christiane ; KREUTZBRUCK, Marc: Numerical method of active thermography for the reconstruction of back wall geometry. In: *Proceedings of the 11th International Conference on Quantitative Infrared Thermography (QIRT)*, 2012
- [RMK12b] RICHTER, Regina ; MAIERHOFER, Christiane ; KREUTZBRUCK, Marc: Untersuchungen zur 2D- und 3D-Rekonstruktion von Rückwandgeometrien in der Impuls-Thermografie. In: *Tagungsband der DACH-Jahrestagung für zerstörungsfreie Prüfung (DACH: Deutschland, Österreich, Schweiz)*, 2012
- [RMK13] RICHTER, Regina ; MAIERHOFER, Christiane ; KREUTZBRUCK, Marc: Numerical method of active thermography for the reconstruction of back wall geometry. In: *NDT & E International* 54 (2013), 189 - 197. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.ndteint.2012.10.010>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.ndteint.2012.10.010>. – ISSN 0963–8695
- [RMKS11] RICHTER, Regina ; MAIERHOFER, Christiane ; KREUTZBRUCK, Marc ; SCHILLING, Meinhard: Numerical method of active thermography for the reconstruction of back wall geometry. In: *Vlth Inernational Workshop NDT in Progress, Prague, Tschechien*, 2011
- [Rot60] ROTTMANN, Karl: *Mathematische Formelsammlung*. Bibliographisches Institut Mannheim, 1960 <http://amazon.com/o/ASIN/B000NUYQS4/>
- [RWB98] RANTALA, J. ; WU, D. ; BUSSE, G.: NDT of polymer materials using lock-in thermography with water-coupled ultrasonic excitation. In: *NDT & E International* 31 (1998), Nr. 1, 43 - 49. [http://dx.doi.org/10.1016/S0963-8695\(97\)00021-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0963-8695(97)00021-2). – DOI 10.1016/S0963–8695(97)00021–2. – ISSN 0963–8695
- [SB78] STOER, J. ; BULIRSCH, R.: *Einführung in die Numerische Mathematik II (German Edition)*. 2., neubearb. u. erw. Aufl. Springer, 1978 <http://amazon.com/o/ASIN/3540088407/>. – ISBN 9783540088400
- [Sch99] SCHROEDER, Daniel J.: *Astronomical Optics, Second Edition*. 2. Academic Press, 1999 <http://amazon.com/o/ASIN/0126298106/>. – ISBN 9780126298109
- [Sch12] SCHLICHTING, Joachim: *Integrale Verfahren der aktiven Infrarotthermografie*, BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung, Diss., 2012
- [SK02] SAKAGAMI, Takahide ; KUBO, Shiro: Applications of pulse heating thermography and lock-in thermography to quantitative nondestructive evaluations. In: *Infrared Physics & Technology* 43 (2002), Nr. 3-5, 211 - 218. [http://dx.doi.org/10.1016/S1350-4495\(02\)00141-X](http://dx.doi.org/10.1016/S1350-4495(02)00141-X). – DOI 10.1016/S1350–4495(02)00141–X. – ISSN 1350–4495
- [SLR<sup>+</sup>03] SHEPARD, Steven M. ; LHOTA, James R. ; RUBADEUX, Bruce A. ; WANG, David ; AHMED, Tasdiq: Reconstruction and enhancement of active thermographic image sequences. In: *Optical Engineering* 42 (2003), Nr. 5, 1337-1342. <http://dx.doi.org/10.1117/1.1566969>. – DOI 10.1117/1.1566969
- [Stö00] STÖCKER, Horst: *Taschenbuch der Physik. Mit CD- ROM. Formeln, Tabellen, Übersichten*. Deutsch (Harri), 2000 <http://amazon.com/o/ASIN/3817116284/>. – ISBN 9783817116287

- [Sto83] STOER, J.: *Einführung in die Numerische Mathematik I (German Edition)*. 4., verb. Aufl. Springer, 1983 <http://amazon.com/o/ASIN/3540125361/>. – ISBN 9783540125365
- [Sun06] SUN, J. G.: Analysis of Pulsed Thermography Methods for Defect Depth Prediction. In: *Journal of Heat Transfer* 128 (2006), Nr. 4, 329–338. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2165211>. – DOI 10.1115/1.2165211
- [Sus09] SUSA, Mirela: *Numerical modelling of pulse thermography experiments for defect characterisation purposes*, Université Laval, Québec, Diss., 2009
- [VAD<sup>+</sup>90] VAVILOV, V. P. ; AKHMED, T. ; DZHIN, K. D. ; THOMAS, R. L. ; FAVRO, L. D.: Experimental thermal tomography of solids using one-sided pulsed heating. In: *Defektoskopiia* 12 (1990), S. 60–66
- [VBK10] VAGESWAR, A. ; BALASUBRAMANIAM, K. ; KRISHNAMURTHY, C. V.: Extending Flash Thermography Method for Thermal Diffusivity Measurements using Finite Pulse Widths. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Quantitative Infrared Thermography (QIRT)*, 2010
- [VDI10] VDI/VDE 3511 Blatt 4: *Technische Temperaturmessungen - Strahlungsthermometrie*. VDI-Richtlinie, Juli 2010
- [VGB<sup>+</sup>96] VAVILOV, V. ; GRINZATO, E. ; BISON, P. G. ; MARINETTI, S. ; BALES, M. J.: Surface transient temperature inversion for hidden corrosion characterisation: theory and applications. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 39 (1996), Nr. 2, 355 - 371. [http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(95\)00126-T](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(95)00126-T). – DOI 10.1016/0017-9310(95)00126-T. – ISSN 0017-9310
- [Wag11] WAGNER, Walter: *Wärmeübertragung*. 7., überarbeitete und erweiterte Auflage. Vogel Verlag Und Druck, 2011 <http://amazon.com/o/ASIN/3834332097/>. – ISBN 9783834332097
- [WB98] WU, Datong ; BUSSE, Gerd: Lock-in thermography for nondestructive evaluation of materials. In: *Revue Générale de Thermique* 37 (1998), Nr. 8, 693 - 703. [http://dx.doi.org/10.1016/S0035-3159\(98\)80047-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0035-3159(98)80047-0). – DOI 10.1016/S0035-3159(98)80047-0. – ISSN 0035-3159
- [Wei] WEISSTEIN, Eric W.: *Standard Deviation*. From MathWorld – A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/StandardDeviation.html>
- [wik] <http://wdict.net/word/pitting+corrosion/>
- [Wik96] WIKSWO, Jr. J.P.: The Magnetic Inverse Problem for NDE. In: WEINSTOCK, Harold (Hrsg.): *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications* Bd. 329. Springer Netherlands, 1996. – ISBN 978-94-010-6393-7, S. 629–695
- [WRAE10] WEISER, Martin ; RÖLLIG, Mathias ; ARNDT, Ralf ; ERDMANN, Bodo: Development and test of a numerical model for pulse thermography in civil engineering. In: *Heat and Mass Transfer* 46 (2010), 1419–1428. <http://dx.doi.org/10.1007/s00231-010-0656-9>. – DOI 10.1007/s00231-010-0656-9. – ISSN 0947-7411
- [Zie09] ZIEGLER, Mathias: *Thermography of Semiconductor Lasers*, Humboldt-Universität zu Berlin, Diss., 2009

- [ZS71] ZAWADZKI, W. ; SZYMANSKA, W.: Electron scattering and transport phenomena in n-InSb. In: *Journal of Physics and Chemistry of Solids* 32 (1971), Nr. 6, 1151 - 1174. [http://dx.doi.org/10.1016/S0022-3697\(71\)80173-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0022-3697(71)80173-7). – DOI 10.1016/S0022-3697(71)80173-7. – ISSN 0022-3697
- [ZZT<sup>+</sup>12] ZENG, Zhi ; ZHOU, Jing ; TAO, Ning ; FENG, Lichun ; ZHANG, Cunlin: Absolute peak slope time based thickness measurement using pulsed thermography. In: *Infrared Physics & Technology* 55 (2012), Nr. 2-3, 200 - 204. <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2012.01.005>. – DOI 10.1016/j.infrared.2012.01.005. – ISSN 1350-4495





# Anhang A

## Weitere Verzeichnisse

### Abkürzungsverzeichnis

°C	Grad Celsius (0°C entspricht 273.15 K)
1D	1-dimensional
2D	2-dimensional
3D	3-dimensional
Abb.	Abbildung
ASDT	Auswertemethode <i>absolute peak slope time</i>
A/D	Analog-Digital
BAM	Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung
bzgl.	bezüglich
bzw.	beziehungsweise
ca.	circa
cm	Zentimeter
cos	Kosinus
DIN	Deutsches Institut für Normung e. V.
dB	Dezibel
d. h.	das heißt
EDS	Auswertemethode Echo-defect-shape-Methode
EM	Auswertemethode <i>envelope method</i>
eV	Elektronenvolt
exp	Exponentialfunktion (oder experimentell bei $T_{\text{exp}}$ )
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFB	Flachbodenbohrungen
FFT	Fast-Fourier-Transformation
FPA	<i>focal plane array</i>
g	Gramm
h	Stunde (oder Wärmeübergangskoeffizient als Symbol)
Hz	Hertz
InSb	Indiumantimonid – Indium (In) und Antimon (Sb)
IR	Infrarot
ITR	Auslesemodus <i>integrate then read</i>
i. A.	im Allgemeinen
J	Joule
K	Kelvin
kJ	Kilojoule
kg	Kilogramm

ln	natürlicher Logarithmus
m	Meter
mHz	Millihertz
min	Minute
mK	Millikelvin
mm	Millimeter
ms	Millisekunde
nm	Nanometer
NETD	Rauschäquivalente Temperaturdifferenz ( <i>Noise Equivalent Temperature Difference</i> )
Nr.	Nummer
PCT	Auswertemethode <i>peak contrast time</i>
PPT	Puls-Phasen-Thermografie
PSDT	Auswertemethode <i>peak second derivative time</i>
PST	Auswertemethode <i>peak slope time</i>
PVC	Polyvinylchlorid
RWS	Restwandstärke
S.	Seite
s	Sekunde
Si	Silizium
sin	Sinus
synthetisch	Synthetische Temperaturdaten sind simulierte Temperaturdaten für Probekörper, für welche Messdaten experimentell gewonnen wurden.
u. a.	unter anderem
u. U.	unter Umständen
VDI/VDE	Verein Deutscher Ingenieure / Verband der Elektrotechnik und Elektronik
W	Watt
vgl.	vergleiche
µm	Mikrometer
z. B.	zum Beispiel

## Symbolverzeichnis

Dies ist eine Auflistung der Symbole im Text dieser Arbeit. Symbole, welche nur lokal verwendet wurden, werden hier nicht gelistet. Das Symbolverzeichnis enthält auch typische Einheiten der Symbole.

$A$	Ableitungsmatrix [K/cm]
$A_0$	Fläche [m <sup>2</sup> ]
$a$	Temperaturleitfähigkeit [m <sup>2</sup> /s]
$B$	Tikhonov-regularisierte Pseudo-Inverse der Ableitungsmatrix [cm/K]
$C_0$	Schwellwert der Echo-defect-shape-Methode []
$c_p$	spezifische Wärmekapazität [J/(kg K)]
$c_s$	Stefan-Boltzmann-Konstante [W/(m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> )]
$e$	Wärmeenergiedichte [J/m <sup>2</sup> ]
$F$	vektorwertige Abbildung von einer Rückwandgeometrie $z$ eines Probekörpers auf das vorderseitige Temperaturfeld $T$ [K] des Probekörpers nach einer Blitzanregung
$f$	Frequenz [Hz]
$h$	Wärmeübergangskoeffizient für Verluste durch Konvektion und Strahlung [W/(m <sup>2</sup> K)]
$h_c$	Wärmeübergangskoeffizient für Verluste durch Konvektion [W/(m <sup>2</sup> K)]
$h_r$	Wärmeübergangskoeffizient für Verluste durch Strahlung [W/(m <sup>2</sup> K)]
$I$	normiertes, zeitliches Intensitätsverhalten der Blitzlampe []
$i$	Leistungsdichte [W/m <sup>2</sup> ], falls als $i(t)$ oder $i_{\max}$ bezeichnet
$i$	Index für den $i$ -ten Vektoreintrag oder für die $i$ -te Zeile einer Matrix
$j$	Index für die $j$ -te Spalte einer Matrix
$K_a$	absoluter Kontrast von Messdaten [K]
$K_r$	relativer Kontrast von Messdaten []
$\tilde{K}_a$	absoluter Kontrast von analytischen Daten [K]
$\tilde{K}_r$	relativer Kontrast von analytischen Daten []
$k$	Iterationsschritt
$L$	Länge (bzw. Dicke im 1D-Fall) [cm]
$m$	Masse [kg]
$N_T$	Anzahl der Einträge im Vektor $T$
$N_z$	Anzahl der Einträge im Vektor $z$
$\vec{n}$	äußere Normale
$Q$	Wärmeenergie [J]
$q_0$	Wärmestromdichte [W/m <sup>2</sup> ]
$T_{\text{RT}}$	Raumtemperatur [K]
$S$	Nutzsignal [K]
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis [K]
SNR <sub>M</sub>	Signal-Rausch-Verhältnis nach [Mal93] [K]
SNR <sub>Ort</sub>	örtliches Signal-Rausch-Verhältnis nach Kapitel 3.6 [K]
SNR <sub>Zeit</sub>	zeitliches Signal-Rausch-Verhältnis nach Kapitel 3.6 [K]
$s$	Standardabweichung
$T$	Temperaturfeld [K] als Differenz zur Raumtemperatur
$T_{\text{exp}}$	Messdaten [K]
$T_k$	simuliertes Temperaturfeld im $k$ -ten Iterationsschritt [K]
$T_P$	Temperaturabfall an einem Punkt $P$ [K]
$T_R$	Temperaturabfall an einer Referenzstelle [K]

$t$	Zeit [s]
$t_0$	Zeitpunkt des Erreichens eines Schwellwertes [s]
$x$	Raumkoordinate Breite [cm]
$y$	Raumkoordinate Länge [cm]
$z$	Raumkoordinate Dicke [cm]
$\vec{z}$	als Vektor: Dicke eines Probekörpers je vorderseitigen Punkt, d. h. die Rückwandgeometrie des Probekörpers [cm]
$z_0$	Startwert, d. h. Dicke des Probekörpers berechnet nach der Echo-defect-shape-Methode [cm]
$z_k$	Rückwandgeometrie, welche im $k$ -ten Iterationsschritt berechnet wurde [cm]
$z_{\text{real}}$	Rückwandgeometrie eines realen und im Experiment untersuchten Probekörpers [cm]

### Griechische Symbole

$\alpha$	Regularisierungsparameter der Levenberg-Marquardt-Methode []
$\epsilon$	Emissionsgrad []
$\Delta T$	Laplace-Operator von $T$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit [W/(m K)]
$\rho$	Dichte [kg/m <sup>3</sup> ]
$\pi$	Kreiszahl

### Abstrakte Symbole

$A^T$	transponierte Matrix von A
$A^{-1}$	inverse Matrix
$A^+$	Pseudo-Inverse Matrix von A
$\vee$	V-Profil
$\cup$	U-Profil
$\sqcup$	Rechteck-Profil
$\emptyset$	Mittelwert für alle relevanten Probekörper
$\infty$	Unendlichkeit
$\sum$	Summe
$\int$	Integral
$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \cdot}$	Ableitung der Funktion $f$ nach der Variable im Platzhalter $\cdot$
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Skalarprodukt von zwei Vektoren
$\cdot$ (z. B. 1.234)	Dezimaltrennzeichen



# Tabellenverzeichnis

2.1	Temperaturunabhängige (Material-)Parameter für alle Abbildungen dieses Unterkapitels . . . . .	17
2.2	Direkte Rekonstruktionsmethoden, vollständig basierend auf 1D-Überlegungen. Der zeitliche Temperaturverlauf $T$ wird zur Bestimmung der Wanddicke $z$ ausgewertet; Definition für den Kontrast siehe Kapitel 2.2. Im Beispiel (Bsp.) wurden die Daten für $L = 3$ mm ausgewertet (mit Temperaturleitfähigkeit $a = 1.45 \cdot 10^{-7}$ m <sup>2</sup> /s und $C_0 = 0.5$ , siehe Abb. 2.10-2.15). . . . .	26
3.1	Absolute Messgenauigkeiten für spezielle Kameraeinstellungen . . . . .	52
3.2	Energie- und Leistungsdichten bei einem Abstand von ca. 35 cm zur Objektebene für Blitzlampen mit Plexiglasverkleidung . . . . .	60
3.3	(Material-)Parameter für Raumtemperatur $T_{RT} = 20^\circ\text{C}$ . . . . .	65
3.4	Temperaturabhängigkeit der Materialparameter . . . . .	65
3.5	Kameraeinstellungen und Messparameter . . . . .	73
3.6	Mittelung und Glättung der Messfilme eines Probekörpers je Messkonfiguration. Für Details zu dem Linien- und dem Gauss-Filter siehe unten im Fließtext. . . .	74
3.7	Maximaler absoluter Kontrast und der zugehörige Zeitpunkt für die Nutprobekörper (PVC) . . . . .	79
3.8	Maximaler absoluter Kontrast und der Kontrast der gezeigten, aussagekräftigen Thermogramme (Abb. 3.37(b)-3.37(d)) und die zugehörigen Zeitpunkte für die einzelnen Bohrungen der FBB-Probekörper (PVC) . . . . .	81
3.9	Restwandstärke, maximaler absoluter Kontrast und der Kontrast der gezeigten, aussagekräftigen Thermogramme (Abb. 3.38-3.41) und die zugehörigen Zeitpunkte für die Stahl-Probekörper . . . . .	84
3.10	Messkonfigurationen, ihre jeweilige Mittelung und die daraus resultierenden Rausch-Standardabweichungen . . . . .	91
3.11	Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) für alle Probekörper, berechnet mittels des jeweiligen Nutzsignales $S$ und der örtlichen und zeitlichen Rausch-Standardabweichungen $s_{\text{Ort}}$ und $s_{\text{Zeit}}$ der zugehörigen Messkonfiguration. . . . .	92
4.1	Für die Simulation angepasste PVC-(Material-)Parameter für Raumtemperatur $T_{RT} = 20^\circ\text{C}$ . . . . .	97
4.2	Vorgaben für die maximale Zeitschrittweite bei der Lösung mittels BDF . . . . .	97
4.3	Simulationsfehler (d. h. durchschnittliche Abweichung) und maximaler Fehler des Punktes der synthetischen Daten von den Messdaten (im Ort und in der Zeit für $t = [10, 600]$ s) . . . . .	109

4.4	Simulationsfehler und Simulationsdauer (auf PC mit acht Doppelkernen, 2.4 GHz Taktfrequenz) für synthetische Daten je Messkonfiguration. Mit $\varnothing T$ wird die Durchschnittstemperatur (bzgl. Ort, Zeit und Raumtemperatur) der Messdaten bezeichnet, welche auch in der Iteration ausgewertet werden, d. h. bei PVC für das Zeitintervall $t = [10, 600]$ s und bei Stahl für $[0.1, 6]$ s. . . . .	110
5.1	Parameter der Inversionskonfiguration „Differenzenmethode“ . . . . .	117
5.2	Das <i>a priori</i> Wissen für die Inversion um die genaue Rückwandgeometrie $z$ zu rekonstruieren (Inversionskonfiguration „Differenzenmethode“) . . . . .	117
5.3	Anzahl der Iterationsschritte und der Fehler des geglätteten Startwertes und der Rekonstruktion („Differenzenmethode“) – jeweils der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq 1$ cm bzw. $z < 1$ cm) und der durchschnittliche Fehler mit Gl. (2.56) für die gesamte Breite . . . . .	121
5.4	Parameter der Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“ . . . . .	136
5.5	Das <i>a priori</i> Wissen für die Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“ . . . . .	137
5.6	Fehler der im 6. Iterationsschritt rekonstruierten Rückwandgeometrie der „Broyden-Methode“ (BM) im Vergleich mit der „Differenzenmethode“ – jeweils der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq 1$ cm bzw. $z < 1$ cm) und der durchschnittliche Fehler mit Gl. (2.56) für die gesamte Breite . . . . .	139
5.7	Fehler der im 30. Iterationsschritt rekonstruierten Rückwandgeometrie bei einer Auswertung der synthetischen Daten und der Messdaten (beide Male mit der „Broyden-Methode“) – jeweils der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq 1$ cm bzw. $z < 1$ cm) und der durchschnittliche Fehler mit Gl. (2.56) für die gesamte Breite. . . . .	143
5.8	Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie bei einer Auswertung für vertauschte synthetische Daten (mit ca. 0.9 mK Rausch-Standardabweichung). . . . .	144
5.9	Ranking des Schwierigkeitsgrades der Rückwandrekonstruktionen mittels der Ableitungsmatrix (mit der Differenzenmethode berechnet) . . . . .	147
5.10	Durchschnittlicher Fehler [mm] der Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ für Änderungen an der Glattheit der Messdaten; (*) „Original“ aus Unterkapitel 5.3.4. . . . .	153
5.11	Maximaler Fehler des Punktes der Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ für Änderungen an der Glattheit der Messdaten; (*) „Original“ aus Unterkapitel 5.3.4. . . . .	155
5.12	Fehler der im 6. Iterationsschritt rekonstruierten Rückwandgeometrie bei der „Broyden-Methode“ für ungeglättete und geglättete Startwerte (Gauss-Filter mit $s = 40$ Werten, $n = 15$ Werten, 1 mm pro Rückwandstützstellenwert); (*) „Original“ aus Unterkapitel 5.3.4. . . . .	157
6.1	Fehler des Startwertes $z$ der Probekörper FBB12mm und FBM8mm – Bearbeitung von $z$ bedeutet Glättung und defektfreier Rand, siehe im Folgenden. Der Durchschnitt wurde auf halber Defekttiefe gemessen, siehe oben im Text. . . . .	170
6.2	Parameter der Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 3D-Rekonstruktion . . . . .	171
6.3	Das <i>a priori</i> Wissen für die Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 3D-Rekonstruktion . . . . .	171
6.4	Fehler der Rekonstruktion $z$ der Probekörper FBB12mm und FBM8mm . . . . .	172
6.5	Fehler der Rekonstruktion $z$ der Probekörper FBB12mm und FBM8mm – ohne das vierte <i>a priori</i> Wissen . . . . .	174

6.6	Parameter der Inversion mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode für eine 3D-Rekonstruktion . . . . .	174
6.7	Das <i>a priori</i> Wissen für die Inversion mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode für eine 3D-Rekonstruktion . . . . .	175
6.8	Fehler der Rekonstruktion $z$ der Probekörper FBB12mm und FBM8mm – mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode . . . . .	175
6.9	Parameter der Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 2D-Rekonstruktion . . . . .	176
6.10	Das <i>a priori</i> Wissen für die Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 2D-Rekonstruktion . . . . .	176
6.11	Fehler der 3D-Rekonstruktion $z$ der Probekörper FBB12mm und FBM8mm – nach Rotation der 2D-Rekonstruktion (Levenberg-Marquardt-Methode) . . . . .	178
7.1	Parameter der Inversionskonfiguration „Differenzen-“ bzw. „Broyden-Methode“ mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 2D-Rekonstruktion . . . . .	186
7.2	Das <i>a priori</i> Wissen für die Inversion mit der Levenberg-Marquardt-Methode für eine 2D-Rekonstruktion . . . . .	186
7.3	Angabe der Inversionskonfiguration „Differenzen-“ (DM) und „Broyden-Methode“ (BM) und Fehler der Rekonstruktion und des geglätteten Startwertes der Stahl-Probekörper – jeweils der maximale Fehler des Punktes für dicke bzw. dünne Bereiche ( $z \geq z_{\max}/2$ bzw. $z < z_{\max}/2$ ) und der durchschnittliche Fehler mit Gl. (2.56) für die abgebildete Breite . . . . .	189
7.4	Je Messkonfiguration der Messfehler (d. h. die Rausch-Standardabweichungen in Ort/Zeit), der Simulations-, der Rekonstruktionsfehler und die Verbesserung der Rückwandgeometrie $z_0$ (welche mit der Echo-defect-shape-Methode ermittelt wurde) durch die Levenberg-Marquardt-Methode als „Differenzen-“ (DM) bzw. als „Broyden-Methode“ (BM). . . . .	192
B.1	Beispiele für Konstanten der Greenschen Funktionen . . . . .	220

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Weitsprung als inverses Problem . . . . .	3
1.2	Inverses Problem: Rekonstruktion einer Rückwandgeometrie (links) aus thermografischen Daten (rechts) . . . . .	4
1.3	Vollständiger Ablauf der Inversion . . . . .	7
1.4	Zwei Schnecken. Eine der beiden prüft die Wanddicke des Schneckengehäuses, welches für sie glücklicherweise nicht nur von außen sondern auch von innen auf sensorische Weise zugänglich ist. Mit freundlicher Genehmigung [Pet95] . . . . .	7
2.1	Wand mit rückseitigem Defekt und einer thermischen Anregung an der Vorderseite $z = 0$ mm . . . . .	9
2.2	Spektrale Strahlung eines schwarzen Körpers in Wellenlängendarstellung. Die gepunktete Linie ist die Ortslinie der Maxima. Quelle [Zie09] . . . . .	12
2.3	Temperaturausbreitung in einem unendlich langen Stab: oberer Teil für verschiedene Zeitpunkte $t$ , unterer Teil für verschiedene Tiefen $z$ . . . . .	18
2.4	Temperaturabfall $T$ am Beginn $z = 0$ cm der isolierten Stäbe der Länge $L$ nach einer impulsartigen Erwärmung. Die Kurve $L = 20$ mm (und $L = 6$ mm) liegt etwa auf der Kurve $L = \infty$ . . . . .	19
2.5	Temperaturabfall $T$ am Beginn $z = 0$ cm der Stäbe der Länge $L$ , welche am Beginn und am Ende des Stabes $z = L$ der Konvektion ausgesetzt sind, nach einer impulsartigen Erwärmung. . . . .	20
2.6	Reflexion der thermischen Welle (Modell) bei Wand mit rückseitigem Defekt und vorderseitiger Erwärmung ( $z = 0$ mm) . . . . .	21
2.7	Modell der reflektierten thermischen Welle . . . . .	23
2.8	Relativer Kontrast für verschiedene Wanddicken $L$ bzgl. einer Referenzstelle mit $L = 20$ mm (analytische Lösungen) . . . . .	24
2.9	Wand mit rückseitigem Defekt und einer Anregung an der Vorderseite $z = 0$ mm. Die am Defekt gestaute Wärmeenergie fließt lateral ab. . . . .	25
2.10	PSDT: 2. Ableitung des log. norm. Temperaturabfalls $T$ . . . . .	27
2.11	APST: 1. Ableitung der Skalierung $T\sqrt{t}$ . . . . .	27
2.12	PCT: Absoluter Kontrast . . . . .	27
2.13	PST: 1. Ableitung von $K_a$ . . . . .	27
2.14	EDS: Relativer Kontrast . . . . .	28
2.15	PPT: Phase der FFT . . . . .	28
2.16	EM Relativer Kontrast wird in einer 2D-Erweiterung ausgewertet. . . . .	28
2.17	Newton-Verfahren zur Nullstellensuche einer reellen, stetig differenzierbaren Funktion $F(z) = T$ . Bestimmung der Tangente für die ersten zwei Iterationsschritte. . . . .	29
2.18	Diskretisierung der Rückwandgeometrie eines Probekörperprofils zur 2D-Rekonstruktion der Rückwandgeometrie . . . . .	30



2.19	Diskretisierung der vorderseitigen, zeitlichen und örtlichen Temperaturverteilung zur 2D-Rekonstruktion der Rückwandgeometrie . . . . .	31
2.20	Diskretisierung der Rückwandgeometrie eines 3D-Probekörpers zur 3D-Rekonstruktion der Rückwandgeometrie . . . . .	31
2.21	Diskretisierung der vorderseitigen, zeitlichen und örtlichen Temperaturverteilung zur 3D-Rekonstruktion der Rückwandgeometrie . . . . .	32
2.22	Inverses Problem: Rekonstruktion einer Rückwandgeometrie (links) aus thermografischen Daten (rechts) . . . . .	33
2.23	Skizze der „infinitesimalen“ Änderung der Rückwandgeometrie zur Berechnung der Ableitungsmatrix . . . . .	35
2.24	Skizze der Differenz $\Delta T$ des Temperaturfeldes bei „infinitesimalen“ Änderungen zum originalen Temperaturfeld aus Abb. 2.19 . . . . .	36
2.25	Differenz des Temperaturfeldes aus Abb. 2.24 in Matrizendarstellung (bei Vergleich mit Abb. 2.23 und 2.24: durch Drehung) . . . . .	37
2.26	„Infinitesimale“ Änderung in der Anwendung . . . . .	37
2.27	Sekantenverfahren zur Nullstellensuche bei reeller Funktion . . . . .	39
2.28	Regularisierung $B$ für den Regularisierungsfaktor $\alpha = 0$ , $\alpha = 10^2$ , $\alpha = 10^3$ und $\alpha = 10^4$ der skizzierten Ableitungsmatrix, aus Abb. 2.25, . . . . .	42
2.29	Die Schnecke mit den verbundenen Fühlern versetzt sich in die Rolle eines Prüfers, welcher bei einer Waddickenmessung keinen Zugang zur Rückwand hat [Pet95] .	44
2.30	Skizzierte Berechnung des ersten Iterationsschrittes mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode (it. EDS) . . . . .	45
3.1	Seitenansicht des Messaufbaus in Reflexionsmodus mit zwei Blitzlampen (hier sind die Blitzlampen nicht parallel ausgerichtet). Die Erwärmung erfolgt an der planen, defektfreien Vorderseite der PVC-Probekörper. . . . .	48
3.2	Draufsicht der Messung im Reflexionsmodus mit zwei Blitzlampen F1 und F2, jeweils mit Plexiglasscheiben, und Kamera K . . . . .	49
3.3	Messaufbau mit vier Blitzlampen zur Detektion von Korrosionsschäden an Rohrrinnenwänden . . . . .	50
3.4	Messaufbau mit vier Blitzlampen bei Strahl-Probekörpern . . . . .	50
3.5	Foto der InSb-Infrarotkamera . . . . .	51
3.6	Foto der Blitzlampe . . . . .	53
3.7	Skizze der Blitzlampe mit Glaskolben . . . . .	53
3.8	Spektrumanalyse von Blitz und Plexiglasscheibe . . . . .	54
3.9	Planparallele örtliche Verteilung bei 40 cm Abstand von Blitzreflektor und Wand (d. h. 42.5 cm Abstand bei fiktiver Plexiglasscheibe), Quelle [Pric] . . . . .	55
3.10	Planparallele örtliche Verteilung bei 10 cm, 20 cm und 40 cm Abstand zur Wand . . . . .	55
3.11	Wärmeenergiedichte in der Brennebene (37.5 cm Abstand von Blitz und Hilfssensor), Quelle [KM12] . . . . .	57
3.12	Wärmeenergiedichte im gesamten Objektbereich bei zwei Blitzlampen . . . . .	57
3.13	Wärmeenergiedichte im Objektbereich bei vier Blitzlampen in der Theorie . . . . .	58
3.14	Messung der Blitzintensität in der Zeit mit Si-Photodiode und mit InSb-Kamera (mit Variation der Filter) . . . . .	59
3.15	Temperaturverteilung bzw. -abfall $T$ auf der Oberfläche des teilweise lackierten PVCs nach der Erwärmung im Ofen . . . . .	62
3.16	Temperaturabhängige Materialkonstanten . . . . .	64
3.17	Thermischer Längenausdehnungskoeffizient für die Temperaturabhängigkeit der Dichte . . . . .	64
3.18	Korrosionserscheinungen (Querschnitt und Aufsicht), Quelle [Fol90] . . . . .	66

3.19	Loch mit Unterhöhlung, Quelle [wik]	66
3.20	Nutprobekörper mit V-Profil (PVC)	68
3.21	Nutprobekörper mit U-Profil (PVC)	68
3.22	Nutprobekörper mit Rechteckprofil (PVC)	68
3.23	Probekörper FBB12mm mit Flachbodenbohrungen mit 12 mm Durchmesser (PVC)	69
3.24	Probekörper FBB8mm mit Flachbodenbohrungen mit 8 mm Durchmesser (PVC)	69
3.25	Probekörper Stahl1mm (künstlicher Defekt)	70
3.26	Probekörper Stahl0.3mm (natürlicher Defekt, wenig Krümmung)	71
3.27	Probekörper Stahl0.5mm (natürlicher Defekt, starke Krümmung)	72
3.28	Probekörper Stahl0.9mm (natürlicher Defekt, starke Krümmung)	72
3.29	Schnecken bei der Diskussion über die Wahl von geeigneten Probekörpern zum Testen eines Prüfungsverfahrens bzw. eines Inversionsalgorithmus [Pet95]	73
3.30	Glättung von Testdaten mit verschiedenen Filtern und Parametern (Standardabweichung $s$ , Größe $n$ )	75
3.31	Messfilm (linke Spalte) und Linienscan (rechte Spalte) des Nutprobekörpers $\nabla 120^\circ$ nach der Mittelung in der Zeit (a), nach der Mittelung von 10 Messzyklen (b) und nach der Mittelung im Ort (c). Die Falschfarbenbilder, welche für jeden Zeitpunkt eine neu skalierte Farbskala besitzen, geben einen qualitativen Eindruck der Temperaturverteilung. Der Linienscan zeigt die mittige Temperaturlinie $T$ für die Zeitpunkte $t = 70$ und $600$ s.	76
3.32	kontraststarke Thermogramme der V-Profile ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur)	78
3.33	kontraststarke Thermogramme der U-Profile ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur)	78
3.34	kontraststarke Thermogramme der Rechteckprofile ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur)	78
3.35	Messfilm des Probekörpers FBB12mm (nach den Mittelungen und Glättungen)	79
3.36	Auswirkung der Mittelung beim Messfilm der Flachbodenbohrung FBB8mm	80
3.37	Aussagekräftige Thermogramme der Flachbodenbohrungen ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur)	80
3.38	Messfilm und aussagekräftiges Thermogramm von Stahl1mm ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur)	82
3.39	Messfilm und aussagekräftiges Thermogramm von Stahl0.3mm	83
3.40	Aussagekräftiges Thermogramm von Stahl0.5mm ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur)	83
3.41	Aussagekräftiges Thermogramm von Stahl0.9mm ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur)	84
3.42	Komponenten der Messgenauigkeit bzw. des Messfehlers (nur der Temperaturbestimmung der Kamera). Das Zufallsrauschen wird in diesem Kapitel untersucht.	85
3.43	Örtliche Rausch-Standardabweichung $s$ eines ungemittelten Differenzbildes (als Temperaturverteilung)	88
3.44	Örtliche Rausch-Standardabweichung $s$ eines ungemittelten Differenzbildes als Intensitätsverteilung zum Vergleich	89
3.45	Zeitliche Rausch-Standardabweichung $s$ eines einzelnen, ungemittelten Detektorpixels	89
3.46	Histogramm des gemittelten Differenzbildes mit örtlicher Rausch-Standardabweichung $s = 0.8$ mK	90
4.1	Gitter zur FEM-Berechnung des Temperaturfeldes bei $\nabla 120^\circ$ . Die Kringel kennzeichnen das 1 mm Raster der Rückwandstützstellen.	94
4.2	Erwärmung durch Blitzlampen: Erwärmungsmodell und gemessene Intensität der Blitzlampe (graue Striche: maximale Zeitschrittvorgabe für Löser).	96

4.3	Örtliche Verteilung der Erwärmung für $q_0(x, t)$ . . . . .	96
4.4	Simulierte Temperaturverteilung im Innern des Probekörpers $\nabla 120^\circ$ als Falschfar- benbild für vier unterschiedliche Zeitpunkte nach einer impulsartigen Erwärmung an der Vorderseite zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ s. Die Punkte bezeichnen den wärmsten (rot) und kältesten (blau) Bereich; mit $T$ ist die Temperaturdifferenz zur Raum- temperatur gemeint; mit Energieverlusten durch Konvektion und linearisierter Strahlung. . . . .	98
4.5	Vergleich des zeitlichen Verhaltens von Messung und Simulation für den Pro- bekörper $\nabla 120^\circ$ (Referenzstelle bei Breite $x = 11.5$ cm) . . . . .	100
4.6	Vergleich von Messung und Simulation der vorderseitigen Temperaturlinie zu un- terschiedlichen Zeitpunkten bei Probekörper $\nabla 120^\circ$ . . . . .	101
4.7	Simulierte Referenztemperatur mit einer Änderung der Leistungsdichte $q_0$ (bei $\nabla 120^\circ$ ) . . . . .	102
4.8	Simulierter Temperaturabfall und Kontrast mit einer Änderung des Wärmeüber- gangskoeffizienten $h$ bei $\nabla 120^\circ$ . . . . .	102
4.9	Simulierter Kontrast im Defektzentrum für Änderungen in $a = 1.45 \cdot 10^{-7}$ m <sup>2</sup> /s, d. h. in $\lambda = 0.208$ W/(m K), in $c_p = 1020$ J/(kg K) bzw. in $\rho = 1410$ kg/m <sup>3</sup> (bei $\nabla 120^\circ$ ) . . . . .	103
4.10	Simulierte vorderseitige Temperaturlinie für $t = 70$ s für Änderungen in $a =$ $1.45 \cdot 10^{-7}$ m <sup>2</sup> /s, d. h. in $\lambda = 0.208$ W/(m K), in $c_p = 1020$ J/(kg K) bzw. in $\rho = 1410$ kg/m <sup>3</sup> (bei $\nabla 120^\circ$ ). Nota bene, der Mangel der zu optimierenden syn- thetischen Daten ist nur in Abb. 4.9 erkenntlich. . . . .	103
4.11	Durchschnitt der Ableitungsmatrix je Spalte – Vergleich von verschiedenen „infi- nitesimalen“ Änderungen . . . . .	104
4.12	Interpolationsarten der diskreten 3D-Geometrie (Skizze) . . . . .	106
4.13	Gitter beim Probekörper FBB8mm für den Ausschnitt um die Bohrung mit RWS 3 mm . . . . .	106
4.14	Vergleich von synthetischen Daten mit den Messdaten am Probekörper $\sqcup 3\text{mm}$ . . . . .	109
5.1	kontraststärkste, gemessene Temperaturlinie . . . . .	112
5.2	Rekonstruktion der Rückwand bei Probekörper $\sqcup 6\text{mm}$ mittels direkter Methoden (Kapitel 2.2.1), welche die experimentellen Daten auswerten . . . . .	112
5.3	Ergebnisse für $\sqcup 6\text{mm}$ (oberes Bild) und $\nabla 120^\circ$ (unteres Bild) mit EDS und EM für verschiedene Schwellwerte $C_0$ . . . . .	113
5.4	Kontrast am Defektzentrum je Probekörper . . . . .	114
5.5	Kontrast bei Breite $x = 9.7$ cm . . . . .	114
5.6	Rückwandgeometrie mit der Echo-defect-shape-Methode berechnet (Startwert) beim V-Profil (geglättet mit $s = 40$ , siehe Abb. 5.9) . . . . .	115
5.7	Rückwandgeometrie mit der Echo-defect-shape-Methode berechnet (Startwert) beim U-Profil (geglättet mit $s = 40$ , siehe Abb. 5.9) . . . . .	115
5.8	Rückwandgeometrie mit der Echo-defect-shape-Methode berechnet (Startwert) beim Rechteckprofil (geglättet mit $s = 40$ , siehe Abb. 5.9) . . . . .	115
5.9	Glättung von Testdaten mit verschiedenen Filtern und Parametern (Standardab- weichung $s$ , Größe $n$ ) . . . . .	116
5.10	Rekonstruktionsergebnis beim V-Profil . . . . .	119
5.11	Rekonstruktionsergebnis beim U-Profil . . . . .	119
5.12	Rekonstruktionsergebnis beim Rechteckprofil . . . . .	119
5.13	Wiederholung des ersten Iterationsschrittes (Differenzenmethode) . . . . .	123

5.14	Allgemeine Konvergenzschwierigkeiten des Fehlers des simulierten Temperaturfeldes $T_k$ und der rekonstruierten Rückwandgeometrie $z_k$ (1D); und zwar wegen (a) einer zweiten Nullstelle (b) einem lokalem Minimum (c und d) unrealistischer Simulationen (Startwert $z_0$ , Rekonstruktion $z_1$ als Approximationsversuch der gesuchten Nullstelle $z_{\text{real}}$ mit dem Newton-Verfahren Gl. (2.53)) . . . . .	124
5.15	Konvergenzverhalten für die fortschreitende Iteration . . . . .	125
5.16	Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei $\cup 3\text{mm}$ . . . . .	127
5.17	Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei $\cup 3\text{mm}$ . . . . .	128
5.18	Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei $\cup 6\text{mm}$ . . . . .	129
5.19	Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei $\cup 6\text{mm}$ . . . . .	129
5.20	Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei $\sqcup 3\text{mm}$ . . . . .	130
5.21	Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei $\sqcup 3\text{mm}$ . . . . .	130
5.22	Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei $\sqcup 6\text{mm}$ . . . . .	131
5.23	Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei $\sqcup 6\text{mm}$ . . . . .	131
5.24	Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei $\vee 90^\circ$ . . . . .	132
5.25	Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei $\vee 90^\circ$ . . . . .	132
5.26	Temperaturen für verschiedene Iterationsschritte bei $\vee 120^\circ$ . . . . .	133
5.27	Rekonstruierte Rückwandgeometrie für verschiedene Iterationsschritte bei $\vee 120^\circ$ . . . . .	133
5.28	Auswirkung der Glättung – mit Standardabweichung von $s = 40$ Werten (also 40 mm) auf 15 benachbarte Werte angewandt (wegen sehr großer Defektbreite) – bei $\vee 120^\circ$ : Rekonstruktion im 6. Iterationsschritt . . . . .	134
5.29	Anwendungshäufigkeit der Glättung (Kugeln) und Auswirkung des Weglassen der Glättung (schwarze Linien) . . . . .	135
5.30	Rekonstruktionsergebnis für verschiedene Inversionskonfigurationen beim V-Profil . . . . .	138
5.31	Rekonstruktionsergebnis für verschiedene Inversionskonfigurationen beim U-Profil . . . . .	138
5.32	Rekonstruktion für verschiedene Inversionskonfigurationen beim Rechteckprofil . . . . .	138
5.33	Konvergenzverhalten der Inversionskonfiguration „Broyden-Methode“ . . . . .	140
5.34	Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie bei Stichproben-Auswertung von synthetischen Daten mit und ohne Glättung der rekonstruierten Rückwandgeometrie (Gauss-Filter) . . . . .	141
5.35	Konvergenzschwierigkeiten aufgehoben: $\vee 90^\circ$ im 15. Iterationsschritt . . . . .	142
5.36	Konvergenzverhalten für synthetische Daten bzw. für Messdaten . . . . .	142
5.37	Rekonstruktion für synthetische Daten bei $\vee 120^\circ$ . . . . .	142
5.38	Rekonstruktion für synthetische Daten bei $\cup 3\text{mm}$ . . . . .	143
5.39	Rekonstruktion für synthetische Daten bei $\sqcup 6\text{mm}$ . . . . .	143
5.40	Probekörpers $\sqcup 3\text{mm}$ : Ableitungsmatrix (mit der Differenzenmethode berechnet) für die geglättete Start-Rückwandgeometrie . . . . .	145
5.41	Zwei Analysemethoden der Ableitungsmatrix für den geglätteten Startwert als mögliche Ranking-Verfahren für den Schwierigkeitsgrad, die zugehörigen Geometrien zu rekonstruieren: (a) spaltenweiser Durchschnitt und (b) Singulärwerte . . . . .	146
5.42	Analyse der Ableitungsmatrix für die Broyden-Methode (BM) und die Differenzenmethode (DM) im $k = 1, 2$ und 6. Iterationsschritt bei $\sqcup 3\text{mm}$ . . . . .	148
5.43	L-Kurve . . . . .	150
5.44	Gemittelte regularisierte Pseudo-Inverse der Ableitung im skizzierten, geglätteten Startwert von $\cup 6\text{mm}$ . . . . .	150
5.45	Rekonstruktion beim Probekörper $\cup 3\text{mm}$ für die Regularisierungsparameter $\alpha = 40$ , $\alpha = 150$ und für $\alpha = [40, 150, 40]$ , im 6. Iterationsschritt . . . . .	151
5.46	L-Kurve für gesplittete Regularisierungsparameter und für verschiedene Iterationsschritte $k$ . . . . .	152



5.47	Rekonstruktion $z_6$ und Startwert $z_0$ bei der Auswertung einer Einzelmessung bzw. von Daten aus 10 Messzyklen bei $\cup 6\text{mm}$ . . . . .	153
5.48	Fehler der Geometrie bei der Auswertung von Einzelmessungen . . . . .	154
5.49	Einzelmessung $\cup 6\text{mm}$ : auffällig langsamer Temperaturabfall . . . . .	154
5.50	Rekonstruktion $z_6$ für einen Startwert $z_0$ mit Glättung und ohne Glättung bei $\cup 6\text{mm}$ , 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ (Gauss-Filter mit $s = 40$ Werten, $n = 15$ Werten, 1 mm pro Rückwandstützstellenwert) . . . . .	156
5.51	Durchschnitt der Ableitung je Spalte im 1. Iterationsschritt von $\cup 6\text{mm}$ . . . . .	156
5.52	Durchschnittlicher Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrie im Mittel aller Probekörper . . . . .	156
5.53	Rekonstruktion beim Probekörper $\cup 6\text{mm}$ für einen idealen Startwert, im 6. Iterationsschritt . . . . .	158
5.54	Temperaturverteilung gemittelt über das Zeitintervall $t = [10, 600]$ s für $\cup 6\text{mm}$ .	158
5.55	Die reale Rückwandgeometrie, deren Defektkanten geringfügig verflacht wurden, wurde als Startwert gewählt: Rekonstruktionsergebnis im 6. Iterationsschritt . .	159
5.56	Als Startwert wurde die geringfügig verdünnte reale Rückwandgeometrie gewählt: Rekonstruktionsergebnis im 6. Iterationsschritt . . . . .	160
5.57	Als Startwert wurde die geringfügig verdickte reale Rückwandgeometrie gewählt: Rekonstruktionsergebnis im 6. Iterationsschritt . . . . .	160
5.58	Mittelmäßige Rekonstruktion für mittelmäßigen Startwert bei $\cup 6\text{mm}$ , 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ . . . . .	162
5.59	Schlechte Rekonstruktion für einen schlechten Startwert, 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ für (a) $\vee 120^\circ$ und (b) $\cup 3\text{mm}$ . . . . .	162
5.60	Sehr schlechte Rekonstruktion für einen schlechten Startwert bei $\cup 6\text{mm}$ , 6. Iterationsschritt der „Broyden-Methode“ . . . . .	163
5.61	Durchschnittlicher Fehler der rekonstruierten Rückwandgeometrien im Mittel (bzgl. aller Probekörper) für Startwerte unterschiedlicher Qualität . . . . .	163
5.62	Konvergenzverhalten des durchschnittlichen Fehlers der rekonstruierten Rückwandgeometrie $z$ bei der iterativen Echo-defect-shape-Methode im Vergleich mit der Levenberg-Marquardt-Methode (DM bzw. BM) . . . . .	164
5.63	Rekonstruktion für die optimierte und für die originale iterative Echo-defect-shape-Methode bei $\cup 6\text{mm}$ , 15. Iterationsschritt . . . . .	165
6.1	Temperaturabfall $T$ über den Bohrungen und der Referenzstelle bei Probekörper FBB8mm im Vergleich mit der analytischen Lösung . . . . .	167
6.2	Vergleich der direkten Methoden am Profil des Probekörpers FBB8mm durch die Bohrung mit Restwandstärke 6 mm . . . . .	168
6.3	PPT: Phasenbild für die Frequenz $f = 2$ mHz bei Probekörper FBB12mm und FBB8mm, jeweils mit Halbwertsdurchmesser von 12 mm. Bohrungen links / mittig / rechts mit RWS 6 / 1.5 / 3 mm. . . . .	168
6.4	Thermogramme für $t = 120$ s bei den Flachbodenbohrungen . . . . .	169
6.5	Startwert für die Inversion: Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei den Flachbodenbohrungen . . . . .	169
6.6	Bearbeitete Rekonstruktion bei FBB12mm, d. h. von Abb. 6.5(a) . . . . .	170
6.7	Rekonstruktion mit der Levenberg-Marquardt-Methode . . . . .	172
6.8	Reale Geometrie: Bohrungen links / mittig / rechts mit RWS 6 / 1.5 / 3 mm.) .	172
6.9	Rekonstruktion mit der iterativen Echo-defect-shape-Methode . . . . .	175
6.10	2D-Rekonstruktion zweier Profile bei FBB12mm . . . . .	177
6.11	2D-Rekonstruktion zweier Profile bei FBB8mm . . . . .	177
6.12	3D-Rekonstruktion nach Rotation der 2D-Rekonstruktion eines Profiles . . . . .	178

6.13	Vorderseitige Temperaturverteilung zu den Zeitpunkten $t = 60, 120$ und $240$ s des Profils von FBB8mm durch die kleinste Bohrung, d. h. bei $y = 10$ mm . . . . .	179
7.1	Relativer Kontrast des Stahl1mm an vier Defektstellen . . . . .	181
7.2	3D-Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei Probekörper Stahl1mm ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur) . . . . .	183
7.3	3D-Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei Probekörper Stahl0.3mm ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur) . . . . .	183
7.4	3D-Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei Probekörper Stahl0.5mm ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur) . . . . .	184
7.5	3D-Rekonstruktion mit der Echo-defect-shape-Methode bei Probekörper Stahl0.9mm ( $T$ als Differenz zur Raumtemperatur) . . . . .	184
7.6	Stahl1mm . . . . .	187
7.7	Stahl0.3mm . . . . .	187
7.8	Stahl0.5mm . . . . .	188
7.9	Stahl0.9mm . . . . .	188
7.10	Inverses Problem: Rekonstruktion einer Rückwandgeometrie (links) aus thermografischen Daten (rechts) . . . . .	191
B.1	Temperaturabfall $T$ für nicht-logarithmische Achsen . . . . .	223
B.2	$T$ für doppelt-logarithmische Achsen . . . . .	223
B.3	PSDT . . . . .	223
B.4	APST . . . . .	223
B.5	PCT . . . . .	223
B.6	PST . . . . .	223
B.7	EDS . . . . .	223
B.8	PPT . . . . .	223

## Anhang B

# Anhang zum technischen Inhalt

### B.1 Herleitung der Wärmeleitungsgleichung

Für die Herleitung der Wärmeleitungsgleichung werden das Fouriersche Gesetz und die Definition der spezifischen Wärmekapazität ausgenutzt, vgl. Gl. (2.4) und (2.5). Wenn aus einem Volumen mehr Wärme herauskommt als hineinströmt, ändert sich seine Wärmeenergie um  $Q$ . Für ein kleines Volumen drückt die Operation  $\text{div}$  diesen Verlust aus (und mit Gl. (2.1) für die Wärmestromdichte  $q$ ):

$$\text{div } q = \frac{1}{\Delta V} \int_{A_0} \langle q, \vec{n} \rangle dA_0 = \frac{1}{\Delta V} \int_{A_0} \frac{Q}{A_0 \cdot \Delta t} dA_0 = \frac{1}{\Delta V} \frac{Q}{\Delta t}. \quad (\text{B.1})$$

Wenn aus einem Volumen mehr Wärme herauskommt als hineinströmt, verliert das Volumen an Gesamtenergie. Für ein kleines Zeitintervall  $\Delta t$  gilt dann:

$$\frac{Q}{\Delta t} = -\frac{\partial Q}{\partial t}. \quad (\text{B.2})$$

Damit folgt [Ger10]

$$\text{div } q = -\frac{1}{\Delta V} \frac{\partial Q}{\partial t}. \quad (\text{B.3})$$

Mittels des Fourierschen Gesetzes, welches die Beziehung von Wärmestromdichte und Temperaturgradient beschreibt, gilt

$$\text{div } q = \text{div}(-\lambda \cdot \nabla T) = -(\langle \nabla \lambda, \nabla T \rangle + \lambda \cdot \text{div } \nabla T) = -(\langle \nabla \lambda, \nabla T \rangle + \lambda \cdot \Delta T). \quad (\text{B.4})$$

Mit der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  kann die Änderung der Wärmeenergie  $\frac{\partial Q}{\partial t}$  als Änderung der Temperatur  $\frac{\partial T}{\partial t}$  des kleinen Volumens beschrieben werden, Gl. (2.5). Mit Gleichung (B.4) eingesetzt in Gl. (B.3) folgt:

$$\langle \nabla \lambda, \nabla T \rangle + \lambda \cdot \Delta T = \frac{c_p m}{\Delta V} \frac{\partial T}{\partial t} = c_p \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (\text{B.5})$$

Für temperaturabhängige Materialparameter lautet die Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{c_p \rho} \langle \nabla \lambda, \nabla T \rangle + \frac{\lambda}{c_p \rho} \Delta T = \frac{1}{c_p \rho} \langle \nabla \lambda, \nabla T \rangle + a \Delta T. \quad (\text{B.6})$$

Wenn die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  als orts- und temperaturunabhängig angenommen wird, dann lautet die Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T. \quad (\text{B.7})$$

## B.2 Greensche Funktionen

Die Greenschen Funktionen sind notwendig zur Formulierung der allgemeinen Lösung der ein-dimensionalen Wärmeleitungsgleichung für die Anfangsbedingung  $T(z, 0) = F(z)$  und die beidseitige Robin-Randbedingung

$$\lambda \left\langle \frac{\partial T(z, t)}{\partial z}, \vec{n} \right\rangle = -hT(z, t) + q_i(t), \quad (\text{B.8})$$

welche Konvektion berücksichtigt [CBHSL10, S. 49-50, X33]. Dabei gilt, dass die umgebende Temperatur (Raumtemperatur  $RT$ ) Null ist (oder auf Null gesetzt wird). Außerdem wird die Anregung für den Beginn des Stabes bei  $z = 0$  mit  $q_1$  bezeichnet und für das Ende des Stabes bei  $z = L$  mit  $q_2$ . Die allgemeine Lösung lautet

$$T(z, t) = \int_{\tilde{z}=0}^L G(z, t; \tilde{z}, 0) F(\tilde{z}) d\tilde{z} + \frac{1}{c_p \rho} \int_{\tau=0}^t [q_1(\tau) \cdot G(z, t; 0, \tau) + q_2(\tau) \cdot G(z, t; L, \tau)] d\tau, \quad (\text{B.9})$$

wobei  $G(z, t; \tilde{z}, \tau)$  die Greensche Funktion bezeichnet, Details in allgemeiner Form in [CBHSL10, S. 182] und für einen Spezialfall im Folgenden. Die Greenschen Funktionen werden für die Randbedingung B.8 durch

$$G(z, t; \tilde{z}, \tau) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \frac{-\beta_n^2 a(t - \tau)}{L^2} \cdot \frac{(\beta_n \cos \frac{\beta_n \tilde{z}}{L} + \frac{hL}{\lambda} \sin \frac{\beta_n \tilde{z}}{L}) \cdot (\beta_n \cos \frac{\beta_n z}{L} + \frac{hL}{\lambda} \sin \frac{\beta_n z}{L})}{(\beta_n^2 + \frac{h^2 L^2}{\lambda^2}) + \frac{2hL}{\lambda}}, \quad (\text{B.10})$$

beschrieben, wobei die Lösungen  $\beta_n > 0$  für die Gleichung

$$\tan \beta_n = \frac{\beta_n \frac{2hL}{\lambda}}{\beta_n^2 - \frac{h^2 L^2}{\lambda^2}} \quad (\text{B.11})$$

in aufsteigender Reihenfolge benötigt werden [CBHSL10, S. 123-124, S. 606, X33]. Für den Fall der Isolation (Wärmeübergangskoeffizient  $h = 0$ ) gilt für die Konstanten  $\beta_n = n\pi$ . Für den allgemeinen Fall mit Wärmeverlusten (beschrieben mit dem Wärmeübergangskoeffizienten  $h = 6$ ) sind Beispiele für  $\beta_n$  von verschiedenen langen Stäben in folgender Tabelle gezeigt.

Länge des Stabes aus schwarzem Hart-PVC	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$
$L = 1.5 \text{ mm}$	0.2931	3.1689	6.2969	9.4341	12.5733
$L = 3 \text{ mm}$	0.4130	3.1957	6.3106	9.4431	12.5801
$L = 6 \text{ mm}$	0.5800	3.2481	6.3378	9.4614	12.5939

**Tabelle B.1:** Beispiele für Konstanten der Greenschen Funktionen

Weitere Beispiele für  $\beta_n$ : [CBHSL10, S. 125, X33].

Für die Anwendung dieser Arbeit ist der folgende Fall interessant:

- Der Festkörper besitzt für  $t = 0$  Raumtemperatur, d. h. es gilt  $F = 0$ .
- Am Anfang des Stabes findet eine Anregung statt, bei welcher  $t_e = 2 \text{ ms}$  lang gleichmäßig die Wärmeenergiedichte  $e$  eingebracht wird. Außerdem treten am Beginn und am Ende des Stabes Wärmeverluste über Konvektion (und linearisierte Strahlung) auf. Also gilt  $q_1(t) = e/t_e$  für  $t < t_e$  und  $q_1(t) = 0$  für  $t > t_e$ .



- Am Ende des Stabes treten nur Wärmeverluste über Konvektion (und linearisierte Strahlung) auf, d. h. es gibt keine zusätzliche Anregung, also gilt  $q_2 = 0$ .

Damit ist das erste Integral in Gl. B.10 Null, genauso der zweite Summand innerhalb des zweiten Integrals, und das Integral über  $\tau$  wird nur von  $\tau = 0$  bis  $\tau = t_e$  integriert, vgl. Gl. 2.35.

### B.3 Thermische Welle und Interferenz

Die thermische Welle ist nur im physikalischen Sinne eine Welle: Eine Welle ist eine in Raum und Zeit periodische Ausbreitung eines Schwingungszustandes, bei der Energietransport ohne gleichzeitigen Massentransport stattfindet [Stö00]. Eine Welle im mathematischen Sinne ist eine Lösung der Wellengleichung. Die linearen partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung werden in drei Klassen eingeordnet: die elliptischen, die hyperbolischen und die parabolischen Differentialgleichungen. Die Wellengleichung ist hyperbolisch und die Wärmeleitungsgleichung ist parabolisch. Der Unterschied zwischen den hyperbolischen und parabolischen Gleichungen ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Anfangsstörungen: endliche Geschwindigkeit bei hyperbolischen Gleichungen [Eva10, S. 395] bzw. unendliche Geschwindigkeit bei parabolischen Gleichungen (starkes Maximumprinzip) [Eva10, S. 375]. Durch die endliche Geschwindigkeit ist bei thermischen Wellen keine Interferenz möglich, bei welcher die Summe der Amplituden im Inneren größer ist als die maximale Amplitude am Rand. Das heißt, dass im Innern des Körpers die Temperatur unter 100°C liegt, wenn die Anregung an den Rändern eine maximale Temperatur von 100°C verursacht (maximal in Ort und Zeit). Im Gegensatz dazu ist bei einer mathematischen Welle in Innern eine Amplitude von 200 möglich, wenn an zwei Enden eines 1D-Festkörpers auf geeignete Weise jeweils Amplituden von 100 erzeugt werden.

### B.4 Standardabweichung

Die Standardabweichung  $s$ , d. h. die Abweichung vom Erwartungswert  $\bar{x}$ , eines Signals  $x$  ist

$$s(x) = \left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{B.12})$$

wobei der Erwartungswert folgendes ist:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (\text{B.13})$$

### B.5 Singulärwertzerlegung

Die Singulärwertzerlegung einer reellen Matrix  $A$  lautet:

$$A = U \cdot D \cdot V^T, \quad (\text{B.14})$$

wobei  $D$  eine Diagonalmatrix ist,  $U$  und  $V$  zwei orthogonale Matrizen sind und  $V^T$  die transponierte Matrix von  $V$  ist. Orthogonale Matrizen stellen Kongruenzabbildungen dar (d. h. Spiegelungen und Drehungen). Die Singulärwertzerlegung beschreibt mit  $U$  und  $V$  eine orthogonale Transformation (d. h. Spiegelungen und Drehungen) des Urbild- und des Bildraumes. Die Singulärwerte von  $A$  sind als die Einträge der Diagonalmatrix  $D$  der Singulärwertzerlegung von  $A$  definiert. Die Singulärwerte beschreiben die Längenänderung der jeweiligen Vektoren des zugehörigen Orthonormalsystems im Urbildraum. Kleine / große Singulärwerte besagen, dass Vektoren auf kleine / große Vektoren abgebildet würden. Wenn die Singulärwerte in sehr unterschiedlichen Größenordnungen existieren, dann werden Vektoren in bestimmten Ortsrichtungen besonders gestreckt bzw. besonders gestaucht.

## **B.6 Messdaten der Flachbodenbohrungen**

In Kapitel 6.1 wurden sieben direkte Methoden an den Flachbodenbohrungen des Probekörpers FBB8mm getestet. In Abbildung B.1-B.8 sind die zu den jeweiligen Verfahren zugehörigen und entsprechend geglätteten Temperaturkurven gezeigt; ebenso der jeweils ausgewertete Zeitpunkt bzw. die Frequenz. Da die Restwandstärken (RWS) über den drei Löchern 1.5, 3 und 6 mm betragen, lassen sich die Temperaturkurven mit den analytischen Kurven in Abb. 2.5(a)-2.5(b) und 2.10-2.15 vergleichen. Um ohne Umblättern einen schnellen Eindruck zu bekommen, ist hier die analytische Kurve für die Stablänge  $L = 3$  mm gezeigt, zum Vergleich mit der Kurve der RWS 3 mm. Die lateralen Wärmeverluste sind bei dem kleinen Durchmesser der Flachbodenbohrungen hoch und sorgen für einen stärkeren Temperaturabfall. Die analytische Kurve für die Stablänge  $L = 20$  mm zeigt einen ähnlichen Temperaturabfall wie die Referenzstelle der Flachbodenbohrung. Die Referenzstelle bildet mit den drei Bohrungen ein im Probenmittelpunkt zentriertes Quadrat, sodass die vier Stellen homogen erwärmt worden sind und der laterale Wärmefluss von den Bohrungen zur Referenzstelle gering ist, Skizze in Abb. 6.1.

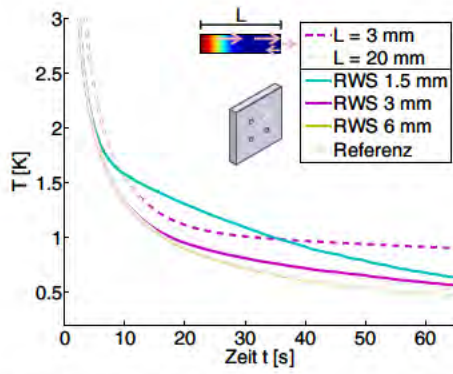


Abbildung B.1: Temperaturabfall  $T$  für nicht-logarithmische Achsen

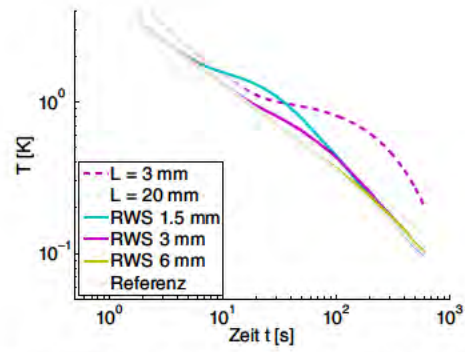


Abbildung B.2:  $T$  für doppelt-logarithmische Achsen

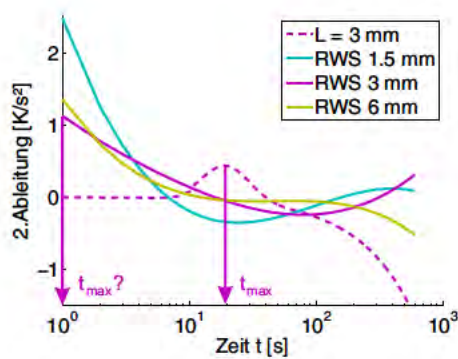


Abbildung B.3: PSDT

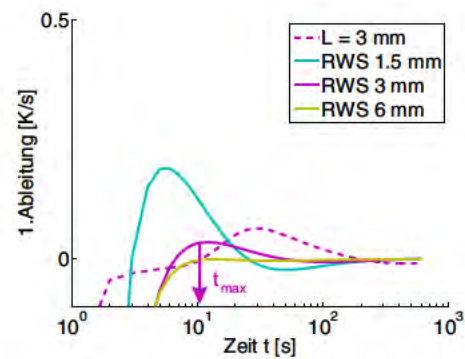


Abbildung B.4: APST

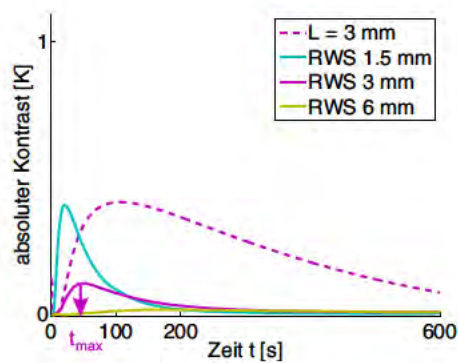


Abbildung B.5: PCT

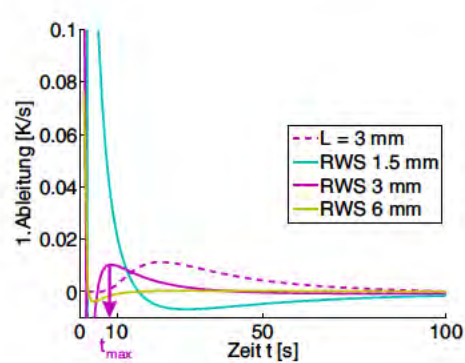


Abbildung B.6: PST

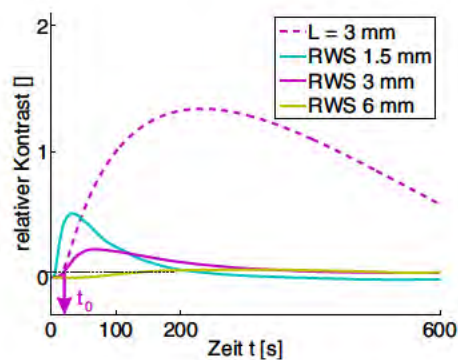


Abbildung B.7: EDS

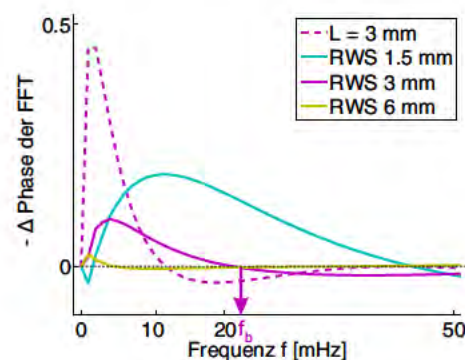


Abbildung B.8: PPT





# Anhang C

## Anhang zur Autorin

### C.1 Eigene Veröffentlichungen und Publikationen

Teile dieser Arbeit und Ergebnisse von Kooperationen sind veröffentlicht in folgenden Formen:

#### Veröffentlichung in referierter Zeitschrift

1. Regina Richter, Christiane Maierhofer und Marc Kreutzbruck. *Numerical method of active thermography for the reconstruction of back wall geometry*. In: *NDT & E International* 54 (2013), 189 - 197, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ndteint.2012.10.010>, ISSN 0963-8695

#### Veröffentlichungen in Tagungsbänden und Büchern (nicht referiert)

1. Sebastian Götschel, Martin Weiser, Christiane Maierhofer, Regina Richter und Mathias Röllig. *Fast defect shape reconstruction in travel time pulsed thermography*. In: *Nondestructive Testing of Materials and Structures*, Springer Netherlands, 2013, S. 83-89
2. Regina Richter, Christiane Maierhofer und Marc Kreutzbruck. *Untersuchungen zur 2D- und 3D-Rekonstruktion von Rückwandgeometrien in der Impuls-Thermografie*. In: *CD-Tagungsband der DACH-Jahrestagung für zerstörungsfreie Prüfung (DACH: Deutschland, Österreich, Schweiz)*, 2012, S. 1-8 zu Poster 33
3. Regina Richter, Christiane Maierhofer und Marc Kreutzbruck. *Numerical method of active thermography for the reconstruction of back wall geometry*. In: *CD-Proceedings of the 11th International conference on Quantitative InfraRed Thermography (QIRT)*, 2012, ID 229
4. Sebastian Götschel, Martin Weiser, Christiane Maierhofer und Regina Richter. *Data Enhancement for Active Thermography*. In: *CD-Proceedings of the 11th International conference on Quantitative InfraRed Thermography (QIRT)*, 2012, ID 167
5. Regina Richter, Christiane Maierhofer, Marc Kreutzbruck und Meinhard Schilling. *Numerical method of active thermography for the reconstruction of back wall geometry*. In: *Proceedings of the 6th Workshop „NDT in progress“*, 2011, S. 245-252
6. Regina Richter, Christiane Maierhofer und Marc Kreutzbruck. *Numerische Verfahren für die aktive Thermografie zur Untersuchung von Rückwandgeometrien*. In: *CD-Tagungsband der Deutschen Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung(DGZfP)-Jahrestagung*, 2011, S. 1-6 zu Poster 45

## Präsentierte Vorträge und Posterbeiträge auf Tagungen

### Vorträge

1. Regina Richter, Christiane Maierhofer und Marc Kreutzbruck. *Numerical method of active thermography for the reconstruction of back wall geometry. 11th International conference on Quantitative InfraRed Thermography (QIRT)*, 11.-14. Juni 2012, Neapel, Italien.
2. Sebastian Götschel, Martin Weiser, Christiane Maierhofer und Regina Richter. *Data Enhancement for Active Thermography. 11th International conference on Quantitative Infra-Red Thermography (QIRT)*, 11.-14. Juni 2012, Neapel, Italien.
3. Regina Richter, Christiane Maierhofer, Marc Kreutzbruck und Meinhard Schilling. *Numerical method of active thermography for the reconstruction of back wall geometry. 6th Workshop „NDT in progress“*, 10.-12. Oktober 2011, Prag, Tschechische Republik.
4. Sebastian Götschel, Martin Weiser, Christiane Maierhofer und Regina Richter. *Fast defect shape reconstruction in travel time pulsed thermography. International Symposium on Nondestructive Testing of Materials and Structures (NDTMS)*, 15.-18. Mai 2011, Istanbul, Türkei.

### Vortrag auf Einladung

1. Regina Richter, Christiane Maierhofer und Marc Kreutzbruck. *Numerische Verfahren für die aktive Thermografie Oberseminar am Institut für Stochastik und Anwendungen, Universität Stuttgart*, 20. Dezember 2010, Stuttgart, Deutschland.

### Posterbeiträge inklusive Kurzvorträge

1. Regina Richter, Christiane Maierhofer und Marc Kreutzbruck. *Untersuchungen zur 2D- und 3D-Rekonstruktion von Rückwandgeometrien in der Impuls-Thermografie. DACH-Jahrestagung für zerstörungsfreie Prüfung (DACH: Deutschland, Österreich, Schweiz)*, 17.-19. September 2012, Graz, Österreich.
2. Regina Richter, Christiane Maierhofer und Marc Kreutzbruck. *Numerische Verfahren für die aktive Thermografie zur Untersuchung von Rückwandgeometrien. Deutschen Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung(DGZfP)-Jahrestagung*, 30. Mai - 1. Juni 2011, Bremen, Deutschland.

## C.2 Danksagung

Herr Schilling, vielen Dank für Ihr wertschätzendes Feedback. Mein Wunsch mit der Doktorarbeit ein höheres Maß an Selbstständigkeit und -verantwortung zu erlangen, wurde erfüllt; nicht zuletzt durch Ihre Haltung, meinem Schaffen den notwendigen Raum zu gewähren. Ihr Vertrauen und Ihre durchgängige Wertschätzung haben mich sehr unterstützt.

Herr Kreutzbruck, vielen Dank für Ihr Vertrauen in mich. Das hat mir Selbstvertrauen und Zuversicht gegeben und mich sehr motiviert. Ich hoffe inständig, dass ich dem großen Vertrauen Rechnung tragen konnte. Meine sofortige Sympathie und Überzeugung den - zumindest für mich - idealen Chef gefunden zu haben, hat sich für die meiste Zeit bei der Zusammenarbeit sehr bestätigt. Ich bedanke mich für Ihren Rückhalt und den Zuspruch beim Reviewprozess des eingereichten Zeitschriftenartikels und für die uneingeschränkte Rückendeckung bei meinen Vorträgen, bei denen Sie mich mit bildhaften Antworten tatkräftig unterstützten.

Danke, Frau Maierhofer, Sie haben genauso selbstverständlich Ihren Kopf hingehalten, wenn es sein musste, und mir zum Beispiel in lebhaften Diskussionen nach meinen Vorträgen engagiert und hilfreich beigestanden. Nochmal ein Dankeschön für die Korrekturen von Beiträgen, Vortragsfolien und Dissertationskapiteln. Danke für die Inspiration und das Vorbild einer begeisterten, von Wissensdurst erfüllten und kompetenten Forscherin, die nebenbei Unterstützungsmöglichkeiten aller Art (z.B. bei Verwaltungsangelegenheiten oder durch einen DFG-Projektantrag) verfolgte. Danke für Ihre Bereitschaft, allzeit für Diskussionen und Ermunterungen offen zu sein. Danke, dass ich Ihnen auch in persönlicheren Angelegenheiten vertrauen konnte, dass ich mir Verständnis für meinen Standpunkt erhoffen durfte und danke, dass Sie immer gelassen blieben und mir Zuversicht vermittelten.

Liebe Kollegen, danke für die gemeinsame Arbeit und Zeit. Die Arbeitsatmosphäre war wunderbar bis traumhaft.

Mathias Z., danke für das Vermessen des (normierten) zeitlichen Intensitätsverhaltens der Blitzlampen. Danke für dein allgemeines Wohlwollen, dein Interesse an meinem Wachstum und deinen Beitrag zur Erweiterung meines Horizontes. Danke für die super Zeit und dein freundschaftliches Ohr. Ich bin dir unendlich dankbar, dass du mir das Gefühl gegeben hast, in deiner Gegenwart immer so sein zu dürfen, wie ich bin. Du wirst mir sehr fehlen! Danke für die süßen Schlüsselchen mit den asiatischen kleinen Mädchen drauf: Sie sind nun bei mir zuhause im Gebrauch. Beim ersten Abspülen kamen mir die Abschiedstränen.

Henrik, danke für die fürsorgliche, einführende und warmherzige Kommunikation, die mich bisweilen fast auf Händen getragen hat. Danke für deine Witze und erheiternden Ablenkungen, die eine ausgeglichene und gesunde Haltung im Schaffensprozess unterstützte. Du hast mir gut getan! Danke fürs fröhliche Bemalen der Probekörper.

Andrea und Mercedes, ihr habt mich mit eurer Stärke und Ruhe innerhalb eures eigenen Schaffensprozesses inspiriert. Danke, Mercedes für dein Wohlwollen und deine Mitfreude bei Erfolgen, das hat mich sehr berührt. Danke, Andrea, für die Freundschaft, du bist in meinem Herzen.

Tamara, danke, für deine wertschätzende, anerkennende und herzliche Kommunikation. Ich hoffe, ich kann es dir nachahmen, am liebsten inklusive deiner bewundernswerten souveränen Ausstrahlung. Danke für all das gemeinsame Lachen und Spass haben.

Philipp M., Manoucher und Mathias R., danke für eure erbaulichen Geschichten und Witze, die die Mittagspause und das Leben versüßen. Mathias R., danke für dein großzügiges und hilfreiches Teilen deines thermografischen Wissens.

Rainer, danke für die lebhafte und tatkräftige Unterstützung bei der Untersuchung der Wärmeenergiedichte der Blitzlampen. Es wurde Licht! Danke, für den interessanten Austausch über Weltansichten.

Marco, danke fürs Bauen und Zeichnen der Probekörper. Verena, Matthias P., Hauke, danke für den harmonischen, freundschaftlichen gemeinsamen Weg zur Dissertationsarbeit, danke für die Diskussionen und die Gastfreundlichkeit bei Besuchen. Danke für das schöne Mittagessen-Ritual bei der Risikobewertung, die freundschaftlichen Gespräche und das Warten im Schneetreiben, wenn ich wegen Gegenwind eine kleine Verspätung hatte.

Danke Mathias Z., Philipp M., Rainer, Verena, Hauke, Sebastian G., Philipp und Jochen P. für eure engagierten Korrekturen von Dissertationskapiteln. Danke Verena und Parisa, für die fachlichen Gespräche zum Inversionsalgorithmus. Danke Hauke, für die FEM-BEM-Unterhaltungen. Danke Sebastian G., Mark B., Jonas O. und Frau Kaltenbacher für Diskussionen und Hilfen bei der Numerik. Jonas, danke für dein Wohlwollen und die super Tipps für numerische Workshops. Danke, Renate, für die Hilfe bei dem Poster.

Danke Mage, deine Postkarten verzauberten jede Ecke meiner Büroregale und meines

Schreibtisches. Danke Caroline Ann, deine Kunst hat an den Bürowänden mein Aug und Herz erfreut. Danke Kurt für die mit Motivationssprüchen bemalte Schale, aus der ich mittags meine Suppen aß. Danke Victoria, dein Glücksbringer-Schweinchen winkte mir aus meiner Schreibtischschublade. Danke Bee-Eng für deine guten Wünsche. Danke Anja S. für die geliehene wollene Strickjacke, die immer im Büro bereit lag, um mich warmzuhalten. Danke Mario, für deine väterlichen Bekundungen von Stolz auf mich, wenn ich abends müde an deinem Pfortnerhäuschen vorbei kam. Danke Felix S., für die erholsamen, feierabendlichen Runden im sommerlichen Schlachtensee.

Danke Philipp für die klasse Ablenkungen im Alltag, am Wochenende und im Urlaub, die meine Batterien aufgetankt haben. Danke, dass du so gut für mich sorgst, für all die vielen Suppen und Mahlzeiten, die du mir gekocht hast, damit ich mich für die Arbeit stärken konnte. Danke, dass du dich für meine Erfolge von Herzen mitfreuen kannst. Du bist ein Geschenk. Danke Svenja, du hast mich sehr unterstützt. Du weißt nicht, wie sehr. Niemand versteht mich so tief wie du.

Danke Franziska, Philipp, Jochen P. und Susanne L. – meiner Mentorin vom Projekt Network<sup>21</sup> für Leben und Arbeiten in der transkulturellen Gesellschaft, gefördert vom Bund und der EU –, dass ihr mich ermutigt habt, meiner Neugier und nicht meinen Bedenken nachzugeben. Eins ist klar, ohne euch hätte ich keine Dissertationsarbeit angefangen.

Es liegt mir am Herzen, hier auch den Menschen zu danken, die weit vor Beginn meiner Dissertationsarbeit diese Arbeit ermöglichten. Danke Horst, der den frühen Grundstein für die notwendige grundsätzliche Neugier an Physik, Technik und Mathematik hütete und umsorgte. Er hat mir den Raum und die Freiheit zugestanden, meiner Neugier und meiner Zuversicht freien Lauf zu lassen. Danke Herr Gibitz, Ihre überraschende Aktion, mir in der 11.Klasse Ihr Vertrauen in meine mathematischen Fähigkeiten zu zeigen, wirkt bis heute weiter. Danke Herr Ecker und Herr Begehr, Ihre persönlichen anerkennenden Worte geben mir bis heute mehr Rückgrat als jede Ihrer Diplomprüfungsnoten.

## C.3 Lebenslauf

### Persönliche Daten

---

Name	Regina Bianka Richter
Geburtsdatum	5. September 1980
Geburtsort	München

### Ausbildung

---

06/2000	<b>Abitur</b> , Salier-Gymnasium Waiblingen, Note 1,8
04/2001 - 08/2008	<b>Diplomstudium der Mathematik</b> , Note „sehr gut“ Nebenfach Physik, Diplomprüfung im Nebenfach: Note 1,0 Freie Universität Berlin  Titel der Diplomarbeit: „Abschätzungen der Konvexität und Singularitäten für den mittleren Krümmungsfluss von Flächen mit nichtnegativer Krümmung“
09/2004 – 08/2005	<b>Auslandsjahr</b> mit Erasmus-Stipendium Universidad de Granada, Spanien



## **Beschäftigungen**

---

10/2006 – 09/2007	<b>Tutorin</b> , Freie Universität Berlin
09/2008 – 05/2009	<b>Praktikantin und Stipendiatin</b> Europäische Bank für Wiederaufbau und Entwicklung, London DAAD-Stipendium
seit 07/2009	<b>Wissenschaftliche Mitarbeiterin und Doktorandin</b> Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung Abteilung Zerstörungsfreie Prüfung, Berlin

Berlin, den 18. Dezember 2013